

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ
ИМ. М. А. ЛАВРЕНТЬЕВА

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
ЛАВРЕНТЬЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ
ПО МАТЕМАТИКЕ, МЕХАНИКЕ И
ФИЗИКЕ

посвященная 115-летию академика М. А. Лаврентьева

7 – 11 сентября 2015 г.

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Новосибирск
2015

Программный комитет:

Титов В. М., академик РАН — председатель (Новосибирск)
Головин С. В., д.ф.-м.н. — зам. председателя (Новосибирск)
Прууэл Э. Р., к.ф.-м.н. — зам. председателя (Новосибирск)
Протопопова Т. В., к.ф.-м.н. — уч. секретарь (Новосибирск)
Алексеев Г. В., д.ф.-м.н. (Владивосток)
Андреев В. К., д.ф.-м.н. (Красноярск)
Аннин Б. Д., академик РАН (Новосибирск)
Антонцев С. Н., профессор (Лиссабон, Португалия)
Васильев А. А., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Гаврилюк С. Л., профессор (Марсель, Франция)
Гайфуллин А. М., чл.-корр. РАН (Москва)
Годунов С. К., академик РАН (Новосибирск)
Горячева И. Г., академик РАН (Москва)
Ерманюк Е. В., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Индейцев Д. А., чл.-корр. РАН (Санкт-Петербург)
Канель Г. И., чл.-корр. РАН (Москва)
Кедринский В. К., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Крайко А. Н., д.ф.-м.н. (Москва)
Коробкин А. А., профессор (Норидж, Англия)
Куликовский А. Г., академик РАН (Москва)
Куропатенко В. Ф., д.ф.-м.н. (Снежинск)
Левин В. А., академик РАН (Владивосток)
Липатов И. И., чл.-корр. РАН (Москва)
Лобойко Б. Г., д.т.н. (Снежинск)
Ляпидевский В. Ю., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Матвеев В. П., академик (Пермь)
Михайлов А. Л., д.т.н. (Саров)
Морозов Н. Ф., академик (Санкт-Петербург)
Нейланд В. Я., чл.-корр. РАН (Москва)
Плотников П. И., чл.-корр. РАН (Новосибирск)
Пухначёв В. В., чл.-корр. РАН (Новосибирск)
Ребров А. К., академик РАН (Новосибирск)
Суржиков С. Т., чл.-корр. РАН (Москва)
Уткин А. В., к.ф.-м.н. (Москва)
Федорук М. П., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Фомин В. М., академик РАН (Новосибирск)
Хабилов С. В., д.ф.-м.н. (Уфа)
Чупахин А. П., д.ф.-м.н. (Новосибирск)
Шагалиев Р. М. д.ф.-м.н. (Саров).

VIII Международная конференция "Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике" посвящена 115-летию со дня рождения выдающегося русского математика и механика, организатора Сибирского отделения Российской академии наук, академика М. А. Лаврентьева. Предыдущие семь конференций состоялись в Новосибирске (1982, 1990, 2000, 2005, 2010), Киеве (1985) и Казани (1995). Целью конференции является анализ актуальных проблем механики сплошных сред и обсуждение путей их решения.

Сборник включает тезисы докладов, представленных на конференцию, проводимую 7–11 сентября 2015 года.

Конференция проводится при поддержке ООО "Технологической компании Шлюмберже", Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-01-20675-г), Сибирского отделения РАН, Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, редколлегии журналов "Физика горения и взрыва" и "Прикладная механика и техническая физика".

Содержание

Дифференциальные уравнения и теория функций. Математические проблемы механики сплошных сред	14
AGAFONTSEV D. S., KUZNETSOV E. A., MAILYBAEV A. A. <i>Folding of vorticity field as a route to the Kolmogorov spectrum</i>	14
ANTONTSEV S. N., КНОМПУШН КН. <i>Kelvin-Voight Equations with p-Laplacian: extinction and blow up</i>	14
CHIRKUNOV YU. A. <i>Thermal motion of gas</i>	15
MARTYNENKO A. V. <i>Fujita-type theorems for doubly degenerate parabolic equations with a time-weighted source</i>	16
TANI A. <i>Classical Solvability of the Two-Phase Radial Viscous Fingering Problem in a Hele-Shaw Cell</i>	16
TODOROV M.D. <i>Collision Dynamics of Vector Schroedinger Equation</i>	17
SHMAREV S. <i>The Cauchy problem for two classes of parabolic equations with nonstandard growth</i>	17
ЗАКХАРОВ V. <i>Free-Surface Hydrodynamics in conformal variables</i>	18
АКСЕНОВ А. В., КОЗЫРЕВ А. А. <i>Метод построения редукций уравнения нестационарного осесимметричного пограничного слоя</i>	19
АЛЕКСЕЕВ Г. В. <i>Оптимизация в трехмерных задачах маскировки материальных тел на основе волнового обтекания</i>	20
АЛЕКСЕЕВ Г. В., БРИЗИЦКИЙ Р. В. <i>Смешанная краевая задача для стационарных уравнений магнитной гидродинамики</i>	21
АРИСТОВ С. Н., ПРОСВИРЯКОВ Е. Ю. <i>Конвективные динамические равновесия несжимаемой жидкости</i>	22
АРИСТОВ С. Н., ПРОСВИРЯКОВ Е. Ю. <i>Неизотермическое течение Куэтта</i>	23
БАГДЕРИНА Ю. Ю. <i>Инвариантное представление симметрий и групповая классификация ОДУ второго порядка</i>	24
БАУТИН С. П., ГАБДУЛХАЕВ В. Ф., ЗАМЫСЛОВ В. Е., ЗОРИНА О. Д., КОЗЛОВ П. А., СКАЧКОВ П. П. <i>Математическое моделирование тригонометрическими рядами многомерных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа</i>	25
БЛОХИН А. М., ТКАЧЕВ Д. Л. <i>Аналог течения Пуазейля для полимерной среды в плоском канале. Отсутствие линейной асимптотической устойчивости в случае периодических возмущений</i>	26
БЛОХИН А. М., ТКАЧЕВ Д. Л., ЕГИТОВ А. В. <i>Линейная неустойчивость решений математической модели, описывающей течения полимерной жидкости в бесконечном канале</i>	27
БРЕЕВ А. И., ШАПОВАЛОВ А. В. <i>Некоммутативная редукция и разделение переменных в уравнении Дирака с внешним полем, допускающим группу симметрии $E(2)$ и $SO(3)$</i>	28
ВОЕВОДИН А. Ф., ПРОТОПОПОВА Т. В. <i>Разностно-аналитический метод решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений</i>	29
ДЕМИДЕНКО Г. В. <i>Энергетические оценки для псевдогоперболических уравнений</i>	29
ДЕМИДЕНКО Г. В., МАТВЕЕВА И. И. <i>Асимптотические свойства решений систем с запаздывающим аргументом и периодическими коэффициентами в линейных членах</i>	30
ДЕРЯБИН С. Л., МЕЗЕНЦЕВ А. В., САДОВ А. П. <i>Приближенные модели сжимаемой сплошной среды для описания двумерных течений воды</i>	31
ДЯТЛОВ С. В. <i>Резонансы в физике и динамических системах</i>	32
ЕФИМОВА М. В. <i>Об одном решении уравнений конвекции для двухслойной системы</i>	33

ЖАМБАА СОНИНБАЯР, БУБЕНЧИКОВ А. М. <i>Определение констант Кристоффеля-Шварца методом П.П. Куфарева</i>	33
ЗОРИНА О. Д. <i>Моделирование двумерного нестационарного перехода от состояния однородного к состоянию неоднородного покоя вязкого теплопроводного газа</i>	34
КАЗАКОВ А. Л., ЛЕМПЕРТ А. А., ОРЛОВ С. С. <i>О построении нелинейной тепловой волны в одномерном случае</i>	35
КАЗАКОВ А. Л., СПЕВАК Л. Ф. <i>Решение краевых задач для нелинейного параболического уравнения с вырождением методом граничных элементов</i>	36
КАПЦОВ О. В. <i>Бесконечномерные многообразия ассоциированные с уравнениями в частных производных</i>	37
КАРАБУТ Е. А., ЖУРАВЛЕВА Е. Н. <i>Примеры точных решений в задаче о нестационарном движении жидкости со свободной границей</i>	37
КОЖЕВНИКОВА Л. М., ХАДЖИ А. А. <i>О существовании решений эллиптических уравнений с нестепенными нелинейностями в неограниченных областях</i>	38
КОЗЛОВ П. А. <i>Приближенный расчет отдельных двумерных течений вязкого теплопроводного газа с помощью тригонометрических рядов</i>	39
ЛАЗАРЕВ Н. П. <i>Асимптотика функционала энергии пластины Тимошенко, содержащей трещину на границе жесткого включения</i>	40
МАКРИДИН Э. В. <i>Бифуркации периодических решений для одного класса нелинейных динамических систем</i>	41
МАНДРИК Н. В. <i>Подручные априорные оценки в пространствах Соболева для задачи со свободной границей «плазма-вакуум»</i>	42
МЕГРАВОВ А. Г. <i>Группы эквивалентности и законы сохранения в дифференциальной геометрии и математической физике</i>	42
МЕДВЕДЕВ С. Б., ЛИХАНОВА Ю. В., ФЕДОРУК М. П., ЧАПОВСКИЙ П. Л. <i>Вариационный метод для нелинейного уравнения Шредингера с гармоническим потенциалом</i>	43
МИЩАРИНА Е. Ю., ХУДОБИНА Ю. П. <i>О движении частиц жидкости в плоскопараллельном потоке</i>	45
НИКОЛАЕВА Н. А. <i>Метод фиктивных областей в задаче о равновесии пластины Кирхгофа-Лява</i>	46
НЕЩАДИМ М. В. <i>Двумерные обобщенные функционально инвариантные решения волнового уравнения</i>	47
ОСИПОВА Е. Б. <i>Устойчивость равновесия вязкоупругого шара</i>	47
ПАНОВ А. В. <i>Мгновенные источники в динамике двухфазной среды</i>	49
ПАПИН А. А., ТОКАРЕВА М. А., ПОДЛАДЧИКОВ Ю. Ю. <i>Образец тезисов конференции</i>	50
ПАРФЕНОВ А. И. <i>Вращательно-инвариантная приближенная формула для градиента логарифма гармонической функции</i>	51
ПАРШИН Д. В., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П. <i>Вихрь Овсянникова для нескольких моделей гравитирующего газа</i>	52
ПОЛЯНИН А. Д., ЖУРОВ А. И., СОРОКИН В. Г. <i>Нелинейные уравнения в частных производных с запаздыванием: Модели, методы, точные решения, неустойчивость</i>	53
ПРОСКУРИН А. В., САГАЛАКОВ А. М. <i>Метод функций Рвачева в задачах гидродинамики</i>	54
ПУХНАЧЁВ В. В. <i>Непрерывные и дискретные симметрии в уравнениях Навье-Стокса</i>	55
РОМАНОВА Е. А. <i>Один класс вырожденных дробных дифференциальных уравнений</i>	55
РУДОЙ Е. М. <i>Метод декомпозиции области для задачи теории трещин с возможным контактом берегов</i>	56

РЫЛОВ А. И. <i>Исследование спиральных течений на плоскости потенциала</i>	57
СЕМЕНКО Е. В., СЕМЕНКО Т. И. <i>Преломление и отражение волн в линейной задаче о возмущениях ударной волны</i>	57
СИРАЕВА Д. Т. <i>Подмодели ранга три в каноническом виде для уравнений газовой динамики</i>	58
СОБОЛЕВА О. В. <i>Численное решение обратных экстремальных задач для нестационарной модели массопереноса</i>	59
ТАЛЫШЕВ А. А. <i>О "простых" дифференциально-инвариантных решениях</i>	60
ТЕРЕШКО Д. А. <i>Численное решение задач управления для нестационарных уравнений тепловой конвекции</i>	61
ТРАХИНИН Ю. Л. <i>Существование и единственность решения задачи со свободной границей плазма-вакуум</i>	62
ФЕДОРОВ В. Е., ГОРДИЕВСКИХ Д. М. <i>Начально-краевые задачи для одного класса уравнений, не разрешимых относительно дробной производной по времени</i> . . .	63
ФИЛИН Н. В. <i>О симметриях системы уравнений, описывающей динамику смеси двух газов</i>	64
ХАБИРОВ С. В. <i>Выравнивание давления в пористой трубе с закрытым концом при ударном воздействии</i>	65
ШАНЬКО Ю. В. <i>Об одной переопределённой системе уравнений движений идеальной жидкости</i>	66
ЩЕРБАКОВ В. В. <i>Формула Гриффитса для упругого тела с отслоившимся включением Тимошенко</i>	66
АРБИТ О. А., ЛИБИН Э. Е. <i>Об уравнениях лагранжевой гидродинамики</i>	67
Гидродинамика природных систем и технологических процессов	68
BAUMERT H. Z. <i>Eulerian turbulence and non-Newtonian fluids</i>	68
KOROVKIN A. A., KHAVAKHPASHEVA T. I. <i>A linearized model of water exit in planing problems</i>	69
LAVRENTIEV M. M., ROMANENKO A. A., LYSAKOV K. F. <i>Tsunami simulation at modern hardware architectures</i>	69
LAVRENTEVA O. M., ZABARANKIN M., NIR A. <i>Dynamics of liquid torus in Stokes Flow</i>	70
АКТЕРШЕВ С. П., БАРТАШЕВИЧ М. В. <i>Нагрев пленки жидкости, движущейся под действием гравитации и потока газа</i>	71
АКУЛОВ А. Е., ДЕРЕВЦОВ Е. Ю., МАЛЬЦЕВА С. В., МОШКИН М. П., ХЕ А. К., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П. <i>Метод варьирования сканирующей плоскости для построения 3D сети сосудов головного мозга по данным МРТ</i>	72
АЛАБУЖЕВ А. А., КАЙСИНА М. И. <i>Влияние динамики линии контакта на колебания цилиндрического пузырька</i>	73
АЛАБУЖЕВ А. А., КАШИНА М. А. <i>Колебания цилиндрической капли в переменном неоднородном электрическом поле</i>	74
АЛАБУЖЕВ А. А., ШКЛЯЕВ С. В., ХЕННЕР М. <i>Влияние вертикальных вибраций на длинноволновую конвекцию Марангони</i>	75
АНДРЕЕВ В. К. <i>Двумерное термокапиллярное движение с границей раздела</i>	75
АНИСИМОВА М. А. <i>Модель кристаллизации наплавленного покрытия в условиях сопряженного теплообмена</i>	76
АРХИПОВ Д. Г., ХАБАХПАШЕВ Г. А. <i>Новое нелинейное эволюционное уравнение для описания плоских волн на границе раздела двухслойного течения Пуазейля</i> . .	77
БАЙКИН А. Н., ГОЛОВИН С. В. <i>Развитие трещины гидроразрыва пласта в поропругой среде</i>	78
БАУТИН С. П., КРУТОВА И. Ю., ОБУХОВ А. Г. <i>Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты</i>	79

БЕКЕЖАНОВА В. Б., ГОНЧАРОВА О. Н. <i>О конвективных режимах в двухслойной системе с испарением</i>	80
БЕЛОЛИПЕЦКИЙ В. М., ГЕНОВА С. Н. <i>Малоразмерная численная модель динамики вечной мерзлоты</i>	81
БЕЛЬХЕЕВА Р. К. <i>Модель коэффициента Грюнайзена для описания сильнопористого вещества</i>	81
БЕЛЯЕВ Н. Д., ГЕЙДАРОВ Н. А., ЗАХАРОВ Ю. Н., ИВАНОВ К. С., ЛЕБЕДЕВ В. В., НУДНЕР И. С., СЕМЁНОВ К. К. <i>Исследование процесса размыва грунта у основания платформ гравитационного типа</i>	82
БЛОХИН А. М., БИБЕРДОРФ Э. А. <i>Численное решение задачи о стационарном обтекании конуса реальным газом</i>	83
БЛОХИН А. М., СЕМИСАЛОВ Б. В. <i>Стационарное течение несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в канале с прямоугольным сечением</i>	83
БОГДАНОВ А. Н., ДИЕСПЕРОВ В. Н., ЖУК В. И. <i>К моделированию транзвукового перехода: модели, подходы, возможности управления течением</i>	84
БОГОЛЕПОВ В. В., ЛИПАТОВ И. И., ЛИПАТОВ М. И. <i>Асимптотические модели процессов развития центробежной неустойчивости в пограничных слоях</i>	86
БОРОДУЛИН В. И., ИВАНОВ А. В., КАЧАНОВ Ю. С., МИЩЕНКО Д. А., ФЕДЕНКОВА А. А. <i>Распределенное порождение волн Толлмина-Шлихтинга</i>	87
БУЛАТОВ В. В., ВЛАДИМИРОВ Ю. В. <i>Математическое моделирование волновой динамики стратифицированных сред с учетом переменности и нестационарности параметров</i>	88
БЫСТРИКОВ Д. В., СТУКОЛОВ С. В. <i>Моделирование процесса генерации периодических волн на поверхности жидкости конечной глубины</i>	88
ВАЛИЕВ Х. Ф., КРАЙКО А. Н. <i>Разлёт конечной массы идеального газа, "сжатого в точку и расширение вселенной</i>	89
ВАНОВСКИЙ В. В., ПЕТРОВ А. Г. <i>Условие резонансного дробления газового пузырька в акустическом поле в жидкости</i>	90
ВЕДЕНЕЕВ В. В. <i>Волны в вязкоупругом слое, расположенном под слоем движущейся жидкости</i>	91
ВОЕВОДИН А. Ф., НИКИФОРОВСКАЯ В. С., ПРОТОПОПОВА Т. В. <i>Математическое моделирование процесса образования излучин рек</i>	92
ГАБДУЛХАЕВ В. Ф. <i>Моделирование течений вязкого теплопроводного газа между неподвижной и подвижной горизонтальными стенками</i>	93
ГАЙФУЛЛИН А. М. <i>Математическая модель динамики вихревого следа за самолётом</i>	94
ГЕОРГИЕВСКИЙ П. Ю., ЛЕВИН В. А., СУТЫРИН О. Г. <i>Эффект кумуляции при взаимодействии обтекаемых сверхзвуковым потоком затупленных тел с газовыми пузырями</i>	95
ГОЛОВИН С. В., ГАДЫЛЬШИНА К. А. <i>Приток флюида к горизонтальной скважине при наличии системы гидроразрывов пласта</i>	96
ГОЛУБЯТНИКОВ А. Н. <i>Оптимизация ускорения жидкого тела</i>	97
ГОЛЫХ Р. Н., ХМЕЛЁВ В. Н., ШАЛУНОВ А. В. <i>Исследование формирования кавитационной области вблизи межфазной границы для выявления режимов, обеспечивающих максимальное увеличение поверхности контакта взаимодействующих веществ</i>	98
ГОНЧАРОВА О. Н., РЕЗАНОВА Е. В. <i>Конвективные течения с испарением на термокапиллярной границе раздела: моделирование на основе точных решений</i>	99
ГРЕШИЛОВ А. Г., СУХИНИН С. В. <i>Динамические воздействия круглой пластины на цилиндрическую опору, обусловленные собственными и квазисобственными колебаниями</i>	100

ГРИГОРЬЕВ Ю. Н., ЕРШОВ И. В. Энергетические оценки критических чисел Рейнольдса течения Куэтта термически неравновесного газа	101
ГУБАЙДУЛЛИН А. А., ЯКОВЕНКО А. В. Акустическое течение в узкой цилиндрической полости	102
ГУБАРЕВ Ю. Г. К неустойчивости состояний динамического равновесия плазмы Власова–Пуассона	103
ДЕНИСЕНКО Н. С., ТУЛУПОВ А. А., ХЕ А. К., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П., ЯНЧЕНКО А. А. Моделирование течения крови в бифуркации кровеносных сосудов	104
ДОЛГОВ Д. А., ЗАХАРОВ Ю. Н. Моделирование движения вязкой неоднородной жидкости в искусственном сердечном клапане	104
ДОМАНСКИЙ А. В. Определение сжатия планет: теория от Ньютона до наших дней	105
ЕРМАНЮК Е. В., БРУЗЕ К., СИБГАТУЛЛИН И. Н., ЖУВО С., ДОКСУА Т. Каскад энергии в аттракторах внутренних волн	106
ЖАПБАСБАЕВ У. К., РАМАЗАНОВА Г. И., САТТИНОВА З. К., ШАХОВ С. А. Математическое моделирование процесса формирования шликера оксида бериллия	107
ЖУК А. В., КОНОН П. Н., ШКАДОВ В. Я. Волновое движение и распад слоя вязкой жидкости на внутренней поверхности вращающегося цилиндра	109
ЗАЙКО Ю. С., ЭГЛИТ М. Э., ЯКУБЕНКО А. Е. Численное исследование природных потоков с неньютоновскими свойствами, движущихся по склонам постоянного и переменного уклона	110
ЗАМУРАЕВ В. П., КАЛИНИНА А. П. Сравнительный анализ воздействия пристеночных и поперечных источников энергии на сверхзвуковое течение в канале	111
ЗАМУРАЕВ В. П., КАЛИНИНА А. П., АУЛЬЧЕНКО С. М. Анализ взаимодействия периодического приповерхностного источника энергии и скачка уплотнения в транс- и сверхзвуковых потоках	112
ЗАНИН Б. Ю. Управление обтеканием аэродинамических тел с помощью локального внешнего воздействия	113
ЗАХАРОВ Ю. Н., ЗИМИН А. И., РАГУЛИН В. В. Модель движения двухкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости	113
ИСАЕВ С. А., ЛЕОНТЬЕВ А. И. Вихревая интенсификация пристеночных течений овальными удлиненными лунками	114
КАЗАКОВА М. Ю., ГОЛОВИН С. В. Модель движения неоднородных жидкостей при гидроразрыве пласта	115
КАЗАЧИНСКИЙ А. О. Расчёт плоских нестационарных течений, согласующихся с данными натурных наблюдений из уточненной шкалы Фудзиты	116
КАЛУГИН А. Г. Об ориентационной неустойчивости слоя нематического жидкого кристалла	117
КАПРАНОВ Ю. И. Динамика слоев низкой проницаемости при фильтрации взвесей	118
КАРАБЦЕВ С. Н., МИХАЙЛОВ С. О. Численное моделирование движения обрушающихся волн методом естественных соседей	119
КАРПОВ Д. И., МЕДВЕДЕВ Д. А., КУПЕРШТОХ А. Л. Моделирование анизотропного фазового перехода жидкость–пар в воде под действием электрического поля	120
КАРТАВЫХ Н. Н., СМОРОДИН Б. Л. Регулярные и хаотические колебания слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле	121
КЕДРИНСКИЙ В. К. Многофазные системы в техногенных и природных процессах	121
КИРИЛОВСКИЙ С. В., ПОПЛАВСКАЯ Т. В., ЦЫРЮЛЬНИКОВ И. С. Определение молекулярного состава возмущений импульсной аэродинамической трубы	122

КИРИЛОВСКИЙ С. В., ПОПЛАВСКАЯ Т. В., ЦЫРЮЛЬНИКОВ И. С. Развитие возмущений в гиперзвуковом потоке смеси колебательно возбужденных газов	123
КИСЕЛЕВ С. П. Численное моделирование реакции синтеза интерметаллида $Tl - Al$ методом молекулярной динамики	124
КЛИМЕНКО Л. С., МАРЫШЕВ Б. С. Моделирование процесса иммобилизации примеси с помощью метода случайных блужданий	125
КОВЕНЯ В. М., БАБИНЦЕВ П. В., ЕРЕМИН А. А. Метод предиктор-корректор для решения уравнений Эйлера и Навье — Стокса	126
КОЗЛОВ В. В. Устойчивость струйных течений и их горение (обзор)	127
КОЗЛОВА С. В., РЫЖКОВ И. И. Исследование процесса разделения жидких смесей в цилиндрической термодиффузионной колонне	128
КОНСТАНТИНОВ А. П., СУХИНИН С. В. Собственные акустические колебания около цепочки пластин типа тандем в канале	129
КРАСНОПЕРОВ Я. И., СКЛЯРЕНКО М. С. Способ измерения коэффициента взаимодиффузии бинарных жидких смесей в горизонтальной ячейке	130
КРАТ Ю. Г. Развитие донных волн в напорном канале	130
КРУТОВА И. Ю., КАЗАЧИНСКИЙ А. О. Трехмерные нестационарные течения в придонных частях торнадо и тропических циклонов	131
КУЗАВОВ В. Т. Новые постановки в исследовании кавитационной эрозии	132
КУРЗИН В. Б. Математическая модель возникновения гидроакустических автоколебаний в проточной части гидроагрегатов	133
КУРОПАТЕНКО В. Ф. Модель неидеальной сплошной среды	134
КУРОПАТЕНКО В. Ф., ШЕСТАКОВСКАЯ Е. С. Аналитическое решение задачи об ударной волне в газовом шаре в лагранжеских координатах	134
ЛЕБЕДЕВА Н. А., ЖИБАЕДОВ В. Д., СИНЬКОВ К. Ф. Исследование гиперболичности одномерных нестационарных моделей газожидкостных течений в трубопроводе	135
ЛИТВИНОВ И. В., НАУМОВ И. В., МИККЕЛЬСЕН Р. Ф., ОКУЛОВ В. Л. Самоподобие дальнего следа за тонким диском в водном канале	136
ЛУЦЕНКО Н. А. О численном моделировании двумерных нестационарных волн гетерогенного горения в пористых средах	137
ЛЯПИДЕВСКИЙ В. Ю., ЧЕСНОКОВ А. А. Горизонтальные слои смешения и турбулентные струи в мелкой воде	138
МАРЫШЕВ Б. С. О фильтрации смеси через замкнутую полость пористой среды с учетом закупорки	139
МАРЫШЕВ Б. С. Формирование, эволюция и устойчивость периодической структуры в концентрационном аналоге задачи Хортон-Роджерса-Лэпвуда с учетом иммобилизации примеси	140
МАСЛОВ А. Л., МАРТЕМЬЯНОВ С. М. Двухфазная модель термического разложения сланцев с учётом фильтрации газообразных продуктов	141
МЕЙРМАНОВ А. М. Математические модели подземного выщелачивания урана	142
МИРОНОВ С. Г., КИРИЛОВСКИЙ С. В., ПОПЛАВСКАЯ Т. В. Физико-математическое моделирование течения воздуха в высокопористых материалах при наличии теплообмена	143
МИХАЙЛОВА А. В., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П. Дифференциальное уравнение состояния артериальной гемодинамики мозга: модель релаксационных колебаний	144
ОКУЛОВ В. Л. Ретроспектива и развитие теории ротора профессора Н.Е. Жуковского	145
ОСТАПЕНКО В. В. Математическое моделирование катастрофических процессов на водных объектах	146

ПАВЛОВ Д. О., СТУКОЛОВ С. В. <i>Исследование стационарных режимов обтекания полукругового препятствия на дне потоком завихренной жидкости со свободной поверхностью</i>	146
ПАРШАКОВА Я. Н., ЛЮБИМОВА Т. П., ИВАНЦОВ А. О. <i>Численное исследование распространения тяжелых примесей в потоках при наличии песчаного карьера</i>	147
ПЕРЕПЕЛИЦА Б. В. <i>Структура ламинарной круглой министруи в акустическом поле</i>	148
ПЕТРОВ А. Г. <i>О влиянии наследственной силы Бассе на движение частиц в жидкости</i>	149
ПОТАПОВ И. И. <i>Расход несвязных влекомых наносов в спокойных потоках</i>	150
ПРОКОФЬЕВ В. В., КОЗЛОВ И. И., ОЧЕРЕГЯНЫЙ С. А. <i>Экспериментальное исследование различных мод кавитационных автоколебаний при наличии в системе искусственной каверны с отрицательным числом кавитации</i>	150
РЕЗАНОВА Е. В., ШЕФЕР И. А. <i>Исследование устойчивости двухслойного течения при тепломассопереносе через поверхность раздела</i>	151
РЕЙН Т. С. <i>Численное моделирование нестационарного взаимодействия жидкости с плавающими в ней телами</i>	152
РЫЖКОВ И. И., ХЛЫБОВ О. А., ЛЮБИМОВА Т. П. <i>Обработка данных космического эксперимента по измерению коэффициентов диффузии и Соре в тройных смесях</i>	153
САЖЕНКОВ А. Н., АЛЕКСЕНЦЕВ А. А., СУХИНИН С. В. <i>Автоколебания в каналах перепуска авиационных двухконтурных двигателей</i>	154
САМОЙЛОВА А. Е., ЛОВОВ Н. И., ЛЮБИМОВ Д. В. <i>Колебательная неустойчивость слоя жидкости со свободной деформируемой границей</i>	155
САМОЙЛОВА А. Е., ШКЛЯЕВ С. В. <i>Конвекция Марангони в тонкой пленке с деформируемой поверхностью</i>	156
СИНЯЕВ С. В., АНИСИМОВ А. Г., МАТРОСОВ А. Д., ВОЛОДЧЕНКОВ С. И. <i>Индукционный нагрев и капельная деструкция тонкостенных цилиндрических проводников в переменном аксиальном магнитном поле</i>	157
СНИГУР К. С. <i>Исследование донных деформаций в нижнем бьефе гидроузла</i>	158
СТЕПАНОВА Е. В. <i>Сравнение динамики твердых и растворимых маркеров на свободной поверхности вихревого течения</i>	159
СТЕПАНОВА И. В., ЧЕСНОКОВ А. А. <i>О смене режимов устойчивости течений вязкой жидкости в ячейке Хеле–Шоу</i>	160
СУХИНИН С. В., ШЕМЕЛИНА В. О. <i>Квазисобственные колебания и фигуры Хладни круговых и кольцевых плавающих пластин</i>	161
ТАКМАЗЬЯН А. К., ПРОКОФЬЕВ В. В., ОЧЕРЕГЯНЫЙ С. А., ФИЛАТОВ Е. В. <i>Дрейф и движение против волн судна с жестко закрепленной на корпусе пластинной–волнодвижителем</i>	162
ФИЛИМОНОВ С. А., ДЕКТЕРЕВ А. А., МИНАКОВ А. В. <i>Применение гибридного алгоритма для моделирования теплообмена в микроканалах</i>	163
ХЕ А. К., ЧЕБОТНИКОВ А. В., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П., ЯНЧЕНКО А. А., КРИВОШАПКИН А. Л., ОРЛОВ К. Ю. <i>Гемодинамика сосудов головного мозга</i>	164
ХЕ А. К., ЧЕРЕВКО А. А., ЧУПАХИН А. П., ЯНЧЕНКО А. А., КРИВОШАПКИН А. Л., ОРЛОВ К. Ю., ЭЛИАВА Ш. Ш., ПИЛИПЕНКО Ю. В. <i>Компьютерное 3D моделирование аномалий сосудов головного мозга</i>	165
ЧЕРЕПАНОВА В. К., ЧЕРЕПАНОВ А. Н. <i>К формированию рудных отложений скандия в охлаждающемся магматическом расплаве</i>	166
ШИЩМАРЕВ К. А., ХАБАХПАШЕВА Т. И., КОРОБКИН А. А. <i>Влияние движения локализованной нагрузки на прогиб ледового покрова канала</i>	167

ШЕЛУХИН В. В. Динамика вязкопластических микрополярных жидкостей	167
ЯКОВЕНКО С. Н. Карта сценариев перехода к турбулентности при обрушении внутренних волн	168
Механика и физика импульсных процессов, включая взрывные	170
KAUFFMAN C.W. A scientific and engineering analysis of the World Trade Center Buildings collapse	170
АНИСИЧКИН В. Ф., ПРУУЭЛ Э. Р., РУБЦОВ И. А. Моделирование взрывного происхождения Луны	170
АФОНИН А. Г., БУТОВ В. Г., СИНЯЕВ С. В., ШВЕЦОВ Г. А. Высокоскорострельный режим последовательного ускорения нескольких тел в рельсовом ускорителе .	171
БАЛАГАНСКИЙ И. А., ВИНОГРАДОВ А. В., МЕРЖИЕВСКИЙ Л. А. Численный анализ влияния материала оболочки на процесс детонации	172
БАТРАЕВ И. С., РЫБИН Д. К. Детонационное напыление с использованием многокомпонентного газового топлива МАФ	173
БЕЛЯКОВ М. О., ЧУГУНОВ Е. А., КУЗЬМИН С. В., ЛЫСАК В. И. К вопросу измерения реального угла при сварке взрывом	174
БОЙКО М. М., ГРЯЗНОВ Е. Ф., ОХИТИН В. Н., ПЕРЕВАЛОВ И. А. О границах применимости равновесных термодинамических расчетов параметров газовой детонации	175
БОРДЗИЛОВСКИЙ С. А., КАРАХАНОВ С. М., СИЛЬВЕСТРОВ В. В. , ПЛАСТИНИН А. В., БОРДЗИЛОВСКИЙ Д. С. Тепловое излучение ударно-сжатых микробаллонов в конденсированной прозрачной среде	176
БРОДОВА И. Г., ПЕТРОВА А. Н., ШОРОХОВ Е. В., ГААН К. В., ГРАНСКИЙ А. А., ОГЛЕЗНЕВА Н. П., РАЗОРЕНОВ С. В. Структурно-фазовые превращения в алюминиевом сплаве А5083, индуцированные высокоскоростной деформацией .	177
БЫКОВСКИЙ Ф. А., ЖДАН С. А., ВЕДЕРНИКОВ Е. Ф., ЖОЛОВОВ Ю. А. Детонационное сжигание углей	178
БЫКОВСКИЙ Ф. А., ЖДАН С. А., ВЕДЕРНИКОВ Е. Ф., САМСОНОВ А. Н. Реализация непрерывной детонации в большой кольцевой камере сгорания ДК 500 . . .	179
ВАСИЛЬЕВ А. А. Новые задачи детонации	179
ВОЛКОВ Н. Б., ЧИНГИНА Е. А., ЯЛОВЕЦ А. П. Двухжидкостная модель металла при высоких плотностях энергии	180
ГАРКУШИН Г. В., НАУМОВА Н. С., АТРОШЕНКО С. А., РАЗОРЕНОВ С. В. Влияние обратимого $\alpha \rightarrow \epsilon$ фазового превращения при ударном сжатии на откольную прочность Армко-железа	181
ГЕОРГИЕВСКИЙ П. Ю., ЛЕВИН В. А., СУТЫРИН О. Г. Эффект фокусировки ударной волны при взаимодействии с эллипсоидальными пузырями в газах	182
ГЕРАСИМОВ А. В., ПАШКОВ С. В., ХРИСТЕНКО Ю. Ф. Моделирование ударного взаимодействия элементов космических аппаратов из стекла с высокоскоростными микрочастицами	183
ГИЛЕВ С. Д. Физическое состояние меди и олова в области малой плотности и большой удельной энергии	184
ГЛАЗЫРИН В. П., ОРЛОВ Ю. Н. Анализ пробивного действия удлинённых ударников с высокопрочным сердечником	185
ГУЛЕВИЧ М. А., ПАЙ В. В., ЯКОВЛЕВ И. В. Измерение температуры жидких сред при взрывном нагружении термпарным методом	186
ДОЛГОЛЕВА Г. В. Отбор энергии в двухкаскадной и однокаскадной мишенях	187
ДОРОДНИКОВ А. Н., КУЗЬМИН Е. В., ПЕЕВ А. П., ЛЫСАК В. И., КУЗЬМИН С. В. Формирование соединения АМгб+СтЗ при сварке взрывом с ультразвуком . . .	187

- Дудина Д. В., Ульяницкий В. Ю., Батраев И. С., Коваленко А. И., Ухина А. В., Бохонов Б. Б., Булина Н. В. *Детонационное напыление композиций "никель-аморфный углерод" и $Ti-TiC_x$ в восстановительных условиях* . . . 188
- Ершов А. П., Кашкаров А. О., Прууэл Э. Р., Сатонкина Н. П., **Сильвестров В. В.**, Юношев А. С. *Неклассические режимы детонации* . . . 189
- Зелепугин С. А., Иванова О. В. *Твердофазный синтез в системе алюминий - сера: влияние дисперсности компонентов смеси и длительности взрывного нагружения* 190
- Зубарева А. Н., Уткин А. В. *Динамические свойства пористых веществ при ударно-волновом воздействии* 191
- Ищенко А. Н., Табаченко А. Н., Дударев Е. Ф., Афанасьева С. А., Белов Н. Н., Буркин В. В., Марков А. Б., Рогаев К. С., Хабибуллин М. В. *Исследование деформационного поведения титанового сплава при ударно-волновом нагружении* 192
- Канель Г. И. *Влияние релаксационных процессов на волновую динамику ударного сжатия твердых тел* 192
- Кузьмин Е. В., Пеев А. П., Лысак В. И., Кузьмин С. В., Дородников А. Н. *Сварка взрывом с одновременной ультразвуковой обработке* 193
- Куропатенко В. Ф., Якимова М. Н. *Об одном методе расчета ударных волн* . . . 194
- Левин В. А., Журавская Т. А. *Стабилизация детонации в сверхзвуковом потоке в канале специальной формы* 195
- Мартюшов С. Н. *Численное моделирование течений реагирующих газовых смесей в детонационных двигателях* 196
- Мержиевский Л. А., Васильев А. А., Виноградов А. В. *Численное моделирование высокоскоростного удара ударниками кольцевой и трубчатой формы* . . 197
- Мержиевский Л. А., Головнев И. Ф., Головнева Е. И., Фомин В. М. *Молекулярно-динамический анализ структуры ударных волн в нанокристаллах* . . . 197
- Мочалова В. М., Уткин А. В. *Поведение углепластика при ударно-волновом нагружении* 198
- Самсонов А. Н., Самойлова Х. В. *Устройство высокоскоростной видеосъемки детонационных волн* 199
- Сатонкина Н. П. *Вклад углерода в электропроводность конденсированных взрывчатых веществ* 200
- Сатонкина Н. П., Рубцов И. А. *Профили электропроводности конденсированных ВВ, богатых углеродом* 200
- Сильвестров В. В.**, Пластинин А. В., Рафейчик С. И., Юношев А. С. *Детонация ЭМВВ на основе АС/НС эмульсии, сенсibilизированной полимерными микробаллонами Exrapcel* 201
- Сорокова С. Н. *Численное исследование процесса импульсного электроконтактного спекания твердосплавных порошковых композиций* 202
- Титов В. М., Тен К. А., Прууэл Э. Р., Кашкаров А. О., Рубцов И. А., Кулипанов Г. Н., Аульченко В. М., Шехтман Л. И., Жуланов В. В., Толочко Б. П., Шарафутдинов М. Р., Рыкованов Г. Н., Музыря А. К., Аминов Ю. А., Смирнов Е. Б., Просвирнин К. М. *Динамическая регистрация выброса наночастиц при взрывном ускорении металлических фольг* 203
- Толкачев В. Ф., Коняев А. А., Тырышкин И. М. *Особенности разрушения пластин на предельных скоростях пробития* 204
- Троцюк А. В., Фомин П. А., Васильев А. А. *Численное моделирование нерегулярной двумерной структуры детонационной волны в метано-воздушной и метано-кислородной смесях* 205

Ульяницкий В. Ю., Батраев И. С., Штерцер А. А. <i>Детонационное напыление оксидной керамики</i>	206
Уткин А. В., Мочалова В. М. <i>Структура детонационных волн в ТЭНе</i>	207
Федоров А. В., Михайлов А. Л., Антонюк Л. К., Шмелев И. В. <i>Экспериментальное исследование срывного разрушения капель и струй при их выбросе с поверхности жидкостей</i>	208
Федоров А. В., Михайлов А. Л., Финюшин С. А., Калашников Д. А., Чудаков Е. А., Бутусов Е. И., Гнутов И. С. <i>Регистрация спектра скоростей частиц при выходе ударной волны на поверхность жидкостей различной вязкости</i>	208
Федоров С. В., Никольская Я. М., Ладов С. В. <i>Численный анализ формирования высокоскоростных компактных элементов из кумулятивных облицовок полусфера-цилиндр усовершенствованной формы</i>	209
Хищенко К. В. <i>Термодинамические свойства и фазовые превращения металлов в волнах ударного сжатия и изэнтропического расширения</i>	210
Хмель Т. А., Брагинский А. Л. <i>Границы применимости гиперболизированной модели для описания ударно-волновой динамики столкновительных газовзвесей</i>	211

Поведение материалов и конструкций при статическом и динамическом нагружении **212**

Алигожина К. А. <i>Численное исследование задачи о твердофазном синтезе разнородных материалов</i>	212
Бегун А. С., Ковтанюк Л. В., Лемза А. О. <i>Моделирование процессов ползучести и пластичности при ротационном движении материала между жесткими цилиндрами</i>	213
Беляев А. К., Морозов Н. Ф., Товстик П. Е., Товстик Т. П. <i>О задаче Лаврентьева-Ишлинского</i>	214
Бердников К. В., Стружанов В. В. <i>Итерационный алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния в окрестности сферической полости в разупрочняющемся пространстве</i>	215
Волчков Ю. М., Полтавская Е. Н. <i>Уравнения упругопластического деформирования пластин со смешанными условиями на их поверхностях</i>	216
Голушко С. К., Идимешев С. В. <i>Сравнительный анализ применения различных теорий в задаче изгиба многослойных ортотропных пластин</i>	217
Голушко С. К., Семисалов Б. В. <i>Численное моделирование деформирования анизотропных оболочек из углепластика с гарантией точности</i>	218
Князева А. Г. <i>Модель реакционной диффузии в наноструктурном металле</i>	219
Колмакова Т. В., Ефимченко А. В. <i>Деформационное поведение мезообъемов тел позвонков при осевом сжатии</i>	220
Колпаков А. Г., Ракин С. И. <i>Расчет эффективных характеристик гофрированной пластины путем перехода к краевой задаче на поперечном сечении</i>	221
Корнев В. М. <i>Диаграммы разрушения коротких макротрещин. Охрупчивание материала при усталостном росте этих трещин</i>	222
Кривошеина М. Н., Кобенко С. В., Козлова М. А., Туч Е. В. <i>Моделирование разрушения анизотропных материалов с учетом накопления микроповреждений</i>	223
Кулешов А. А., Бовсуновский А. Б., Бутов В. Г., Солоненко В. А., Ящук А. А. <i>Мониторинг причальной конструкции при эксплуатационных воздействиях</i>	223
Лалин В. В., Зданчук Е. В. <i>Вариационные постановки нелинейных задач динамики упругой среды Коссера и редуцированной среды Коссера</i>	224

МАКАРОВ Р. Ю. <i>Об аппроксимации кривых ползучести на основе разностных уравнений</i>	225
МАТВЕЕВ А. Д., ГРИШАНОВ А. Н. <i>Расчет композитных цилиндрических панелей и оболочек с применением криволинейных лагранжеских многосеточных элементов</i>	227
МИРЕНКОВ В. Е., ШУТОВ В. А. <i>Метод решения некорректных задач механики деформируемого твердого тела</i>	228
НЕМИРОВИЧ-ДАНЧЕНКО М. М., МЕЛЬНИКОВА Н. А. <i>Особенности разрушения отколом в анизотропных средах (на основе численного моделирования)</i>	229
ОЛЕЙНИКОВ А. И. <i>Модели поведения соединений элементов из полимерных композиционных материалов с УНТ-модифицированными адгезивами</i>	229
ОСТРОСАБЛИН Н. И. <i>Экстремальные значения постоянных упругости и главные оси анизотропии</i>	230
ПЕТУХОВ Д. С., КЕЛЛЕР И. Э. <i>Квазистатические двумерные течения несжимаемой среды со степенной вязкостью</i>	231
ПИКУЛЬ В. В. <i>Новая закономерность деформирования твердого тела в преддверии его разрушения при сжатии</i>	232
РАДЧЕНКО А. В., РАДЧЕНКО П. А., БАТУЕВ С. П., ПЛЕВКОВ В. С. <i>Трехмерный анализ разрушения железобетонных оболочек при ударе</i>	233
РАДЧЕНКО П. А., БАТУЕВ С. П., РАДЧЕНКО А. В. <i>Алгоритм расчета контактных границ с учетом эрозии конечных элементов</i>	233
СЕНАШОВ С. И., ФИЛЮШИНА Е. В., САВОСТЬЯНОВА И. Л. <i>Построение упруго – пластической границы для плоской упруго-пластической задачи с помощью законов сохранения</i>	234
СКРИПНЯК В. А., СКРИПНЯК Н. В., СКРИПНЯК Е. Г., ВАГАНОВА И. К., СКРИПНЯК В. В. <i>Влияние структуры мезоскопического уровня ГПУ сплавов на сопротивление высокоскоростной деформации</i>	235
СКРИПНЯК В. В., СКРИПНЯК В. А., СКРИПНЯК Е. Г., ВАГАНОВА И. К. <i>Деформация и разрушение наноструктурных тугоплавких керамических композитов при интенсивном импульсном нагружении</i>	236
ХОМСКАЯ И. В., ШОРОХОВ Е. В., ЗЕЛЬДОВИЧ В. И., ФРОЛОВА Н. Ю., ХЕЙФЕЦ А. Э., НАСОНОВ П. А., ГААН К. В., ГРАНСКИЙ А. А., ОГЛЕЗНЕВА Н. П., МАЙКОВА Г. В. <i>Эволюция структуры и свойств наноструктурных сплавов Си-Ст-Zr, полученных динамическим прессованием</i>	237
ЧЕПАК-ГИЗБРЕХТ М. В., КРЮКОВА О. Н. <i>Влияние импульсного нагрева на возникновение термодиффузионных напряжений в пластине с покрытием</i>	238
ЧУМАКОВ Ю. А. <i>Исследование модели многослойного теплозащитного элемента при циклическом термическом воздействии</i>	239
ШАНИН С. А. <i>Математическое моделирование формирования состава покрытия при осаждении из плазмы</i>	239
ШАПЕЕВ А. В. <i>Многомасштабное молекулярное моделирование материалов</i>	240
ШКУТИН Л. И. <i>Презентация монографии</i>	241
ШОРОХОВ Е. В., ПОПОВ В. В., КУЗНЕЦОВ Д. В., СТОЛБОВСКИЙ А. В., ПОПОВА Е. Н., МИНАЕВ И. В., НАСОНОВ П. А., ОГЛЕЗНЕВА Н. П. <i>Получение субмикроструктурного никеля при динамически интенсивной пластической деформации</i>	242
ШУТОВ А. В. <i>Сравнительный анализ различных подходов к упруго-пластичности при конечных деформациях</i>	243

Дифференциальные уравнения и теория функций. Математические проблемы механики сплошных сред

FOLDING OF VORTICITY FIELD AS A ROUTE TO THE KOLMOGOROV SPECTRUM

D. S. Agafontsev^{1,2}, E. A. Kuznetsov^{2,3}, A. A. Mailybaev^{4,5}

¹ *P. P. Shirshov Institute of Oceanology, Moscow, Russia*

² *Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

³ *P.N. Lebedev Physical Institute, Moscow, Russia*

⁴ *Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, Rio de Janeiro, Brazil*

⁵ *Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow, Russia*

This work is aimed for understanding nonlinear mechanisms at early stages of turbulence, when the flow is not yet affected by viscosity. Based on numerical simulations of the 3D incompressible Euler equations with generic large-scale initial conditions, we show the exponential growth of vorticity developing as thin pancake structures with the vorticity maximum related to the pancake width by the Kolmogorov-type power law, $\omega_{\max} \sim \ell^{-2/3}$. This self-similar dependence is explained as a consequence of the folding for vorticity field obtained from the asymptotic analysis. We argue that increasing with time number of such structures leads to formation of the Kolmogorov energy spectrum observed numerically in a fully inviscid flow.

KELVIN-VOIGHT EQUATIONS WITH p-LAPLACIAN: EXTINCTION AND BLOW UP

S. N. Antontsev¹, Kh. Khompysh²

¹ *CMAF, University of Lisbon, Lisbon, Portugal*

² *Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

Let $\Omega \subset R^n$, $n \geq 2$, be a bounded domain with smooth boundary $\Gamma = \partial\Omega$ and $Q_T = \Omega \times [0, T]$, $\Gamma_T = \Gamma \times [0, T]$. We study the following initial-boundary value problem for the Kelvin-Voight equation with p-Laplacian:

$$v_t + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \nu \operatorname{div} (|\nabla \vec{v}|^{q-2} \nabla \vec{v}_t) + \varkappa \operatorname{div} (|\nabla \vec{v}|^{p-2} \nabla \vec{v}) - \nabla \mathbb{P}(x, t) + \gamma |\vec{v}|^{m-2} \vec{v}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\vec{v}(x, t)|_{t=0} = \vec{v}_0(x), \quad x \in \Omega; \quad \vec{v}(x, t)|_{\Gamma_T} = 0, \quad (3)$$

where $\vec{v}(x, t)$ is a vector field of velocity of a fluid, $\mathbb{P}(x, t)$ is a pressure and ν, \varkappa, γ , and p, q, m are constants.

Equations of the type (1)-(3) appear in the mathematical modeling of various physical phenomena such as flows of Non-Newtonian fluids [1]- [3].

In this talk the blow up and extinction properties of solutions to the initial-boundary value problem (1)-(3) are investigated. The investigation of blow up properties of solution of equations of this type were discussed [4, 5] and reference therein. The analysis of extinction properties relies on the methods developed in [6].

References

1. *Oskolkov A. P.* Certain model nonstationary systems in the theory of non-Newtonian fluids, Tr. Mat. Inst. Steklova 127 (1975), 32–57 (Russian).
2. *Astarita G., Marucci Oskolkov G.* Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics, McGraw-Hill, London, 1974.
3. *Oskolkov A. P.* Nonlocal problems for equations of Kelvin-Voight fluids. — Zap. Nauch. Sem. LOMI 197 (1992), 120-158.
4. *M. Meyvaci* Blow up of solutions of pseudoparabolic equations, J. Math. Anal. Appl. 352(2009) p. 629-633.
5. *Al'shin A. B., Korpusov M. O., Sveshnikov A. G.* Blow-up in nonlinear Sobolev type equations, De Gruyter, Series: De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and Applications 15, (2011).
6. *Antontsev S. N., Diaz J. I., Shmarev S.* Energy methods for free boundary problems. Applications to nonlinear PDEs and fluid mechanics. Birkhauser Boston, Inc., Boston, MA, 2002. 329 pp. ISBN 0-8176-4123-8

THERMAL MOTION OF GAS

Yu. A. Chirkunov

Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia

We study the model describing thermal motion of gas in highly rarefied space. For a given initial distribution of the pressure a specific selection of mass Lagrange variables leads to a reduction of the differential equations describing this motion to the system, for which the number of independent variables is less on the unit. It means that in highly rarefied space for a given initial distribution of the pressure, all the gas particles are localized on the two-dimensional surface. For the obtained system we found all nontrivial conservation laws of the first order. We obtained the following exact solutions of the system: 1) solution, describing the state of the medium behind the front of shock wave after very strong blast, 2) solution, which depends on the time by exponential law, and describes the dynamic processes in highly rarefied space: or the scattering of the gas particles to infinity, or the localization of gas particles near a fixed surface, 3) solution, which describes in a highly rarefied space of a dynamic process in which each particle performs periodic oscillations, 4) solution, which describes the state of the medium after performing a series of very strong blasts, 5) solutions, which describe the processes taking place inside of the tornado. Using the symmetry properties of the system we got the generating formulas for the receipt of the new solutions using already found earlier solutions of the system.

This work was supported by Ministry of education and science of the Russian Federation, the state assignment N 2014/138, project N 435 and by the grant N NSh 2133.2014.1. of the Program of the Russian Federation President of Supporting of Leading Scientific Schools.

FUJITA-TYPE THEOREMS FOR DOUBLY DEGENERATE PARABOLIC EQUATIONS WITH A TIME-WEIGHTED SOURCE

A. V. Martynenko

Ural State University of Railway Transport, Ekaterinburg

We consider the Cauchy problem for an equation with a time-weighted source of the form

$$u_t = \operatorname{div}(u^{m-1}|Du|^{\lambda-1}Du) + \mu(t)u^p, \quad (1)$$

$$(x, t) \in Q_T = \mathbb{R}^N \times (0, T), \quad T > 0, \quad N \geq 2,$$

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^N. \quad (2)$$

We assume that $1 < \lambda + 1 < N$, $m + \lambda - 2 > 0$ (slow diffusion) and $u_0(x)$ is a non-negative function in the class $L^1_{loc}(\mathbb{R}^N)$. We also assume that there exist $\mu_1, \mu_2 = \text{const} > 0$, $\alpha \in \mathbb{R}$ such that

$$\mu_1(1+t)^\alpha \leq \mu(t) \leq \mu_2(1+t)^\alpha.$$

Let us introduce the notations $K = N(m + \lambda - 2) + \lambda + 1$, $p^*(\alpha) = 1 + (1 + \alpha)K/N$. The main results are the following theorems.

Theorem 2. *Let $\alpha \in \mathbb{R}$, $p > \max\{p^*(\alpha), 1\}$ and*

$$\|u_0\|_1 + \|u_0\|_q \leq \delta,$$

where $q > Q = N(p - m - \lambda + 1)/(\lambda + 1)$, δ is sufficiently small positive number depending only on the parameters of equation (1).

Then problem (1), (2) has global solution $u(x, t)$ and for any $t \in (0; \infty)$ the following estimates hold

$$\|u(\cdot, t)\|_\infty \leq \gamma t^{-\frac{N}{K}} \|u_0\|_1^{\frac{\lambda+1}{K}},$$

$$\|u(\cdot, t)\|_1 \leq \gamma \|u_0\|_1,$$

where positive constant γ depends only on the parameters of equation (1).

Theorem 2. *Let $\alpha > -(\lambda + 1)/K$ and $m + \lambda - 1 < p < p^*(\alpha)$.*

Then any nontrivial solution $u(x, t)$ to problem (1),(2) blows up in a finite time. This means that there exist positive numbers $\theta < 1$ and $T, R_0 < \infty$ such that

$$\int_{B_{R(t)}} (u(x, t))^{1-\theta} dx \rightarrow \infty \quad \text{for } t \rightarrow T,$$

where $B_r = \{x \in \mathbb{R}^N : |x| < r\}$, $R(t) = R_0(1+t)^{\frac{1}{K}}$.

CLASSICAL SOLVABILITY OF THE TWO-PHASE RADIAL VISCOUS FINGERING PROBLEM IN A HELE-SHAW CELL

A. Tani

Keio University, Yokohama, Japan

Classical Stefan problem is a nonlinear problem with a free boundary for heat equation.

Concerning a problem with analogous conditions on the free boundary for elliptic equations, one arrives at the two-phase Hele-Shaw problem (the Muskat or Muskat-Leibenzon problem), which is

of hydrodynamic type: in this case the time dependency of the problem is preserved due to the variation of the free boundary with time.

In this communication, we are concerned with proving the classical solvability of the two-phase Hele-Shaw problem with radial geometry by applying the same method as in the Stefan problem and justifying the vanishing the coefficients of the derivatives with respect to time in parabolic equations.

(This is a joint work with H. Tani)

COLLISION DYNAMICS OF VECTOR SCHROEDINGER EQUATION

M.D. Todorov

Faculty of Applied Mathematics and Informatics, Technical University of Sofia, Bulgaria

The investigation of soliton supporting systems is of great importance both for the applications and for the fundamental understanding of the phenomena associated with propagation of solitons. Recently, elaborate models such as Vector Schrodinger Equations appeared in the literature. They involve more parameters and possess richer phenomenology but are not fully integrable and require numerical approaches. The non-fully-integrable models possess as a rule three conservation laws: for (wave) "mass", (wave) momentum, and energy.

We construct a conservative fully implicit scheme with internal iterations in complex arithmetic, which allows us to reduce the computational time fourfold compared to the real arithmetic. The scheme faithfully represents the conservation laws within the round-off error.

We investigate collisions of solitary waves (quasi-particles (QP)) with arbitrary polarization and linear coupling in initial configuration. For various rates of cross-modulation parameter we elucidate numerically the role of nonlinear coupling on the QP dynamics and find that the QPs change their polarization after the collision. For large values of cross-modulation parameter, an additional QP is created during the collision. We establish that although the total energy is positive and conserved, the energy only of the system of identifiable after the collision QPs is negative, i.e., the different smaller excitations and radiation carry away part of the energy. The results about the phase speeds, momenta and masses of the QPs after the collision are compiled and discussed thoroughly.

The effects found seem to be novel and enrich the knowledge about the intimate mechanisms of nonlinear interaction of QPs as solutions of nonintegrable dynamical systems.

THE CAUCHY PROBLEM FOR TWO CLASSES OF PARABOLIC EQUATIONS WITH NONSTANDARD GROWTH

S.I. Shmarev

University of Oviedo, Oviedo (Spain)

The talk addresses the question of solvability of the Cauchy problem for the evolution equations with nonstandard growth conditions. The following equations are considered:

$$u_t - \operatorname{div}(|\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u) = f(x, t), \quad (1)$$

$$u_t - \operatorname{div}(D(x)|\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u) + A(x)|u|^{q(x)-2} u = f(x, t, u) \quad (2)$$

with given exponents $p(x) \geq 2$, $q(x) \geq 2$. The coefficients $A(x)$, $D(x)$ grow as $|x| \rightarrow \infty$ and may vanish on a set of zero measure in \mathbb{R}^n , the function $f(x, t, s)$ is globally Lipschitz-continuous with respect to $s \in \mathbb{R}$.

We derive sufficient conditions for the existence of weak solutions of the Cauchy problem in suitable weighted spaces of Orlicz-Sobolev type. In both cases the solution is constructed as the limit of solutions of a sequence of problems posed in bounded cylinders. An example of equations of the type (2) whose coefficients meet all the above conditions is given by the model equation

$$u_t = \operatorname{div} (|x|^\alpha |\nabla u|^{p(x)-2} \nabla u) - |x|^\delta (1 + |x|^\gamma) |u|^{q(x)-2} u$$

with nonnegative constant exponents α , δ , γ satisfying the inequalities

$$0 \leq \alpha < n \left(\frac{p^-}{s} - 1 \right), \quad 0 \leq \delta < n \left(\frac{q^-}{2} - 1 \right), \quad \delta + \gamma > n \left(\frac{q^+}{2} - 1 \right),$$

$p^- = \inf p(x)$, $q^- = \inf q(x)$, $q^+ = \sup q(x)$.

The results were obtained in collaboration with Prof. S. Antontsev (Univ. of Lisbon, Portugal), Prof. C. O. Alves (Univ. Federal de Campina Grande, Brazil), Prof. J. Simsen and M. S. Simsen (Univ. Federal de Itajubá, Brazil). The work was supported by the Research project MTM2013 - 43671 - P (Spain) and the program "Science Without Borders" (Brazil) CAPES - PVE - Process 88881.0303888 / 2013 - 01.

References

1. S. Antontsev, S. Shmarev. "On the Cauchy problem for evolution $p(x)$ -Laplace equation". To appear in Portugal Math. (2015).
2. S. Antontsev, S. Shmarev. "Evolution PDEs with Nonstandard Growth Conditions". Atlantis Studies in Differential Equations 4, 2015.

FREE-SURFACE HYDRODYNAMICS IN CONFORMAL VARIABLES

V. Zakharov

University of Arizona, Tucson, USA

The potential flow of two-dimensional ideal incompressible fluid with a free surface is studied. Using the theory of conformal mappings and Hamiltonian formalism allows us to derive exact equations of surface evolution. Simple form of the equations helped to discover new integrals of motion. These integrals are connected with analytical properties of conformal mapping and complex velocity. Existence of these additional integrals gives hope that the motion equations are completely integrable. Also, the simple form of these equations makes the numerical simulations of the free surface evolution very straightforward.

In the limit of almost flat surface the motion equations can be reduced to the Hopf equation. The equations have no rational solutions and the poles in the initial data generate growing cuts. The earlier stage of cuts development can be described analytically by means of the complex Hopf equations.

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ РЕДУКЦИЙ УРАВНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. В. Аксенов, А. А. Козырев

Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова

Методы группового анализа дифференциальных уравнений используются для построения редукций [1]. В работе [2] был предложен метод нахождения редукций уравнений в частных производных (УрЧП) с двумя независимыми переменными. В этой работе для уравнений Буссинеска были получены редукции, отличные от редукций, получаемых с помощью симметрий. В работе [3] был предложен метод построения редукций УрЧП с двумя независимыми переменными, основанный на идее инвариантности. В работе [4] предложен метод построения редукций, обобщающий предложенный метод на случай трех независимых переменных.

Рассматривается уравнение нестационарного осесимметричного пограничного слоя, записанное в следующем виде

$$r(x)u_{yt} - u_{yyy} + u_y u_{xy} - u_x u_{yy} - p(x, t) = 0. \quad (1)$$

Найдены все двумерные редукции уравнения (1) вида

$$u = U(x, y, t, w(s(x, y, t), q(x, y, t))), \quad (2)$$

при условии, что $w(s, q)$ является решением УрЧП с двумя независимыми переменными s и q . Найдены также одномерные редукции вида

$$u = U(x, y, t, w(z(x, y, t))), \quad (3)$$

где $w(z)$ является решением обыкновенного дифференциального уравнения. Редукции вида (2) и (3) существуют только при определенных функциях $r(x)$ и $p(x, t)$.

Решена задача групповой классификации уравнения (1). Используя ее результаты, было показано, что существуют редукции, не получаемые с помощью симметрий.

Подчеркнем, что основой рассматриваемого подхода является введение вспомогательных функций, являющихся инвариантами преобразований, связанных с произволом в нахождении редукций вида (2) и (3).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 15-01-00361 и 15-01-04677).

Список литературы

1. Овсянников Л.В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1978.
2. Clarkson P.A., Kruskal M.D. *New similarity reductions of the Boussinesq equation*. J. Math. Phys. 1989. V. 30. № 10. Pp. 2201–2213.
3. Аксенов А.В., Козырев А.А. *Редукции уравнения стационарного пограничного слоя с градиентом давления*. Доклады АН. 2013. Т. 449. № 5. С. 516–520.
4. Аксенов А.В., Козырев А.А. *Одномерные и двумерные редукции уравнения нестационарного осесимметричного пограничного слоя*. Вестник НИЯУ "МИФИ". 2013. Т. 2. № 4. С. 415–422.

ОПТИМИЗАЦИЯ В ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ МАСКИРОВКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ТЕЛ НА ОСНОВЕ ВОЛНОВОГО ОБТЕКАНИЯ

Г. В. Алексеев

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

В течение последних нескольких лет наблюдается все возрастающий интерес в развитии эффективных методов и стратегий для достижения невидимости объектов к волнам различной природы (электромагнитным, акустическим, волнам на воде и т.д.). Кроме сложнейших математических и физических аспектов создания основ теории, такой интерес мотивируется чрезвычайно важными технологическими приложениями к широкому множеству проблем от маскировки объектов специального назначения до неинвазивной медицинской диагностики.

В докладе рассматриваются задачи маскировки материальных тел от их обнаружения с помощью электромагнитной и акустической локации на основе метода волнового обтекания. Приводится обзор ряда методов маскировки и результатов решения задач маскировки, полученных с помощью этих методов. Развивается приближенный метод маскировки, основанный на использовании оптимизационного метода.

Сущность этого метода состоит во введении специального функционала качества, адекватно отвечающего рассматриваемой обратной задаче маскировки, и последующем сведении ее к задаче нахождения условного минимума введенного функционала качества. В качестве управлений выбираются неизвестные физические параметры среды или границы, входящие коэффициентами в дифференциальные уравнения рассматриваемых моделей или в импедансное граничное условие. Роль указанного функционала качества может играть, например, средне-квадратичная норма рассеянного акустического поля. Если, в частности, на решении экстремальной задачи указанный функционал обращается в нуль, то это эквивалентно равенству нулю рассеянного акустического поля. Последнее может означать, в свою очередь, что указанный объект невозможно обнаружить с помощью локации. Для решения так сформулированной задачи управления применяются хорошо разработанные к настоящему времени методы решения экстремальных задач. Важно отметить, что данный метод применим для решения задач, возникающих как при использовании пассивных средств маскировки, так и в случае смешанного метода маскировки, основанного на совместном использовании пассивных и активных средств маскировки. Более детально о данном методе можно прочитать в [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00313-а).

Список литературы

1. Alekseev G. V. *Cloaking via impedance boundary condition for the 2-D Helmholtz equation*. Appl. Anal. 2014. V. 93. N 2. P. 254–268.
2. Алексеев Г. В. *Оценки устойчивости в задаче маскировки материальных тел для уравнений Максвелла*. Журн. вычисл. матем. матем. физ. 2014. Т. 54. № 12. С. 1863–1878.

СМЕШАННАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Г. В. Алексеев^{1,2}, Р. В. Бризицкий^{1,2}

¹Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

²Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

В ограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с границей Σ , состоящей из двух частей Σ_ν и Σ_τ , рассматриваются стационарные уравнения МГД вязкой несжимаемой жидкости

$$\nu \Delta \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \varkappa \operatorname{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H} = \mathbf{f}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ в } \Omega, \quad (1)$$

$$\nu_1 \operatorname{rot} \mathbf{H} - \rho_0^{-1} \mathbf{E} + \varkappa \mathbf{H} \times \mathbf{u} = \nu_1 \mathbf{j}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = 0 \text{ в } \Omega, \quad (2)$$

$$\mathbf{u}|_\Sigma = \mathbf{g}, \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{n}|_{\Sigma_\tau} = q, \quad \mathbf{H} \times \mathbf{n}|_{\Sigma_\nu} = \mathbf{q}, \quad \mathbf{E} \times \mathbf{n}|_{\Sigma_\tau} = \mathbf{k}. \quad (3)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор скорости, \mathbf{H} – магнитное поле, \mathbf{E} – электрическое поле, $p = P/\rho_0$, где P – давление, $\rho_0 = \text{const}$ – плотность, $\varkappa = \mu/\rho_0$, $\nu_1 = 1/\rho_0\sigma = \varkappa\nu_m$, ν и ν_m – постоянные коэффициенты кинематической и магнитной вязкости, σ – постоянная электропроводимость, μ – постоянная магнитная проницаемость, \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали к $\partial\Omega$, \mathbf{j} – плотность внешних токов, \mathbf{f} – объемная плотность внешних сил, $\mathbf{g}, \mathbf{k}, \mathbf{q}$ и q – заданные на границе Σ и на ее частях Σ_τ и Σ_ν функции.

Все величины в (1)–(3) являются размерными и записаны в системе СИ. Физический смысл однородного аналога граничных условий для магнитного поля (3) отвечает ситуации, когда участок Σ_τ границы Σ является идеальным проводником, в то время как участок Σ_ν – диэлектрик.

С использованием результатов и методов [1–3] доказана глобальная разрешимость краевой задачи (1)–(3). Глобальная разрешимость однородного аналога задачи (1)–(3), когда все граничные функции в (3) равны нулю, установлена в [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00313-а).

Список литературы

1. Auchmuty G. *The main inequality of vector field theory*. Math. Modeling and Methods in Applied Sciences. 2004. V. 14. P. 79–103.
2. Алексеев Г. В. *Разрешимость задач управления для стационарных уравнений магнитной гидродинамики вязкой жидкости*. Сиб. матем. журн. 2004. Т. 45. № 2. С. 243–262.
3. Alekseev G., Brizitskii R. *Solvability of the boundary value problem for stationary magnetohydrodynamic equations under mixed boundary conditions for the magnetic field*. Applied Mathematics Letters. 2014. V. 32. P. 13–18.

КОНВЕКТИВНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ РАВНОВЕСИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

С. Н. Аристов¹, Е. Ю. Просвиряков²

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Казанский национальный исследовательский технический университет им.
А. Н. Туполева – КАИ

При описании динамических равновесий жидкости выделяют два подхода. В качестве первого укажем использование математического аппарата теоретической механики (уравнение Лагранжа, уравнения Гамильтона), а во втором случае используются уравнения движения идеальной жидкости (уравнение Эйлера). Исследование фигур равновесия жидкости является популярной задачей в теории интегрируемых систем, поскольку исходная задача является нелинейной, и авторами изучаются различные содержательные краевые задачи для потенциальных течений. Указанный тип движений важно изучать для различных приложений. Тем не менее, при описании динамических равновесий жидкости не учитывается влияние диссипативных и температурных факторов.

Для анализа динамических равновесий неизотермической вязкой несжимаемой жидкости удобно использовать систему уравнений Обербека-Буссинеска. Следует обратить внимание, что в работах, посвященных описанию равновесных фигур жидкости вращение рассматривалось как некое возмущение основного течения, но не как формообразующий фактор равновесных структур. В работе [1] было представлено точное решение нелинеаризованной системы уравнений Навье-Стокса, которое позволяет утверждать о том, что завихренность в диссипативной среде возникает не только в поле сил Кориолиса, а является проявлением действия инерционных сил при движении жидкости.

Для нахождения точного решения, описывающего динамические равновесия конвективных течений вязкой несжимаемой жидкости, использовался класс точных решений, в котором скорости течения жидкости линейно зависят от горизонтальных координат, а коэффициенты при координатах – от поперечной координаты и времени. Температура и давление являются квадратичными формами относительно продольных переменных. При нахождении неизвестных функций в случае стационарных течений исследуемую краевую задачу удалось решить, сведя систему уравнений Обербека-Буссинеска к обыкновенному дифференциальному уравнению пятого порядка. Вид полученных решений зависит от числа Прандтля. При единичном значении числа Прандтля гидродинамические поля выражаются через гипергеометрические функции, а остальных случаях используются специальные функции Эйри (Айри). Отметим, что найденные решения справедливы не только на больших масштабах, где существенно влияние гравитации, и малых масштабах, где на первую роль образования равновесных структур выходят силы Марангони, но и на промежуточных масштабах, где справедливо приближение Буссинеска.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФСР МФП НТС и ИВФ РТ.

Список литературы

1. Аристов С. Н., Просвиряков Е. Ю. *Неоднородные течения Куэтта*. Нелинейная динамика. 2014. Т. 10. № 2. С. 177-182.

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА

С. Н. Аристов¹, Е. Ю. Просвиряков²¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь²Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – КАИ

Классическое изотермическое течение Куэтта между двумя бесконечными плоскостями привлекает внимание исследователей на протяжении полутора столетий. Содержательная физическая постановка позволила свести трехмерную нелинейную систему уравнений Навье-Стокса к линейному параболическому уравнению типа теплопроводности. Это решение принадлежит к классу точных решений, в котором скорости линейно зависят от части координат. Характерной особенностью течения Куэтта является пренебрежение конвективным ускорением над вязкими силами. В работе [1] построено точное решение, описывающее крупномасштабное течение жидкости с наличием конвективной производной в уравнениях Навье-Стокса (вертикальная скорость жидкости равна нулю; изменение давления пренебрежимо мало). Рассмотренная краевая задача описывает движение жидкости при неоднородном распределении скоростей на свободной границе. Учет нелинейных слагаемых в уравнениях Навье-Стокса позволяет описывать противотечения вязкой несжимаемой жидкости и описывать завихренную жидкость при отсутствии сил Кориолиса [1].

При наблюдении движения жидкости оказывается существенным распределение температуры. Будем рассматривать для описания неизотермических движений приближение Буссинеска (система уравнений Обербека-Буссинеска). Скорости V_x и V_y представим следующим образом:

$$V_x = U(z, t) + u(z, t)y, \quad V_y = V(z, t).$$

Поля температуры и давления линейно зависят от горизонтальных координат:

$$P = P_0(z, t) + P_1(z, t)x + P_2(z, t)y, \quad T = T_0(z, t) + T_1(z, t)x + T_2(z, t)y.$$

Заметим, что при конвективном крупномасштабном течении изменением давления пренебрегать нельзя. Для определения неизвестных функций необходимо подставить эти решения в систему Обербека-Буссинеска провести тривиальные преобразования и выписать систему уравнений, полученную при равнении нулю выражений при степенях координат x и y . Рассматриваются стационарные и нестационарные течения. Показано влияние завихренности на распределение температуры и эволюцию конвективных противотечений.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФСР МФП НТС и ИВФ РТ.

Список литературы

1. Аристов С. Н., Просвиряков Е. Ю. *Неоднородные течения Куэтта*. Нелинейная динамика. 2014. Т. 10. № 2. С. 177-182.

ИНВАРИАНТНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИММЕТРИЙ И ГРУППОВАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ОДУ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ю. Ю. Багдерина

Институт математики с ВЦ УНЦ РАН, Уфа

Рассматривается задача классификации уравнений

$$\frac{d^2y}{dx^2} = S(x, y) \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + 3R(x, y) \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 3Q(x, y) \frac{dy}{dx} + P(x, y) \quad (1)$$

по допускаемым группам точечных преобразований. При доказательстве неэквивалентности получаемых представителей используются инварианты семейства уравнений (1), замкнутого относительно произвольных точечных замен переменных

$$\tilde{x} = \phi(x, y), \quad \tilde{y} = \psi(x, y), \quad \frac{\partial(\phi, \psi)}{\partial(x, y)} \neq 0. \quad (2)$$

В [1] для него решена проблема эквивалентности. Для шести типов уравнений (1) построен базис инвариантов $I_1(x, y), \dots, I_n(x, y)$ и операторы инвариантного дифференцирования $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$. Здесь показано, что симметрии, допускаемые уравнением, могут быть описаны в терминах его инвариантов. Уравнения (1) остальных типов вырождены настолько, что не имеют абсолютных инвариантов.

При групповой классификации отбор уравнений, обладающих симметриями, производится на основе известного критерия. А именно, если все базисные инварианты постоянны, то уравнение допускает двухпараметрическую группу. Если

$$\text{rank} \left\| \frac{\partial(I_1, \mathcal{D}_1 I_1, \mathcal{D}_2 I_1, \dots, I_n, \mathcal{D}_1 I_n, \mathcal{D}_2 I_n)}{\partial(x, y)} \right\| = 1,$$

то уравнение допускает однопараметрическую группу.

Уравнения (1) с первого по третий тип, обладающие симметрией, некоторой заменой переменных (2) преобразуются к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2} = g(y) \frac{dy}{dx} + f(y), \quad g' \neq 0.$$

Для них при групповой классификации получены три представителя, допускающие однопараметрическую группу, и два, допускающие двухпараметрическую группу. Уравнения (1) с четвертого по седьмой тип некоторой заменой (2) приводятся к виду

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f(x, y)$$

и для них результат групповой классификации совпадает со списком уравнений, полученным С. Ли [2] и Л.В. Овсянниковым [3].

Список литературы

1. Bagderina Yu. Yu. *Invariants of a family of scalar second-order ordinary differential equations*. J. Phys. A: Math. Theor. 2013. V. 46, № 29. 295201.
2. Lie S. *Gesammelte Abhandlungen. Band 5. Paper XVI*. Leipzig: BG Teubner, 1924. S. 432–446.

3. Овсянников Л. В. *Групповая классификация уравнений вида $y'' = f(x, y)$* . ПМТФ. 2004. Т. 45, № 2. С. 5–10.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ РЯДАМИ МНОГОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМОГО ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА

*С. П. Баутин, В. Ф. Габдулхаев, В. Е. Замыслов, О. Д. Зорина,
П. А. Козлов, П. П. Скачков*

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

Моделируются одномерные и многомерные течения сжимаемого газа при учете его вязкости и теплопроводности. Это моделирование производится с помощью построения приближенных решений полной системы уравнений Навье–Стокса при постоянных значениях коэффициентов вязкости μ_0 и теплопроводности κ_0 . Решения различных начально-краевых задач представляются как бесконечные ряды гармоник по пространственным переменным с коэффициентами, зависящими от времени. Например, в одномерном случае решение записывается в виде

$$\begin{aligned}\delta(t, x) &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \delta_k(t) \cos kx, \\ u(t, x) &= \sum_{k=1}^{\infty} u_k(t) \sin kx, \\ p(t, x) &= 1 + p_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} p_k(t) \cos kx,\end{aligned}\tag{1}$$

где коэффициенты $\delta_k(t)$, $u_k(t)$, $p_k(t)$ и функция $p_0(t)$ определяются из бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений [1]. Доказано конкретное свойство решений этой системы. Из установленного свойства следует теорема о кратных частотах. Именно, если начальные условия содержат конечное число гармоник, то в суммах вида (1) по каждой пространственной переменной могут присутствовать только гармоники с частотами, кратными наибольшему общему делителю частот гармоник, входящих в начальные условия по соответствующей переменной [2, 3].

Список литературы

1. Баутин С.П., Замыслов В.Е. Представление приближенных решений полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2012. Том 17, № 3. С. 3–12.
2. Замыслов В.Е. Стоячие волны как решения полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. – 2013. – Том 18. – № 2. – С. 33–45.
3. Баутин С.П., Замыслов В.Е., Скачков П.П. Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа. – Новосибирск: Наука, 2014. – 90 с.

АНАЛОГ ТЕЧЕНИЯ ПУАЗЕЙЛЯ ДЛЯ ПОЛИМЕРНОЙ СРЕДЫ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ. ОТСУТСТВИЕ ЛИНЕЙНОЙ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В СЛУЧАЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

А. М. Блохин, Д. Л. Ткачев

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет

В докладе рассматривается новая реологическая модель, которая с приемлемой точностью учитывает нелинейные эффекты, возникающие при течении полимерной среды. Эта модель, основным звеном которой является новое реологическое соотношение, устанавливающее связь между кинематическими характеристиками потока и внутренними термодинамическими параметрами - модификация известной модели Покровского – Виноградова [1, 2]. По мнению авторов модели, она продемонстрировала свою высокую эффективность при численном исследовании течений полимеров в областях со сложной геометрией [3, 4].

Изучается линейная устойчивость экспериментально наблюдаемого аналога течения Пуазейля для системы уравнений Навье – Стокса, причем возмущения – периодические функции по переменной, связанной с длиной бесконечного плоского канала.

Оказывается, что если в качестве предельного решения выбрать стационарное течение типа Пуазейля, то возмущения с возрастанием времени не выходят на такой стационарный режим [5].

Список литературы

1. Пышнограй Г. В., Покровский В. Н., Яновский Ю. Г., Образцов И. Ф., Карнет Ю. Н. *Определяющее уравнение нелинейных вязкоупругих (полимерных) сред в нулевом приближении по параметрам молекулярной теории и следствия для сдвига и растяжения*. ДАН. 1994. Т. 355. №9. С. 612–615.
2. Volkov V. S., Vinogradov G. V. *Molecular theories of nonlinear viscoelasticity of polymers*. Rheol. Acta. 1984. V. 23. №3. P. 231–237.
3. Алтухов Ю. А., Гусев А. С., Пышнограй Г. В. *Введение в мезоскопическую теорию текучих полимерных систем*. Барнаул: АлтГПА, 2012.
4. Алтухов Ю. А., Пышнограй Г. В. *Входные течения в канале 4:1 текучих линейных полимеров*. Механика композиционных материалов и конструкций. 2001. Т. 7. №1. С. 6–23.
5. Блохин А. М., Ткачев Д. Л. *Линейная асимптотическая неустойчивость стационарного течения полимерной среды в плоском канале в случае периодических возмущений*. Сиб. ЖИМ. 2015. Т. XVII. №3. С. 13–25.

ЛИНЕЙНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ТЕЧЕНИЯ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В БЕСКОНЕЧНОМ КАНАЛЕ

А. М. Блохин^{1,2}, Д. Л. Ткачев^{1,2}, А. В. Егитов²

¹Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

В настоящей работе изучается новая реологическая модель, которая с приемлемой точностью учитывает нелинейные эффекты, возникающие при рассмотрении движения полимерной среды как суспензии невзаимодействующих упругих гантелей [1]. Каждая из гантелей представляет собой две броуновские частицы, связанные упругой силой и движущиеся в анизотропной жидкости, образованной растворителем и другими гантелями.

Для течения полимерной среды в бесконечном плоском канале линеаризованная относительно аналога течения Пуазейля для системы Навье – Стокса формулируется следующим образом: в области

$G = \{(t, x, y) | t > 0, (x, y) \in \Pi = \{(x, y) | |x| < \infty, 0 < y < 1\}\}$ требуется найти решение системы

$$U_t + \hat{B}U_x + \hat{C}U_y + \hat{R}U + F = 0, \quad (1)$$

$$\Delta\Omega = \frac{1}{Re}\{\sigma_{xx} + 2(a_{12})_{xy}\} - 2\hat{\omega}v_x, \quad (2)$$

удовлетворяющее граничным условиям:

$$u|_{y=0} = v|_{y=0} = u|_{y=1} = v|_{y=1} = 0, \quad (3)$$

$$\Omega_y = \frac{1}{Re}(a_{12})_x \quad \text{при } y = 0, 1; \quad (4)$$

$$\|U\| \rightarrow 0, \quad p \rightarrow 0, \quad p_x \rightarrow 0 \quad \text{при } |x| \rightarrow \infty \quad (5)$$

и начальным данным

$$U|_{t=0} = U_0(x, y), \quad p|_{t=0} = p_0(x, y). \quad (6)$$

Здесь $U = (u, v, a_{11}, a_{12}, a_{22})^T$, u, v - компоненты вектора скорости, a_{ij} - компоненты симметрического тензора анизотропии, $\sigma = a_{11} - a_{22}$, $\Omega = p - \frac{1}{Re}a_{22}$,

p - гидростатическое давление, $\hat{\omega} = \hat{u}_y$, Re - число Рейнольдса, матрицы $\hat{B}, \hat{C}, \hat{R}$ зависят от основного решения и физических параметров модели, $F = (p_x, p_y, 0, 0, 0)^T$.

Доказывается, что нулевое решение смешанной проблемы (1)-(6) не является устойчивым по Ляпунову [2].

Список литературы

- Алтухов Ю. А., Головичева И. Э., Пышнограй Г. В. *Молекулярный подход в динамике линейных полимеров: теория и численный эксперимент*. Известия РАН. МЖГ. 2000. № 1. С. 3–13.
- Блохин А. М., Ткачев Д. Л., Егитов А. В. *Линейная неустойчивость решений математической модели, описывающей течения полимеров в бесконечном канале*. Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т. 55. № 5.

НЕКОММУТАТИВНАЯ РЕДУКЦИЯ И РАЗДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕННЫХ В УРАВНЕНИИ ДИРАКА С ВНЕШНИМ ПОЛЕМ, ДОПУСКАЮЩИМ ГРУППУ СИММЕТРИИ $E(2)$ и $SO(3)$

А. И. Бреев, А. В. Шаповалов

Томский государственный университет, Томск

Томский политехнический университет, Томск

Рассматривается стационарное уравнение Дирака

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad \hat{H} = -i\alpha^k \partial_k + \beta m + V(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} = (x, y, z), \quad (1)$$

где $V(\mathbf{r})$ – потенциал внешнего поля. Для сферически симметричного потенциала $V(r)$, $r = |\mathbf{r}|$, уравнение (1) допускает группу $SO(3)$, а для потенциала вида $V(z)$ уравнение (1) имеет группу симметрии $E(2)$. Для данных потенциалов уравнение (1) допускает разделение переменных (с помощью полного набора коммутирующих операторов симметрии):

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{r}) &= e^{i(k_1 x + k_2 y)} f_{k_1 k_2 s}(z), & V &= V(z), \\ \psi(\mathbf{r}) &= \Omega_{jMs}(\theta, \phi) f_{js}(r), & V &= V(r), \end{aligned}$$

где $\Omega_{jMs}(\theta, \phi)$ – шаровой спинор, k_1, k_2, j, M, s – квантовые числа.

С другой стороны, уравнение (1) с такими симметриями может быть редуцировано к системе обыкновенных дифференциальных уравнений методом некоммутативного интегрирования [1]. Ключевой конструкцией данного метода является специальное операторно-неприводимое представление T алгебры группы симметрии операторами $l(q, \partial_q)$ первого порядка, определенными на функциях, заданных на лагранжевом подмногообразии Q к орбите коприсоединенного представления группы симметрии [2].

В данной работе рассмотрена связь между некоммутативной редукцией и системой обыкновенных уравнений в разделяющихся переменных. Для группы симметрии $E(2)$ в явном виде найдена связь между величинами $q \in Q$ и физическими наблюдаемыми – квантовыми числами. Для группы $SO(3)$ найдена связь между шаровыми спинорами $\Omega_{jMs}(\theta, \phi)$ и матричными элементами представления T , поднятого до представления группы.

Работа частично поддержана Программой повышения конкурентоспособности Томского государственного университета, программой «Наука», контракт № 1.676.2014/К.

Список литературы

1. Шаповалов А. В., Широков И. В. *Некоммутативное интегрирование линейных дифференциальных уравнений*. ТМФ. 1995. Т. 104. №2. С. 195–213.
2. Широков И. В. *Координаты Дарбу на К-орбитах и спектры операторов Казимира на группах Ли*. ТМФ. 2000. Т. 123. №3. С. 407–423.

РАЗНОСТНО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А. Ф. Воеводин, Т. В. Протопопова

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск

В работе с помощью сопряженных уравнений предложен метод решения краевых задач для уравнений второго и третьего порядка. Особенность метода заключается в том, что при построении дискретных (разностных) краевых задач не используются аппроксимации дифференциальных операторов. Метод обобщается на решение краевых задач для уравнений более высоких порядков с помощью факторизации оператора задачи [1, 2]. Метод был эффективно использован для решения задачи регуляризации.

Список литературы

1. Воеводин А. Ф. *Метод факторизации для линейных и квазилинейных сингулярно возмущенных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений*. Сиб. журн. вычисл. математики. 2009. Т. 12. № 1. С. 1–15.
2. Воеводин А. Ф. *Метод сопряженных операторов для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка*. Сиб. журн. вычисл. математики. 2012. Т. 15. № 3. С. 251–260.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ДЛЯ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Г. В. Демиденко

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

В монографии [1] изучались краевые задачи для некоторых классов уравнений, не разрешенных относительно старшей производной

$$L_0(D_x)D_t^m u + \sum_{k=0}^{m-1} L_{m-k}(D_x)D_t^k u = f(t, x), \quad (1)$$

где $L_0(D_x)$ — квазиэллиптический оператор. Одним из таких классов был класс псевдогиперболических уравнений. Этот класс был введен в [1], как обобщение строго гиперболических уравнений и одного класса уравнений, рассмотренного в [2]. Отметим, что класс псевдогиперболических уравнений содержит, в частности, уравнения, возникающие при изучении колебаний стержней, балок и др. (модели Рэлея – Бишопа, Рэлея – Лява и т.д.).

При исследовании задачи Коши для псевдогиперболических уравнений (1) с постоянными коэффициентами в работах [1, 3] были впервые получены энергетические оценки и доказаны теоремы о разрешимости в весовых соболевских пространствах. Аналогичные результаты с использованием техники псевдодифференциальных операторов были получены в [4]. В настоящей работе получены энергетические оценки для класса псевдогиперболических уравнений с переменными коэффициентами.

Список литературы

1. Демиденко Г. В., Успенский С. В. *Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной*. Новосибирск: Научная книга, 1998.
2. Гальперн С. А. *Задача Коши для общих систем линейных уравнений с частными производными*. Успехи мат. наук. 1963. Т. 18, вып. 2. С. 239–249.
3. Demidenko G. V. *On solvability of the Cauchy problem for pseudohyperbolic equations*. Sib. Adv. Math. 2001. V. 11, No. 4. P. 25–40.
4. Fedotov I., Volevich L. R. *The Cauchy problem for hyperbolic equations not resolved with respect to the highest time derivative*. Russ. J. Math. Phys. 2006. V. 13, No. 3. P. 278–292.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ И ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ В ЛИНЕЙНЫХ ЧЛЕНАХ

Г. В. Демиденко, И. И. Матвеева

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет

Рассматриваются некоторые классы систем нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и периодическими коэффициентами в линейных членах. Используя функционалы типа Ляпунова – Красовского, предложенные в [1, 2], мы устанавливаем достаточные условия экспоненциальной устойчивости нулевого решения систем, находим множества притяжения нулевого решения и получаем оценки экспоненциального убывания решений систем при $t \rightarrow \infty$. Полученные результаты частично опубликованы в [3–6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00329).

Список литературы

1. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Асимптотические свойства решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом*. Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2005. Т. 5, № 3. С. 20–28.
2. Demidenko G. V. *Stability of solutions to linear differential equations of neutral type*. J. Anal. Appl. 2009. V. 7, No. 3. P. 119–130.
3. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Устойчивость решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и периодическими коэффициентами в линейных членах*. Сиб. мат. журн. 2007. Т. 48, № 5. С. 1025–1040.
4. Матвеева И. И. *Оценки решений одного класса систем нелинейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом*. Сиб. журн. индустр. матем. 2013. Т. 16, № 3. С. 122–132.
5. Демиденко Г. В., Матвеева И. И. *Об оценках решений систем дифференциальных уравнений нейтрального типа с периодическими коэффициентами*. Сиб. мат. журн. 2014. Т. 55, № 5. С. 1059–1077.

6. Demidenko G.V., Matveeva I.I. *Estimates for solutions to a class of nonlinear time-delay systems of neutral type*. Electron. J. Differential Equations. 2015. V. 2015, No. 34. P. 1–14.

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МОДЕЛИ СЖИМАЕМОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДВУМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОДЫ

С. Л. Дерябин, А. В. Мезенцев, А. П. Садов

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

В настоящее время для описания волн используются приближенные модели мелкой воды [1], которые не позволяют определять распределения параметров жидкости по вертикали. Однако для описания реальных физических процессов в работе [2] рассматривалась модель сжимаемой сплошной среды в виде системы уравнений газовой динамики. В настоящей работе для описания воды использовалась двумерная модель газовой динамики для политропного газа с показателем политропы равным 7.02 [3]. Рассматривался плоский слой жидкости ограниченный свободной поверхностью и непроницаемым дном. Предполагалось, что жидкость находится в гравитационном поле, является сжимаемой и невязкой. Исследовались две задачи. В первой задаче предполагалось, что на свободной поверхности - границе жидкости плотность среды равна нулю. В этом случае в виде сходящихся рядов решение построено в окрестности свободной поверхности. У построенного решения найдена звуковая характеристика и значения параметров жидкости на ней. В виде сходящихся рядов построено течение, лежащее между звуковой характеристикой и непроницаемым дном. Во второй задаче предполагалось, что граница вода-воздух является контактными разрывом. Плотность воды существенно больше плотности воздуха, поэтому предполагается, что значения параметров воды через условия Гюгонио определяют значения параметров воздуха. В виде сходящихся рядов построено решение двух начально-краевых задач, описывающих течение от контактного разрыва до непроницаемого дна.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00198).

Список литературы

1. Хакимзянов Г. С., Шокин Ю. И., Барахнин В. Б., Шокина Н. Ю. *Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами*. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2001. 394 с.
2. Жуковский Н.Е. *О гидравлическом ударе в водопроводных трубах. Полное собрание сочинений. Т. VII. Гидравлика*. Москва: Главная редакция авиационной литературы. 1937. С. 58–146.
3. Нигматуллин Р. И., Болотнова Р. Х. *Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Метод построения*. Теплофизика высоких температур. 2008. Т. 46. № 2. С. 206–218.

РЕЗОНАНСЫ В ФИЗИКЕ И ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

С. В. Дятлов

Массачусеттский технологический институт, Кэмбридж, Массачусеттс, США

Резонансы — комплексные характеристические частоты экспоненциально убывающих волн, возникающих в системах, где энергия может уходить на бесконечность. Резонансы часто встречаются в *резонансных разложениях*, имеющих вид

$$u(t) = \sum_{\Im \omega_j > -\nu} e^{-it\omega_j} u_j + \mathcal{O}(e^{-\nu t}), \quad \nu > 0. \quad (1)$$

Мы рассмотрим следующие системы, допускающие резонансы:

1. $u(t)$ — решение волнового уравнения на некомпактном римановом многообразии с границей, удовлетворяющем определенным условиям на бесконечности. Классический пример такого многообразия — дополнение компактного множества с гладкой границей в \mathbb{R}^3 , отвечающее рассеянию волн на препятствиях. См. к примеру [1].
2. $u(t) := \rho_{f,g}(t)$ — корреляция

$$\rho_{f,g}(t) = \int_M (f \circ \varphi^{-t}) g d\mu,$$

где (M, μ) — гладкое многообразие с гладкой мерой, $f, g \in C^\infty(M)$ и φ^t — гладкий поток векторного поля на M , удовлетворяющий условиям гиперболичности. Классический пример такого потока — геодезический поток на многообразии отрицательной кривизны. См. к примеру [2].

В данном докладе, носящем обзорный характер, будут рассмотрены несколько вопросов из теории резонансов, в том числе:

- каким образом определить резонансы и в каких случаях это возможно?
- как геометрические и динамические свойства задачи влияют на асимптотическое распределение резонансов?
- в каких случаях выполняется разложение (1)?

Ответы на многие из этих вопросов опираются на микролокальный анализ: область математики, в которой идеи корпускулярно-волнового или классическо-квантового соответствия применяются к исследованию дифференциальных уравнений.

Список литературы

1. Semyon Dyatlov and Maciej Zworski, *Mathematical theory of scattering resonances*, book in progress, <http://math.mit.edu/~dyatlov/res/>
2. Semyon Dyatlov and Colin Guillarmou, *Pollicott–Ruelle resonances for open systems*, preprint, <http://arxiv.org/abs/1410.5516>.

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ КОНВЕКЦИИ ДЛЯ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ

М. В. Ефимова

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

Объектом исследования являются решения уравнений конвекции, имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned} u_j &= U_j(y, t)x + W_j(y, t); & v_j &= V_j(y, t); & p_j &= P_j(x, y, t); \\ \theta_j &= T_j(y, t)x^2 + Q_j(y, t); & c_1 &= C(y, t)x^2 + K(y, t); & j &= 1, 2. \end{aligned}$$

Рассматривается система уравнений, описывающая плоское совместное движение бинарной смеси и вязкой теплопроводной жидкости с общей поверхностью раздела. Внешние границы системы - неподвижные твердые стенки. Бинарная смесь заполняет область $\Omega_1 = |x| < \infty, 0 < y < l_1$, а вязкая теплопроводная жидкость — $\Omega_2 = |x| < \infty, l_1 < y < l_2$.

В качестве основной модели движения используется система уравнений Обербека-Буссинеска, дополненная уравнениями тепло- и массопереноса. На твердых стенках заданы условия прилипания, закон распределения температуры $\theta_j = A_{j0}x^2 + B_{j0}$ и отсутствие потока вещества через стенку. Поверхность раздела предполагается плоской и недеформируемой с заданными кинематическим, динамическим условиями, условиями равенства температур и потоков тепла. Предполагается, что через поверхность раздела нет потока вещества [1].

Обсуждаются режимы конвективного течения системы жидкостей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00067)

Список литературы

1. Андреев В. К., Захватаев В. Е., Рябицкий Е. А. *Термокапиллярная неустойчивость*. Новосибирск.: Наука, 2000.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОНСТАНТ КРИСТОФФЕЛЯ-ШВАРЦА МЕТОДОМ П.П. КУФАРЕВА

Жамбаа Сонинбаяр, А.М. Бубенчиков

Томский государственный университет, Томск

Интеграл Кристоффеля-Шварца

$$z = \int_0^w (w - a_1)^{\alpha_1} (w - a_2)^{\alpha_2} \cdots (w - a_n)^{\alpha_n} dw, \quad (1)$$

отображает верхнюю полуплоскость w на прямолинейный многоугольник в области z . Показатели степени α_k в нем известны, а связь прообразов вершин a_k с длинами сторон многоугольника заранее не известна. В этом состоит основная трудность применения на практике формулы (1).

Для многоугольников, имеющих форму 'разрезов', свой метод решения задачи о параметрах a_k предложил П.П. Куфарев [1]. Дальнейшие теоретические исследования этого метода, с обобщением и на круговые многоугольники, продолжены в монографии [2]. Данный метод

применяется к многоугольникам, имеющим хотя бы один прямолинейный разрез. Если прообраз вершины этого разреза обозначить через λ , тогда в уравнении (1) должен появиться множитель $w - \lambda$. Для этого случая доказано, что прообразы вершин можно рассматривать как функции некоторого параметра t : $a_k = a_k(t)$, $\lambda = \lambda(t)$, и их нахождение сводится к численному интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\dot{a}_k = \frac{1}{a_k - \lambda}, \quad k = 1 \dots n, \quad \dot{\lambda} = \sum_{k=1}^n \frac{\alpha_k}{\lambda - a_k}. \quad (2)$$

Пусть при $t = t_0$ известны прообразы a_k , тогда уравнения (2) описывают изменения этих величин при добавлении к n -угольнику прямолинейного разреза длины $L(t)$. Интересно, что вершины многоугольника в плоскости z при этом не зависят от t и остаются неподвижными.

Это замечательное свойство можно использовать для определения параметров Кристоффеля-Шварца практически любого односвязного многоугольника, составленного из прямолинейных разрезов, выпускаемых в определенной последовательности. Такой способ имеет большие преимущества перед другими приближенными методами, так как он не требует громоздких вычислений, хорошо программируется, и дает достаточно точное значение искомых параметров.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

Список литературы

1. Куфарев П. П. *Об одном методе определения параметров в интеграле Кристоффеля-Шварца*. ДАН СССР. 1947. Т. 57. С. 535–537.
2. Александров И. А. *Параметрические продолжения в теории однолистных функций*. М.: Наука, 1976.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЕРЕХОДА ОТ СОСТОЯНИЯ ОДНОРОДНОГО К СОСТОЯНИЮ НЕОДНОРОДНОГО ПОКОЯ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА

О. Д. Зорина

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

В работах [1], [2] предложена методика построения одномерных решений полной системы уравнений Навье-Стокса с помощью бесконечных тригонометрических рядов. Эти решения моделируют соответствующие течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа. В данной работе с помощью предложенной методики строятся двумерные нестационарные решения этой нелинейной системы уравнений с частными производными.

Рассматривается следующая газодинамическая задача. В начальный момент времени газ находится в состоянии однородного покоя. В связи с соответствующим внешним воздействием начинается движение газа, которое при $t \rightarrow +\infty$ переводит газ в состояние неоднородного покоя с линейным распределением температуры от x , y .

Для моделирования этого течения используются бесконечные тригонометрические ряды с гармониками, зависящими от x , y . Коэффициенты перед гармониками являются искомыми функциями от времени. Для этих коэффициентов с помощью операции проецирования получена бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений. С помощью

специальных тождественных преобразований в системе делается переход от двойных сумм к одинарным. Для построения решения численным методом в тригонометрических рядах оставляется конечное число слагаемых и получается конечная система обыкновенных дифференциальных уравнений. Приведены результаты конкретных расчетов.

Список литературы

1. Баутин С.П., Замыслов В.Е. Представление приближенных решений полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2012. Том 17, № 3. С. 3–12.
2. Баутин С.П., Замыслов В.Е., Скачков П.П. Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа. – Новосибирск: Наука, 2014. – 90 с.

О ПОСТРОЕНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

А. Л. Казаков¹, А. А. Лемперт¹, С. С. Орлов²

¹*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск*

²*Иркутский государственный университет, Иркутск*

Работа посвящена аналитическому исследованию нелинейного параболического уравнения, описывающего распространение тепла в случае степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, а также фильтрацию идеального политропного газа в пористой среде (the porous medium equation [1]). Рассматриваемое уравнение в случае одной пространственной переменной принимает вид

$$u_t = uu_{rr} + \frac{1}{\sigma}u_r^2 + \frac{\mu}{r}uu_r, \quad (1)$$

где $u = u(t, r)$ — искомая функция, $\sigma > 0$, μ — константы. Параметр μ , строго говоря, может быть любым, однако наиболее интересными с точки зрения приложений являются значения $\mu = 0, 1, 2$ которые соответствуют симметричному относительно начала координат распространению тепла на прямой, плоскости и в пространстве соответственно.

Для уравнения (1) строятся решения, имеющие вид тепловой волны, которая распространяется по холодному фону с конечной скоростью [2]. Исследование проводится в двух направлениях. Во-первых, строятся решения "задачи А.Д. Сахарова об иницировании тепловой волны" [3] в классе кусочно-аналитических функций [4]. Однако радиус сходимости рядов обычно является ограниченным, а доказываемые утверждения — локальными. Для того чтобы преодолеть данное неудобство, авторы рассматривают специальные классы решений изучаемого типа, для которых можно более точно оценить область существования (второе направление исследований). В частности, построено автомодельное решение задачи о движении тепловой волны с заданной скоростью.

Список литературы

1. Vazquez J. L. *The Porous Medium Equation: Mathematical Theory*. Oxford: Clarendon Press, 2007.

2. Самарский А. А., Галактионов В. А., Курдюмов С. П., Михайлов А. П. *Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений*. М.: Наука, 1987.
3. Сидоров А. Ф. *Избранные труды: Математика. Механика*. М.: Физматлит, 2001.
4. Казаков А. Л., Лемперт А. А. *О существовании и единственности решения краевой задачи для параболического уравнения нестационарной фильтрации*. ПМТФ. 2013. Т. 54. № 2. С. 97–105.

РЕШЕНИЕ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕНИЕМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. Л. Казаков¹, Л. Ф. Спевак²

¹Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск

²Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург

Рассматривается нелинейное параболическое уравнение, описывающее распространение тепла в случае степенной зависимости коэффициента теплопроводности от температуры, а также процессы фильтрации и диффузии. В случае одной пространственной переменной оно имеет вид

$$u_t = uu_{rr} + \frac{1}{\sigma} u_r^2 + \frac{\mu}{r} uu_r,$$

где $u = u(t, r)$ – искомая функция, значение $\mu = 0$ соответствует плоскосимметричному случаю, $\mu = 1$ и $\mu = 2$ — симметричному относительно начала координат распространению тепла на плоскости и в пространстве соответственно. Постановка краевых задач для уравнения (1) рассмотрена в работе [1].

В данной работе представлены алгоритмы решения методом граничных элементов (МГЭ) уравнения (1) на основе подхода, предложенного в работе [2]. Рассматриваемые краевые условия в общем виде могут быть представлены следующим образом:

$$u|_{r=\mu R+a(t)} = f(t), \quad f(0) = 0, \quad f'(0) > 0. \quad (1)$$

Решение строится по шагам по времени. На каждом шаге рассматривается краевая задача для уравнения Пуассона

$$\Delta u = \frac{1}{u} \left(u_t - \frac{1}{\sigma} (\nabla u)^2 \right). \quad (2)$$

Если $f(t) \equiv 0$, т.е. задан фронт тепловой волны, в качестве граничных условий принимаются уравнение (2) и следующее из него условие для потока $q|_{r=\mu R+a(t)} = -\sigma a'(t)$. В противном случае, наряду с (2), учитываются условия $u|_{r=\mu R+b(t)} = 0$, $q|_{r=\mu R+b(t)} = -\sigma b'(t)$, где $r = \mu R + b(t)$ – неизвестный фронт тепловой волны. Наличие «лишнего» граничного условия позволяет параллельно с нахождением искомой функции определить фронт волны. Решение уравнения (2) с помощью МГЭ строится итерационно:

$$\Delta u^{(n+1)} = \left(u_t^{(n)} - (\nabla u^{(n)})^2 / \sigma \right) / u^{(n)}.$$

В результате на каждом шаге по времени получается непрерывное по пространственной координате решение.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных научных исследований УрО РАН, проект № 15-7-1-17.

Список литературы

1. Сидоров А. Ф. *Избранные труды: Математика. Механика*. М.: Физматлит, 2001.
2. Kazakov A. L., Spevak L. F. *Numerical and analytical studies of a nonlinear parabolic equation with boundary conditions of a special form* // Applied Mathematical Modelling. 2013. Vol. 37. Iss. 10–11. P. 6918–6928.

БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫЕ МНОГООБРАЗИЯ АССОЦИИРОВАННЫЕ С УРАВНЕНИЯМИ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

О. В. Капцов

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

В докладе вводятся аналитические функции в счетномерном пространстве типа \mathbb{R}^∞ и строится соответствующий пучок ростков функций. Определяется понятие аналитического многообразия и приводятся достаточные условия того, что аналитическое множество является многообразием.

Системы уравнений с частными производными порождают аналитические множества в счетномерном пространстве. Получены условия, при выполнении которых, уравнения в частных производных порождают аналитические многообразия. Данное исследование является продолжением работ [1], [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00).

Список литературы

1. Капцов О. В. *Системы образующих идеалов алгебры дифференциальных рядов*. Программирование. 2014. Т. 40. № 2. С. 32–40.
2. Капцов О. В. *Локальный алгебраический анализ дифференциальных систем*. ТМФ. 2015. (в печати).

ПРИМЕРЫ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О НЕСТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Е. А. Карабут, Е. Н. Журавлева

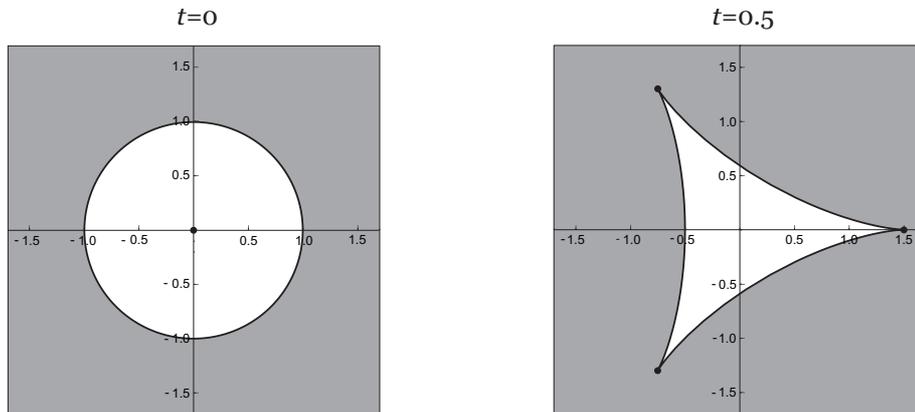
Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Рассматривается плоское потенциальное нестационарное течение идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей. Внешние силы и капиллярность отсутствуют. Жидкость в каждый момент времени t занимает некоторую область в плоскости комплексной переменной $z = x + iy$. Граница области является свободной, на ней поддерживается нулевое давление. Движение имеет инерционный характер т.е. вызывается начальным полем скоростей. Во все последующие моменты времени необходимо найти форму области и комплексную скорость $U(z, t)$ во всех точках жидкости.

Известно не много примеров точных решений такого рода задач. Единственный известный класс точных решений — течения с линейным полем скоростей. Открыт Дирихле в 1860 году.

В докладе будут представлены как отдельные примеры, так и двухпараметрические семейства точных решений с нелинейным полем скоростей.

На рисунке приведен пример течения с образованием трех особых точек на свободной поверхности. В начальный момент времени $t = 0$ жидкость занимает внешность единичного круга (левая часть рисунка), начальное поле скоростей $U(z, 0) = z^2$. Конечное положение при $t = 0.5$ изображено на правой части рисунка. Решение непродолжимо для $t > 1/2$.



Список литературы

1. Karabut E.A. *Exact solutions of the problem of free-boundary unsteady flows*. Comptes Rendus Mecanique. 2013. V. 341. P. 533–537.
2. Карабут Е.А., Журавлева Е.Н. *Нестационарные течения с нулевым ускорением на свободной границе*. Доклады Академии Наук. 2014. Т. 458. № 6. С. 656–659.
3. Karabut E.A., Kuzhuget A.A. *Conformal mapping, Pade approximants and example of flow with significant deformation of free boundary*. Euro. Jnl of Applied Mathematics. 2014. V. 25. P. 729–747.
4. Karabut E.A., Zhuravleva E.N. *Unsteady flows with a zero acceleration on the free boundary*. J. Fluid Mech. 2014. V. 754. P. 308–331.

О СУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕСТЕПЕННЫМИ НЕЛИНЕЙНОСТЯМИ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ОБЛАСТЯХ

Л. М. Кожевникова¹, А. А. Хаджи²

¹Стерлитамакский филиал Башкирского государственного университета, Стерлитамак

²Салаватский филиал Уфимского государственного нефтяного технического университета, Салават

В произвольной неограниченной области $\Omega \subset \mathbb{R}_n$, $n \geq 2$ для анизотропных квазилинейных эллиптических уравнений второго порядка рассматривается задача Дирихле

$$\sum_{\alpha=1}^n (a_{\alpha}(x, u, \nabla u))_{x_{\alpha}} - a_0(x, u, \nabla u) = \sum_{\alpha=1}^n f_{\alpha}(x) - f_0(x), \quad x \in \Omega; \quad (1)$$

$$u \Big|_{\partial\Omega} = 0. \quad (2)$$

Предполагается, что функции $a_\alpha(x, s_0, s)$, $\alpha = 0, \dots, n$, $x \in \Omega$, $\mathbf{s} = (s_0, s) = (s_0, s_1, \dots, s_n) \in \mathbb{R}_{n+1}$ каратеодориевы и подчиняются следующим условиям.

Пусть существуют измеримые неотрицательные $\psi(x), \psi_1(x) \in L_{1,\text{loc}}(\overline{\Omega})$ и положительные $\varphi(x), \varphi_1(x) \in L_{\infty,\text{loc}}(\overline{\Omega})$ функции такие, что для п.в. $x \in \Omega$ и $\mathbf{s} = (s_0, s), \mathbf{t} = (t_0, t) \in \mathbb{R}_{n+1}$, $\mathbf{s} \neq \mathbf{t}$, справедливы неравенства:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=0}^n a_\alpha(x, s_0, s) s_\alpha &\geq \varphi(x) \sum_{\alpha=0}^n B_\alpha(s_\alpha) - \psi(x); \\ \sum_{\alpha=0}^n \overline{B}_\alpha(a_\alpha(x, s_0, s)) &\leq \varphi_1(x) \sum_{\alpha=0}^n B_\alpha(s_\alpha) + \psi_1(x); \\ \sum_{\alpha=0}^n (a_\alpha(x, s_0, s) - a_\alpha(x, t_0, t))(s_\alpha - t_\alpha) &> 0. \end{aligned}$$

Здесь $B_0(z), \dots, B_n(z)$ — N -функции, удовлетворяющие условию Δ_2 , а $\overline{B}_0(z), \dots, \overline{B}_n(z)$ — дополнительные к ним, $f_\alpha \in L_{\overline{B}_\alpha,\text{loc}}(\overline{\Omega})$, $\alpha = 0, 1, \dots, n$ (см. [1]).

В работе исследуется разрешимость задачи (1), (2) в локальных пространствах Соболева–Орлича, никаких условий на поведение решений и рост входных данных при $|x| \rightarrow \infty$ не накладываемся. Условия существования решений во всем пространстве \mathbb{R}_n для изотропных эллиптических уравнений со степенными нелинейностями изучались в [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 13-01-00081-а).

Список литературы

1. Рудицкий Я. Б., Красносельский М. А. *Выпуклые функции и пространства Орлича*. М.: Гос. издательство физ.-мат. лит.-ры, 1958.
2. Лаптев Г. Г. *Существование решений некоторых квазилинейных эллиптических уравнений в R_n без условий на бесконечности*. *Фундаментальная и прикладная математика*. 2006. Т. 12. № 4. С. 133–147.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ОТДЕЛЬНЫХ ДВУМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА С ПОМОЩЬЮ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ РЯДОВ

П. А. Козлов

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

В докладе приведены результаты численно-аналитического моделирования двумерных течений вязкого теплопроводного газа. Рассмотрена предложенная в книге [1] методика, с использованием которой решены одномерные задачи. В данной работе эта методика использована для решения конкретных начально-краевых задач для полной системы уравнений Навье–Стокса в двумерном случае.

Двухмерное течение строится с использованием бесконечных рядов гармоник по пространственным переменным. Коэффициенты бесконечных сумм есть искомые функции, зависящие от времени.

Например, для удельного объёма δ , представление будет следующим:

$$\delta(t, x, y) = \delta_0^0 + \delta_0(t) + \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{k,1}(t) \cos kx + \sum_{k=1}^{\infty} \delta_{k,2}(t) \cos ky,$$

где x, y – пространственные переменные, t – время, δ_0^0 – заданная константа, $\delta_0(t)$, $\delta_{k,1}(t)$, $\delta_{k,2}(t)$ – искомые коэффициенты. Соответствующим образом выбираются представления для скоростей u, v и давления p . После проецирования функций на бесконечномерный базис, получается бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений для $\delta_0(t)$, $\delta_{k,i}(t)$, $u_{k,i}(t)$, $v_{k,i}(t)$, $p_0(t)$, $p_{k,i}(t)$, $i = 1, 2$.

При учете конечного числа гармоник получена конечная система обыкновенных дифференциальных уравнений и с помощью распараллеливания счета численно построены ее решения. Приведены результаты численных расчетов, которые, в частности, моделируют течение со сглаженной двумерной ударной волной, а также иллюстрируют теорему о кратных частотах.

Список литературы

1. Баутин С. П., Замыслов В. Е., Скачков П. П. *Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа*. Новосибирск.: Наука; Екатеринбург.: Изд-во УрГУПС, 2014.

АСИМПТОТИКА ФУНКЦИОНАЛА ЭНЕРГИИ ПЛАСТИНЫ ТИМОШЕНКО, СОДЕРЖАЩЕЙ ТРЕЩИНУ НА ГРАНИЦЕ ЖЕСТКОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

Н. П. Лазарев

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск

Рассматривается модель упругой пластины, содержащей жесткое включение. При этом предполагается, что пластина имеет сквозную трещину, расположенную на части границы жесткого включения. На кривой, задающей трещину, налагаются нелинейные условия непроникания противоположных берегов трещины. Эти условия имеют вид системы равенств и неравенств (условия типа Синьорини) [1]. Для задачи о равновесии пластины проводится анализ зависимости функционала энергии и решения от вариации геометрии пластины. С помощью достаточно гладкого отображения, определенного в срединной плоскости пластины, задается возмущение геометрии пластины [2]. Доказана непрерывная зависимость решений относительно параметра возмущения. Выведена формула производной функционала энергии пластины по отношению к параметру возмущения.

Список литературы

1. Лазарев Н. П. *Задача о равновесии пластины Тимошенко, содержащей сквозную трещину*. Сиб. журн. индустр. матем. 2011. Т. 14. № 4. С. 32–43.
2. Kovtunen V. A. *Primal-dual methods of shape sensitivity analysis for curvilinear cracks with nonpenetration*. IMA J. Appl. Math. 2006. V. 71. № 4. P. 635–657.

БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

З. В. Макридин

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

В статье Л.С. Понтрягина [1] (см. также монографию [2]) рассматривались динамические системы вида

$$\begin{cases} \dot{x} = -H_y(x, y) + p(x, y, \varepsilon) \\ \dot{y} = H_x(x, y) + q(x, y, \varepsilon), \end{cases} \quad (1)$$

где p, q – гладкие функции и $p(x, y, 0) = q(x, y, 0) = 0$. Основным результатом указанной статьи является теорема, в которой сформулировано достаточное условие существования периодического решения системы (1), близкого к решению невозмущенной гамильтоновой системы. Похожее достаточное условие получено в работе [3] для задачи о бегущих уединенных волнах, описываемых системой слабо связанных уравнений типа Кортевега–де Фриза. Для обобщения этих результатов на случай многомерных динамических систем в настоящей работе анализируется эквивалентная операторная формулировка рассматриваемого класса задач. Применяется метод Ляпунова–Шмидта сведения основной задачи к равносильной системе уравнений разветвления, решения которой однозначно определяют решения исходного фредгольмова операторного уравнения. Показано, что использование групповой симметрии системы уравнений разветвления позволяет понизить по методике [3], [4] ее размерность и получить достаточное условие сохранения орбит решений при возмущениях. Применение указанного метода иллюстрируется на примере нелинейной системы слабо связанных осцилляторов.

Список литературы

1. Понтрягин Л. С. *О динамических системах, близких к гамильтоновым*. ЖЭТФ. 1934. Т. 4. № 9. С. 883–885.
2. Малкин И. Г. *Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний*. М.: Едиториал УРСС, 2004.
3. Макаренко Н. И. *О ветвлении решений инвариантных вариационных уравнений* Докл. РАН. 1996. Т. 348. №. 3. С. 302–304.
4. Логинов Б. В. *Теория ветвления решений нелинейных уравнений в условиях групповой инвариантности*. Ташкент: Фан, 1985.

ПОДРУЧНЫЕ АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ В ПРОСТРАНСТВАХ СОБОЛЕВА ДЛЯ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ «ПЛАЗМА-ВАКУУМ»

Н. В. Мандрик

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В данной работе рассматривается задача со свободной границей «плазма-вакуум» для случая, когда плотность в области плазмы убывает к нулю не непрерывно, а скачком. Для моделирования плазмы используется система уравнений магнитной гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости, а в области вакуума — система уравнений Максвелла.

Новизна работы состоит в том, что область вакуума моделируется не эллиптической *div-rot* системой пред-максвелловской динамики, как в классической постановке [2], а с помощью системы уравнений Максвелла для магнитного и электрического полей. Ранее такая модель рассматривалась в работе [1] для релятивистского случая и в работе [3], где были получены априорные оценки для линеаризованной задачи и доказана возможность ее некорректности при достаточно большом невозмущенном электрическом поле в вакууме.

В ходе работы были получены подручные априорные оценки (*tame estimates*) в подходящих пространствах Соболева [4], которые будут использованы для доказательства локального по времени существования и единственности решения данной задачи с помощью итераций Нэша–Мозера, как и в [2].

Список литературы

1. Trakhinin Y. *Stability of relativistic plasma-vacuum interfaces*. J. Hyper. Differential Equations 9 (2012), 469–509.
2. Secchi P., Trakhinin Y. *Well-posedness of the plasma-vacuum interface problem*. Nonlinearity 27 (2014), 105–169.
3. Mandrik N., Trakhinin Y. *Influence of vacuum electric field on the stability of a plasma-vacuum interface*. Commun. Math. Sci., Vol. 12 (2014), N. 6, 1065–1100.
4. Мандрик Н.В. *Подручные априорные оценки в пространствах Соболева для задачи со свободной границей «плазма-вакуум»*. (Готовится к печати)

ГРУППЫ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

А. Г. Меграбов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск*

Доклад обобщает и развивает статьи автора в ДАН (1984, т. 275, № 3; 2004, т. 395, № 2; 2009, т. 424, № 5; 2010, т. 433, № 3, 4; 2011, т. 441, № 3).

Векторные линии векторных полей, соответствующих решениям дифференциальных уравнений (ДУ) математической физики, и ортогональные к ним поверхности образуют семейства. Поэтому изучаем свойства семейств кривых и поверхностей. Рассматриваем семейство $\{L_\tau\}$ кривых L_τ с базисом Френе $(\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\beta})$ ($\boldsymbol{\tau}$ — орт касательной, $\boldsymbol{\nu}$ — главной нормали, $\boldsymbol{\beta}$ — бинормали), кривизной k и кручением \varkappa , а также семейство $\{S_\tau\}$ поверхностей S_τ с единичной нормалью $\boldsymbol{\tau}$, главными направлениями $\boldsymbol{l}_1, \boldsymbol{l}_2$, главными кривизнами k_1, k_2 и гауссовой кривизной K . Все характеристики являются векторными и скалярными полями в области D пространства x, y, z с ортами $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$. Исходным пунктом явилось тождество $\operatorname{div} \boldsymbol{T}(\boldsymbol{v}) = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div} \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = 0$, где $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{v}) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{grad} \ln |\boldsymbol{v}| + \{\operatorname{rot} \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v} \operatorname{div} \boldsymbol{v}\} / |\boldsymbol{v}|^2$, $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{rot} \boldsymbol{\tau} \times \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau} \operatorname{div} \boldsymbol{\tau}$ (при этом $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{v}) \equiv \boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau})$) для произвольного гладкого векторного поля $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(x, y) = |\boldsymbol{v}| \boldsymbol{\tau}$ или единичного поля $\boldsymbol{\tau}(x, y)$ ($|\boldsymbol{\tau}| \equiv 1$). Оно получено как соотношение между дифференциальными инвариантами (ДИ) группы Ли G — группы эквивалентности уравнения эйконала $\tau_x^2 + \tau_y^2 = n^2(x, y)$ и других ДУ. Поиск геометрического смысла поля $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau})$, трехмерных аналогов группы G и этих формул привели к следующим результатам.

1. Найдено, что в плоском случае $\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\tau}) = \boldsymbol{S}^*$, где $\boldsymbol{S}^* = \boldsymbol{K}_\tau + \boldsymbol{K}_\nu$ — сумма векторов кривизны плоских кривых L_τ с ортами Френе $\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\nu}$ и ортогональных к ним кривых L_ν . Найденное тождество $\operatorname{div} \boldsymbol{S}^* = 0$ означает закон сохранения для семейства плоских кривых. В трехмерном случае получены его аналоги — законы сохранения вида $\operatorname{div} \boldsymbol{F} = 0$ для семейства $\{L_\tau\}$ кривых и для семейства $\{S_\tau\}$ поверхностей. Поле \boldsymbol{F} выражается соответственно через характеристики кривых и поверхностей. Например, $\operatorname{div} \{\boldsymbol{\tau} \operatorname{div} \boldsymbol{S}^* - \varkappa \operatorname{rot} \boldsymbol{\tau} - k \operatorname{rot} \boldsymbol{\beta}\} = 0$ и $\operatorname{div} \{K \boldsymbol{\tau} + k_2 (\boldsymbol{l}_2 \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{\tau}) \boldsymbol{l}_1 - k_1 (\boldsymbol{l}_1 \cdot \operatorname{rot} \boldsymbol{\tau}) \boldsymbol{l}_2\} = 0$, где \boldsymbol{S}^* — сумма векторов кривизны векторных линий полей $\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\nu}, \boldsymbol{\beta}$.

2. С помощью этих общих геометрических формул получены дифференциальные законы сохранения для решений уравнения эйконала, гидродинамических уравнений Эйлера и др. В плоском случае для уравнения эйконала $\tau_x^2 + \tau_y^2 = n^2(x, y)$ получен закон сохранения $\operatorname{div} \boldsymbol{T}(\operatorname{grad} \tau) = \operatorname{div} \{\operatorname{grad} \ln n - \Delta \tau \operatorname{grad} \tau / n^2\} = 0$ с геометрическим смыслом: сумма \boldsymbol{S}^* векторов кривизны лучей и фронтов есть соленоидальное поле ($\operatorname{div} \boldsymbol{S}^* = 0$), а для уравнений Эйлера — закон сохранения $\operatorname{div} \boldsymbol{G} = 0 \Leftrightarrow \operatorname{div} \boldsymbol{S}^* = 0$, где $G = |\boldsymbol{v}|^{-2} \{\boldsymbol{v}_t + \boldsymbol{v} \operatorname{div} \boldsymbol{v} + \operatorname{grad} p / \rho - \boldsymbol{F}\}$, \boldsymbol{v} — скорость, ρ — плотность, p — давление, \boldsymbol{F} — массовая сила, \boldsymbol{S}^* — сумма векторов кривизны линий тока и ортогональных к ним кривых. Найдена связь между уравнением Монжа — Ампера $u_{xy}^2 - u_{xx} u_{yy} = F(x, y)$ и уравнением движения идеальной несжимаемой жидкости для функции тока $u_x (\Delta u)_y - u_y (\Delta u)_x = (\Delta u)_t$: они представимы с помощью одного и того же векторного поля \boldsymbol{V} в виде $\operatorname{div} \boldsymbol{V} = 2F$ и $\operatorname{rot} \boldsymbol{V} = (\Delta u)_t \boldsymbol{k}$, где $\boldsymbol{V} = (u_x^2 + u_y^2) \boldsymbol{T}(\operatorname{grad} u)$.

3. Систематически исследована 10-параметрическая группа Ли G_{10} (трехмерный аналог группы G) и связь ее ДИ с вышеупомянутыми формулами и др.

ВАРИАЦИОННЫЙ МЕТОД ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА С ГАРМОНИЧЕСКИМ ПОТЕНЦИАЛОМ

С. Б. Медведев¹, Ю. В. Лиханова^{1,2}, М. П. Федорук^{2,1}, П. Л. Чаповский^{2,3},

¹Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

³Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Новосибирск

В докладе рассматривается вариационный метод для нахождения стационарных решений нелинейного уравнения Шредингера

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{1}{2} \left[s \nabla_x^2 + \beta \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right] \psi - V \psi - \sigma |\psi|^2 \psi, \quad (1)$$

где $\psi = \psi(\mathbf{x}, z, x_3)$ - искомая функция, $\mathbf{x} = (x_1, x_2)$ - поперечные пространственные переменные, x_3 - дополнительная переменная, z - эволюционная переменная, потенциал $V = V(\mathbf{x}, x_3)$ имеет гармонический вид

$$V(\mathbf{x}, x_3) = \frac{1}{2} (a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 + a_3 x_3^2).$$

Это уравнение возникает при описании конденсата Бозе-Эйнштейна. В этом случае ψ является "волновой функцией конденсата хотя уравнение является классическим и называется уравнением Гросса-Питаевского. Также это уравнение описывает распространение оптических солитонов в волоконных световодах. Тогда ψ является огибающей электромагнитного поля.

Основная задача при исследовании этого уравнения в перечисленных физических ситуациях состоит в поиске устойчивых стационарных решений. Эта задача приближенно решается вариационным методом.

В данной работе рассмотрен двумерный вариант уравнения Гросса-Питаевского. Несмотря на то, что конденсат описывается трехмерными уравнениями представляется важным понять динамику разлета в двумерном случае, для которого возможно получить аналитические результаты. Кроме того двумерный случай может являться пробной версией для численных расчетов и некоторым квази-двумерным приближением для полной трехмерной задачи. Также двумерные варианты рассмотренных уравнений возникают в теории самофокусировки волн. Для исследования уравнения давно используется вариационный метод, поскольку уравнение Гросса-Питаевского получается из вариационной задачи. Кроме того в двумерном случае можно получить замкнутую систему для некоторых интегралов, которые обобщают теорему вириала. Основное внимание уделено изучению поведения отношения характерных продольных и поперечных размеров. В двумерном случае с помощью вариационного метода получается конечномерная гамильтонова система с разделяющимися переменными. Это позволяет свести изучение решения к решению последовательности одномерных гамильтоновых систем.

В оптическом приложении уравнение (1) возникает для описания нелинейных градиентных сред и стационарное решение называется пространственно-временным солитоном. Вариационным методом найдены условия существования таких солитонов. Получены явные формулы для малых колебаний стационарных решений. Это позволяет решить вопрос об их устойчивости в рамках данного метода, который проверен прямым численным моделированием.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проект № 14-21-00110).

Список литературы

1. Медведев С. Б., Лиханова Ю. В., Федорук М. П., Чаповский П. Л. *Эволюция стационарного состояния в двумерном уравнении Гросса-Питаевского*. Письма в ЖЭТФ, 2014. Т. 100. вып. 12. С. 935–940.

О ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОМ ПОТОКЕ

Е.Ю. Мищарина, Ю.П. Худобина

*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Томск*

Начало изучения задач адвекции было положено в статье [1]. Математическая постановка сводится к тому, чтобы найти решение системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = u(x, y, t), \quad \dot{y} = v(x, y, t), \quad x = x_0, \quad y = y_0, \quad t = 0,$$

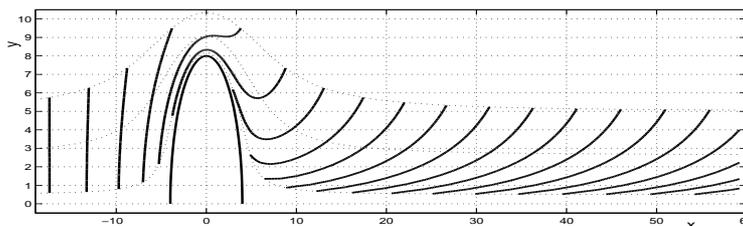
описывающей движение частицы (x_0, y_0) в заданном поле скорости. Вычисления получаются достаточно сложными, так как численный метод Рунге-Кутты применяется потенциал скорости сразу ко многим начальным частицам жидкости. Задача существенно упрощается, если существует не зависящий от времени комплексный потенциал скорости $w = \varphi + i\psi$, т.е. если течение получено с помощью конформного отображения $z = x + iy = f(w)$. Тогда для пары связанным между собой точек z и w можно записать равенства

$$\dot{w} = (dw/dz) \dot{z}, \quad \dot{z} = (dw/dz)^*, \quad \dot{w} = |dw/dz|^2. \quad (1)$$

Из них следует, что в области комплексного потенциала точки перемещаются горизонтально со скоростью $\dot{\varphi} = |\dot{z}|^2$. Отсюда получается формула для времени перемещения точек, расположенных в плоскости (φ, ψ) :

$$t(\varphi, \psi) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} |dz/dw|^2 d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} |f'(\varphi, \psi)|^2 d\varphi. \quad (2)$$

Для случая обтекания эллипса линии уровня функции $t(\varphi, \psi) = const$, вычисленные по формуле (2), показаны на рисунке.



Уносимый потоком вертикальный отрезок деформируется, изменяя свою длину, и его концы лежат на линиях тока, отмеченных пунктиром.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

Список литературы

1. Aref H. *Stirring by chaotic advection*. J.Fluid mech.1984. V. 143 P. 1–21.

МЕТОД ФИКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ В ЗАДАЧЕ О РАВНОВЕСИИ ПЛАСТИНЫ КИРХГОФА-ЛЯВА

Н. А. Николаева

Северо-Восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова, Якутск

Рассматривается задача о равновесии упругой пластины, которая на части внешней границы контактирует с жесткой поверхностью. На части границы задаются краевые условия типа неравенств, описывающие отсутствие проникания точек пластины и жесткого тела. Задача равновесия ставится в виде вариационного неравенства. Для вариационной формулировки контактной задачи найдена эквивалентная дифференциальная постановка. Путем применения метода фиктивных областей получено, что решения семейства вспомогательных задач, определенных в более широкой области, сходятся к решению исходной контактной задачи. При этом каждая задача семейства моделирует равновесие пластины, содержащей трещину.

Рассмотрим пластину, срединная плоскость которой занимает область $\Omega_1 \subset R^2$ с гладкой границей Γ_1 . Пусть Γ_1 состоит из двух кривых γ и Γ_0 . Для простоты предполагаем, что γ - гладкая кривая, не содержащая своих конечных точек. Обозначим через $\nu = (\nu_1, \nu_2)$ вектор внешней нормали к Γ_1 . Таким образом $\Gamma_1 = \gamma \cup \Gamma_0 \cup \{x_1\} \cup \{x_2\}$

Задачу о равновесии пластины, решение которой удовлетворяет условиям непроникания на γ и закрепления на Γ_0 , сформулируем как задачу минимизации функционала энергии:

$$\inf_{\chi \in K_1} \Pi(\chi). \quad (1)$$

Поскольку Π - выпуклый и дифференцируемый на $H(\Omega_1)$ функционал, то решение экстремальной задачи (1) эквивалентно отысканию решения вариационного неравенства:

$\chi \in K_1$:

$$\int_{\Omega_1} \sigma(W) \varepsilon(\bar{W} - W) - \int_{\Omega_1} m(w) (\nabla \nabla \bar{w} - \nabla \nabla w) \geq \int_{\Omega_1} F(\bar{W} - W) + \int_{\Omega_1} f(\bar{w} - w), \quad \forall \bar{\chi} \in K_1. \quad (2)$$

Функционал $\Pi(\chi)$ является слабо полунепрерывным снизу. Учитывая его коэрцитивность, можно сделать вывод, что решение задачи (2) существует. Более того она будет единственным.

Список литературы

1. Хлуднев А.М. *Задачи теории упругости в негладких областях*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 252 с.
2. Фикера Г. *Теоремы существования в теории упругости*. М.: Мир, 1974. 159 с.

ДВУМЕРНЫЕ ОБОБЩЕННЫЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО ИНВАРИАНТНЫЕ РЕШЕНИЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

М. В. Нецадим

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Обобщенными функционально инвариантными решениями волнового уравнения

$$\sum_{j=1}^n w_{x_j x_j} = w_{tt}, \quad (1)$$

называются [1] решения вида

$$w = g(x, t)f(\theta),$$

где функции $\theta = \theta(x, t)$ и $g = g(x, t)$, $x = (x_1, \dots, x_n)$, — соответственно фаза и амплитуда — фиксированы, а форма волны f — произвольная функция одного переменного.

В работе получено описание обобщенных функционально инвариантных решений волнового уравнения (1) в двумерном случае для фазовых функций вида

$$\theta = p(x, y) - t.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Математического отделения РАН (проект 1.3.1 – 2012).

Список литературы

1. Еругин Н. П. *Функционально-инвариантные решения дифференциальных уравнений.* Дифф. уравнения. 1981. Т. 17. № 5. С. 853–865.

УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ ВЯЗКОУПРУГОГО ШАРА

Е. Б. Осипова

Тихоокеанский океанологический институт им. В. И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток

В трехмерной постановке в сферической системе координат $O_{\rho\varphi\theta}$ предлагается аналитический алгоритм преобразования уравнения движения для вязкоупругого сжимаемого шара для произвольной формы закона деформирования. Исследуется состояние устойчивого равновесия, которое разделяется на основное и возмущенное, определяемое соответствующими линеаризованными соотношениями [1]. Линеаризованное уравнение движения в контравариантных компонентах несимметричного тензора напряжений Пиола-Кирхгофа сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно радиального перемещения $u_1 = u_1(\rho, \varphi, \theta, \tau)$, перемещения поворота в радиальном направлении $\chi = \chi(\rho, \varphi, \theta, \tau)$ и результирующей деформации по главным направлениям $\Theta/\rho = \Theta(\rho, \varphi, \theta, \tau)/\rho$ и их скоростей.

$$\left\{ \begin{array}{l}
 C_1\Theta + D_1\dot{\Theta} + C_2\frac{\partial\Theta}{\partial\rho} + D_2\frac{\partial\dot{\Theta}}{\partial\rho} + C_3u_1 + D_3\dot{u}_1 + A_4\frac{\partial u_1}{\partial\rho} + B_4\frac{\partial\dot{u}_1}{\partial\rho} + \\
 A_5\nabla^2u_1 + B_5\nabla^2\dot{u}_1 + A_6\frac{\partial^2u_1}{\partial\rho^2} + B_6\frac{\partial^2\dot{u}_1}{\partial\rho^2} - \varrho_0\rho\ddot{u}_1 = 0, \\
 A_{11}\nabla^2\Theta + B_{11}\nabla^2\dot{\Theta} + K_1\Theta + N_1\dot{\Theta} + K_2\frac{\partial\Theta}{\partial\rho} + N_2\frac{\partial\dot{\Theta}}{\partial\rho} + A_{10}\frac{\partial^2\Theta}{\partial\rho^2} + \\
 B_{10}\frac{\partial^2\dot{\Theta}}{\partial\rho^2} + K_3u_1 + N_3\dot{u}_1 + K_4\frac{\partial u_1}{\partial\rho} + N_4\frac{\partial\dot{u}_1}{\partial\rho} + K_5\frac{\partial^2u_1}{\partial\rho^2} + N_5\frac{\partial^2\dot{u}_1}{\partial\rho^2} + \\
 K_6\frac{\partial^3u_1}{\partial\rho^3} + N_6\frac{\partial^3\dot{u}_1}{\partial\rho^3} + A_7\nabla^2u_1 + B_7\nabla^2\dot{u}_1 + A_8\nabla^2\frac{\partial u_1}{\partial\rho} + B_8\nabla^2\frac{\partial\dot{u}_1}{\partial\rho} - \\
 \varrho_0\rho\left(\ddot{\Theta} - 2\ddot{u}_1 - \rho\frac{\partial\ddot{u}_1}{\partial\rho}\right) = 0, \\
 A_{12}\nabla^2\chi + B_{12}\nabla^2\dot{\chi} + L_1\frac{\partial^2\chi}{\partial\rho^2} + M_1\frac{\partial^2\dot{\chi}}{\partial\rho^2} + L_2\frac{\partial\chi}{\partial\rho} + M_2\frac{\partial\dot{\chi}}{\partial\rho} + L_3\chi + \\
 M_3\dot{\chi} - \varrho_0\rho\ddot{\chi} = 0.
 \end{array} \right. \quad (1)$$

Коэффициенты $A_i, B_j, C_l, D_k, K_n, L_r, M_s, N_m$ являются функциями параметров основного состояния и физико-механических свойств среды и определяются присоединением граничных условий. В системе (1) точка над переменной означает соответствующее дифференцирование по времени τ . Устойчивость равновесия исследуется динамическим методом. Конкретизация закона деформирования позволяет количественно и качественно оценить порядок нелинейности параметров, вклад и влияние свойств вязкости и упругости, каждой компоненты в распределение результирующих полей НДС [2]. Работа выполнена в рамках проекта РФФИ (код 15-05-06638).

Список литературы

1. Гузь А. Н. *Основы трехмерной теории устойчивости деформируемых тел*. Киев: Вища школа, 1986.
2. Осипова Е. Б. *Конечные деформации и устойчивость равновесия сжимаемого упругого полого шара при следящем внутреннем давлении*. Физическая мезомеханика. 2009. Т. 12. № 6. С. 79–86.

МГНОВЕННЫЕ ИСТОЧНИКИ В ДИНАМИКЕ ДВУХФАЗНОЙ СРЕДЫ

А. В. Панов

Челябинский государственный университет, Челябинск

Рассматривается система уравнений в частных производных, описывающая динамику двухфазной среды

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \vec{u}_1 \cdot \nabla \rho_1 + \rho_1 \operatorname{div} \vec{u}_1 = 0, \\ \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \vec{u}_2 \cdot \nabla \rho_2 + \rho_2 \operatorname{div} \vec{u}_2 = 0, \\ \rho_1 \left(\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} + \vec{u}_1 \cdot \nabla \vec{u}_1 \right) + m_1 \nabla P(\rho_1, \rho_2) = -\frac{\rho_2}{\tau} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2), \\ \rho_2 \left(\frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} + \vec{u}_2 \cdot \nabla \vec{u}_2 \right) + m_2 \nabla P(\rho_1, \rho_2) = \frac{\rho_2}{\tau} (\vec{u}_1 - \vec{u}_2). \end{cases}$$

Впервые данная модель была предложена Х. А. Рахматулиным [1]. Для указанной системы уравнений найдено ядро основных алгебр Ли [2]. Оно совпало с алгеброй Ли группы Галилей [3]. Используя оптимальную систему подалгебр алгебры Ли группы Галилея [4], были вычислены все инвариантные решения ранга 0, найдены частично инвариантные решения ранга 1, дефекта 1, а также решения с линейным полем скоростей. Некоторые из найденных решений описывают мгновенные источники в динамике двухфазной среды. Многообразие источника в рассмотренных случаях может иметь размерность 0, 1 или 2.

Список литературы

1. Рахматулин Х. А. *Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред*. Прикл. математика и механика. 1956. Т. 20. № 2. С. 184–195.
2. Овсянников Л. В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1978.
3. Панов А. В. *Инвариантные подмодели системы уравнений динамики газозвеси в случае трех пространственных переменных*. Научные ведомости Белгородского гос. ун-та. Сер. Математика. Физика. 2014. № 12 (183), вып. 35. С. 188–199.
4. Хабиров С. В. *Симметричный анализ модели несжимаемой жидкости с вязкостью и теплопроводностью, зависящими от температуры*. Уфа: Гилем, 2004.

ФИЛЬТРАЦИЯ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРОУПРУГОЙ СРЕДЕ

А. А. Папин¹, М. А. Токарева¹, Ю. Ю. Подладчиков²

¹Алтайский государственный университет, Барнаул

²Университет Лозанны, Швейцария

Рассматривается изотермическое движение двух несмешивающихся жидкостей в деформируемой пористой среде. Уравнения сохранения массы для каждой из жидкостей и пористой среды, законы Дарси и Лапласа для жидкостей, а также реологическое соотношение для пористости имеют вид [1, 2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_i^0 s_i) + \nabla \cdot (\phi \rho_i^0 s_i \vec{u}_i) = 0, \quad i = 1, 2, \quad \frac{\partial}{\partial t}((1 - \phi) \rho_3^0) + \nabla \cdot ((1 - \phi) \rho_3^0 \vec{u}_3) = 0,$$

$$s_i \phi (\vec{u}_i - \vec{u}_3) = -K_0 \frac{k_{oi}}{\mu_i} (\nabla p_i + \rho_i^0 \vec{g}), \quad p_2 - p_1 = p_c(x, s_1), \quad s_1 + s_2 = 1,$$

$$\nabla \cdot \vec{u}_3 = -\frac{1}{\xi(\phi)} p_e - \beta_t(\phi) \left(\frac{\partial p_e}{\partial t} + \vec{u}_3 \cdot \nabla p_e \right), \quad \nabla p_{tot} = \rho_{tot} \vec{g}, \quad p_e = p_{tot} - p_f, \quad p_f = s_1 p_1 + s_2 p_2,$$

$$p_{tot} = \phi p_f + (1 - \phi) p_s, \quad \rho_{tot} = \phi \rho_f + (1 - \phi) \rho_3^0, \quad \rho_f = \phi (s_1 \rho_1^0 + s_2 \rho_2^0).$$

Здесь ϕ – пористость \vec{u}_i – скорость i -ой фазы ($i = 1, 2, 3$), s_i и p_i – насыщенность и давление жидкой фазы ($i = 1, 2$), p_s – давление твердой фазы, p_e – эффективное давление.

Заданные функции: ρ_i^0 – истинные плотности ($i = 1, 2, 3$), $p_c(x, s_1)$ – капиллярный скачок давлений, $\xi(\phi)$ и $\beta_t(\phi)$ – коэффициенты объемной вязкости и объемной сжимаемости горной породы, \vec{g} – ускорение силы тяжести. Условие $\rho_i^0 = const$ ($i = 1, 2, 3$) приводит к замкнутой системе уравнений для $\phi, \vec{u}_i, p_i, p_s$. В случае $\phi = \phi(x)$ сформулированная система уравнений есть модель Маскета-Леверетта [3].

В докладе излагаются результаты о разрешимости начально-краевых задач для указанной системы уравнений [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации № 2014/2, Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-01097).

Список литературы

1. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. *Физико-математические основы фильтрации воды*. М.: Мир, 1971.
2. Connolly J. A. D., Podladchikov Yu. Yu. *Compaction-driven fluid flow in viscoelastic rock*. Geodinamica Acta, 1998. Vol. 11. № 2-3. P. 55–84.
3. Антонцев С. Н., Кажихов А. В., Монахов В. Н. *Краевые задачи механики неоднородных жидкостей*. Новосибирск, 1983.
4. Папин А. А., Токарева М. А. *Динамика тающего деформируемого снежно-ледового покрова*. Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2012. Т. 12. Вып. 4. С. 107–113.

ВРАЩАТЕЛЬНО-ИНВАРИАНТНАЯ ПРИБЛИЖЕННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ГРАДИЕНТА ЛОГАРИФМА ГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ

А. И. Парфенов

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Пусть в надграфике $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ липшицевой функции $\omega : \mathbb{R}^{n-1} \rightarrow \mathbb{R}$, $n \geq 2$, задана положительная гармоническая функция U , причем $U \in C(\overline{\Omega})$ и $U|_{\partial\Omega} = 0$. Введем двоичное семейство \mathcal{D} в \mathbb{R}^{n-1} и аппроксимационные числа b_I функции ω :

$$\mathcal{D} = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \mathcal{D}_k,$$

$$\mathcal{D}_k = \{I : I = [0, l_I]^{n-1} + l_I a \text{ для } l_I = 2^k \text{ и некоторого } a \in \mathbb{Z}^{n-1}\},$$

$$b_I = l_I^{-n} \min_{\gamma: \gamma - \text{многочлен степени } \leq 1} \int_{5I} |\omega - \gamma| d\xi.$$

Для отмеченной точки $p \in \Omega$ положим

$$S(x) = \frac{\Gamma(n/2)}{\pi^{n/2}} \int_{\mathbb{R}^n \setminus \Omega} \{|p - y|^{-n} - |x - y|^{-n}\} dy, \quad x \in \Omega.$$

Через $[x, I]$ обозначим диаметр множества $\{x\} \cup \{(\xi, \omega(\xi)) : \xi \in I\}$.

Теорема 1. Для $0 < m < 1$ и любого $x \in \Omega$ выполнено неравенство

$$\left| \frac{\nabla U(x)}{U(x)} - \nabla S(x) \right| \leq C(n, \|\omega\|_{\text{Lip}}, m) \text{dist}(x, \partial\Omega)^{m-1} \sum_{I \in \mathcal{D}} [x, I]^{-m-n} l_I^n b_I^2.$$

Из теоремы 1 интегрированием выводим «экспоненциальную формулу»

$$U(x) = U(p)e^{S(x)+\sigma(x)},$$

$$|\sigma(x)| \leq C'(n, \|\omega\|_{\text{Lip}}, M) \sum_{I \in \mathcal{D}} [x, I]^{-n} l_I^n b_I^2, \quad M \geq \frac{|x - p|}{\text{dist}(p, \partial\Omega)}, \tag{1}$$

которая применима для нахождения асимптотики функции $U(x)$ при $x \rightarrow x_0 \in \partial\Omega$. На этом пути получены новые условия справедливости теоремы Зарембы-Жиро для гармонических функций. Формула (1) решает задачу, поставленную в [1], с. 340.

Вращательно-инвариантный интеграл $S(x)$ раньше в затронутой тематике (о ней прежде всего см. [2] и другие работы тех же авторов) не встречался.

Список литературы

1. Парфенов А. И. Оценка погрешности обобщенной формулы М. А. Лаврентьева нормой дробного пространства Соболева. Сибирские электронные математические известия. 2013. Т. 10. С. 335–377.
2. Kozlov V., Maz'ya V. Asymptotic formula for solutions to elliptic equations near the Lipschitz boundary. Ann. Mat. Pura Appl. (4). 2005. V. 184. P. 185–213.

ВИХРЬ ОВСЯННИКОВА ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ МОДЕЛЕЙ ГРАВИТИРУЮЩЕГО ГАЗА

Д. В. Паршин, А. А. Черевко, А. П. Чупахин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Включение в дифференциальные уравнения газовой динамики потенциальных сил, таких как сила гравитации позволяет расширить класс исследуемых явлений и описать новые классы точных решений. Однако, включение дополнительного слагаемого, отвечающего гравитационному потенциалу в исходную систему уравнений существенно усложняет математическое исследование задачи.

В работе исследуются точные решения уравнений газовой динамики в поле внешних потенциальных сил. Решаются три задачи, соответствующие трем моделям политропного газа с различным представлением гравитирующей силы. В первой модели гравитационный потенциал определяет центральную гравитирующую силу [1], во второй модели исследован случай самогравитирующего газа [2]. Третья задача посвящена исследованию газодинамической модели с постоянной гравитационной силой [3]. Проанализированы следующие свойства точных решений для таких моделей: монотонность, ограниченность, поведение решения на границе области существования.

При исследовании применялись методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе неявных; методы группового анализа дифференциальных уравнений [4, 5], теории особенностей [6] и элементы линейной алгебры.

Работа выполнена при финансовой поддержке Президиума СО РАН (грант ИП №44), ОЭММ-ПУ РАН (грант 2.13.4).

Список литературы

1. Паршин Д.В., Чупахин А.П. Стационарный вихрь Овсянникова в поле массивного притягивающего центра // Журн. СФУ. Сер. Матем. и Физ. Т. 3. Вып. 2. 2010. С. 228–243.
2. Паршин Д.В., Черевко А.А., Чупахин А.П. Завихренные установившиеся течения самогравитирующего газа // ПМТФ. 2014. Т.55. № 2. С. 159-167.
3. Паршин Д.В., Чупахин А.П. Об источнике газа в поле постоянной силы // ПМТФ. 2006. Т.47. №6. С. 3-16.
4. Овсянников Л.В. Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
5. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Ижевск: Ижевская республиканская типография, 2000.
6. Ремизов А.О. О правильных особых точках обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной // Дифференциальные уравнения. 2002. Т.38. № 5. С. 622-630.

НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ: МОДЕЛИ, МЕТОДЫ, ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ, НЕУСТОЙЧИВОСТЬ

А. Д. Полянин^{1,2}, А. И. Журов^{1,3}, В. Г. Сорокин²

¹*Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва*

²*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана*

³*Cardiff University, UK*

Дается краткий обзор некоторых математических моделей биологии, биохимии, теории массо- и теплопереноса и гидродинамики, описываемых нелинейными уравнениями в частных производных с запаздыванием. Излагается новый метод построения точных решений таких уравнений. Метод основан на поиске решений в виде конечных сумм, содержащих искомые функции, которые определяются, исходя из дополнительных функциональных связей (представляющих собой разностные или функциональные уравнения) и исходного уравнения с запаздыванием. Для иллюстрации эффективности данного метода рассматриваются реакционно-диффузионные уравнения с запаздыванием, которые содержат одну или две произвольные функции одного аргумента. Получено много новых решений с обобщенным и функциональным разделением переменных, построены также решения, представляющие собой комбинацию решений с обобщенным разделением переменных и решений типа бегущей волны. Описаны решения типа бегущей волны, допускающие представление в элементарных функциях. Приведенные точные решения содержат свободные параметры (в ряде случаев число таких параметров может быть любым) и могут быть использованы для решения некоторых модельных задач и тестирования приближенных аналитических и численных методов решения аналогичных и более сложных нелинейных дифференциально-разностных уравнений с частными производными. Рассмотрен также другой метод построения решений реакционно-диффузионных уравнений с запаздыванием, основанный на использовании инвариантных подпространств соответствующих нелинейных обыкновенных дифференциальных операторов, и приведены некоторые точные решения. Получены условия глобальной нелинейной неустойчивости решений некоторых уравнений и систем реакционно-диффузионных уравнений с запаздыванием. Многие результаты обобщены на случай более сложных нелинейных реакционно-диффузионных уравнений с несколькими временами запаздывания, а также с запаздыванием, зависящим от времени. Рассматриваются также нелинейные уравнения гиперболического типа с запаздыванием и другие нелинейные уравнения в частных производных с запаздыванием.

Список литературы

1. Polyainin A. D., Zhurov A. I. // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2014. V. 19. № 3. P. 417–430.
2. Polyainin A. D., Zhurov A. I. // *Int. J. Non-Linear Mechanics*. 2014. V. 62. P. 33–40.
3. Polyainin A. D., Zhurov A. I. // *Int. J. Non-Linear Mechanics*. 2014. V. 67. P. 267–277.
4. Polyainin A. D., Zhurov A. I. // *Appl. Math. Letters*. 2014. V. 37. P. 43–48.
5. Polyainin A. D., Sorokin V. G. // *Appl. Math. Letters*. 2015. <http://dx.doi.org/10.1016/j.aml.2015.01.023>

МЕТОД ФУНКЦИЙ РВАЧЕВА В ЗАДАЧАХ ГИДРОДИНАМИКИ

А. В. Проскурин, А. М. Сагалаков

Алтайский государственный университет, Барнаул

Разработка новых методов в области вычислительной гидродинамики представляет значительный интерес. Распространенные в настоящее время методы конечных элементов громоздки и не обеспечивают необходимой точности, особенно для исследований устойчивости течений. Метод конечных разностей зачастую неустойчив и также обладает низким порядком точности. Спектральный метод сильно ограничен при работе в областях сложной геометрии. Значительный прогресс произошел с изобретением спектрально-элементного метода, который, однако, обладает всеми недостатками метода конечных элементов и еще не нашел широкого применения в промышленных вычислениях. Кроме того, все перечисленные выше методы не приспособлены для работы на вычислительных устройствах GPU.

Перспективным направлением может быть использование метода функций Рвачева. Этот малоизвестный метод описан, например, в книге [1]. В гидродинамике данный метод почти не использовался, известно малое число работ, перечисленных в [2]. Данный метод позволяет записать уравнение границы области, в которой изучается движение жидкости, при помощи элементарных функций. Уравнение может быть составлено для границ практически любой формы, известны алгоритмы, делающие это автоматически. На основе этого уравнения легко построить пучки функций, точно удовлетворяющие граничным условиям и приближенно представляющие решение уравнения Навье-Стокса.

Авторами с помощью метода функций Рвачева были исследованы некоторые задачи гидродинамической устойчивости, результаты изложены в [3, 4]. В целом, получены интересные данные, которые позволили сделать вывод о перспективности метода применительно и к другим задачам гидродинамики.

Список литературы

1. Кравченко В. Ф., Рвачев В. Л. *Алгебра логики, атомарные функции и вейвлеты в физических приложениях*. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
2. Tsukanov I., Shapiro V., Zhang S. *A Meshfree Method for Incompressible Fluid Dynamics Problems*. Int. J. Numer. Meth. Engng. 2003. Vol. 58. № 2. Pp. 127–158.
3. Proskurin A., Sagalakov A. *The numerical investigation of the stability of the localized perturbation in Poiseuille flow*. Computational technologies. 2013. Vol. 18. No. 3. Pp. 46–53.
4. Proskurin A., Sagalakov A. *A R-function method for the stability analysis of nonparallel flows*. V All-Russian Conference with Foreign Participants Free Boundary Problems: Theory, Experiment and Applications. 2014. Pp. 24–31.

НЕПРЕРЫВНЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ СИММЕТРИИ В УРАВНЕНИЯХ НАВЬЕ-СТОКСА

В. В. Пухначёв

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Рассматривается система уравнений Навье-Стокса, описывающая движение вязкой несжимаемой жидкости в потенциальном поле массовых сил. Как известно, эта система допускает псевдогруппу Ли, содержащую в коэффициентах порождающих операторов четыре произвольных функции времени. Она также обладает дискретными симметриями, в частности, группой отражений относительно плоскостей. В докладе демонстрируются примеры применения непрерывных и дискретных симметрий, как по отдельности, так и в их комбинации. Среди них вихри Тейлора, решетки Богоявленского, симметричные относительно группы правильных многогранников решения задачи Коши. Приводятся также примеры нелокальных симметрий и использования обобщенного преобразования Галилея для группового расслоения редуцированных систем пониженной размерности. В качестве приложения дискретной симметрии к решению краевых задач формулируются достаточные условия разрешимости трехмерной симметричной задачи протекания для уравнений Навье-Стокса.

ОДИН КЛАСС ВЫРОЖДЕННЫХ ДРОБНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Е. А. Романова

Челябинский государственный университет

Рассмотрим задачу Коши

$$u^{(k)}(0) = u_k, \quad k = 0, 1, \dots, m-1, \quad D_t^\alpha Lu(t) = Mu(t), \quad t > 0, \quad (1)$$

для уравнения с линейными замкнутыми операторами L и M , плотно определенными в банаховом пространстве \mathfrak{U} на D_L и D_M соответственно, действующими в банахово пространство \mathfrak{V} , при этом $\ker L \neq \{0\}$. Здесь D_t^α — дробная производная Капуто порядка $\alpha > 0$, m — наименьшее целое, не превосходящее число α . Символом J_t^α обозначим дробный интеграл.

Рассмотрим следующие условия:

- (I) существуют такие константы $a_0 > 0$ и $\theta_0 \in (\pi/2, \pi)$, что для всех $\lambda \in S_{a_0, \theta_0}^L(M) = \{\mu \in \mathbb{C} : |\arg(\mu - a_0)| < \theta_0, \mu \neq a_0\}$ операторы $(\lambda^\alpha L - M)^{-1}L$, $L(\lambda^\alpha L - M)^{-1}$ непрерывны в пространстве \mathfrak{U} и \mathfrak{V} соответственно;
- (II) при всех $a > a_0$, $\theta \in (\pi/2, \theta_0)$ существует такое $K = K(a, \theta) > 0$, что для каждого $\mu \in S_{a, \theta}^L(M)$ $\max \{ \|(\mu^\alpha L - M)^{-1}L\|_{\mathcal{L}(\mathfrak{U})}, \|L(\mu^\alpha L - M)^{-1}\|_{\mathcal{L}(\mathfrak{V})} \} \leq \frac{K(a, \theta)}{|\mu^{\alpha-1}(\mu-a)|}$.

Обозначим $\mathbb{R}_+ = \{t \in \mathbb{R} : t > 0\}$, $\overline{\mathbb{R}}_+ = \{t \in \mathbb{R} : t \geq 0\}$, $g_\beta(t) = t^{\beta-1}/\Gamma(\beta)$ при $\beta > 0$, $t > 0$. Функция $u \in C(\mathbb{R}_+; D_L) \cap C(\mathbb{R}_+; D_M)$, для которой $Lu \in C^{m-1}(\overline{\mathbb{R}}_+; \mathfrak{U})$, $g_{m-\alpha} * \left(Lu - \sum_{k=0}^{m-1} (Lu)^{(k)}(0)g_{k+1} \right) \in C^m(\mathbb{R}_+; \mathfrak{V})$, называется решением уравнения (1), если при всех $t > 0$ выполняется соответствующее равенство.

Обозначим через \mathfrak{U}^1 (\mathfrak{V}^1) замыкание в \mathfrak{U} (в \mathfrak{V}) образа $\text{im}(\mu L - M)^{-1}L$ ($\text{im}L(\mu L - M)^{-1}$), $\mathfrak{U}^0 = \ker L$, $\mathfrak{V}^0 = \ker L(\mu L - M)^{-1}$, $L_1 = L|_{\mathfrak{U}^1}$.

Теорема 1. Пусть $\alpha > 0$, выполняются условия (I), (II), $\gamma = \partial S_{a_0, \theta_0}^L(M) + 1$, $\Sigma_{\theta_0} = \{\tau \in \mathbb{C} : |\arg \tau| < \theta_0 - \pi/2, \tau \neq 0\}$. Тогда аналитично семейство операторов

$$\left\{ U_\alpha(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \mu^{\alpha-1} (\mu^\alpha L - M)^{-1} L e^{\mu t} d\mu \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}) : \tau \in \Sigma_{\theta_0} \right\}$$

и для каждой $a > a_0$, $\theta \in (\pi/2, \theta_0)$ существует $C = C(a, \theta)$, при котором для всех $\tau \in \Sigma_\theta$, $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ выполняется $\|U_\alpha^{(n)}(\tau)\|_{\mathcal{L}(\mathfrak{U})} \leq (1 + |\tau|^{-n}) C(a, \theta) e^{a \operatorname{Re} \tau}$, $\ker L \subset \ker U_\alpha(\tau)$, $\operatorname{im} U_\alpha(\tau) \subset \mathfrak{U}^1$ для $\tau \in \Sigma_{\theta_0}$. Если при этом пространства \mathfrak{U} и \mathfrak{V} рефлексивны, то $\mathfrak{U} = \mathfrak{U}^1 \oplus \mathfrak{U}^0$, $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}^1 \oplus \mathfrak{V}^0$, $L_1 : \mathfrak{U}^1 \rightarrow \mathfrak{V}^1$. Если, кроме того, L_1 — гомеоморфизм между \mathfrak{U}^1 и \mathfrak{V}^1 , то при всех $u_k \in D_M \cap \mathfrak{U}^1$ функция $u(t) = \sum_{k=0}^{m-1} J_t^k U_\alpha(t) u_k$ является единственным решением задачи (1). Если при некотором $l \in \{0, 1, \dots, m-1\}$ $u_l \notin \mathfrak{U}^1$, то не существует решения задачи (1).

Работа выполнена при поддержке Лаборатории квантовой топологии Челябинского государственного университета (грант правительства РФ № 14.Z50.31.0020).

МЕТОД ДЕКОМПОЗИЦИИ ОБЛАСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТРЕЩИН С ВОЗМОЖНЫМ КОНТАКТОМ БЕРЕГОВ

Е. М. Рудой^{1,2}

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Рассматривается двухмерное упругое тело с трещиной, на берегах которой задается условие непроникания — условие одностороннего ограничения (см. [1]). На части внешней границы тело закреплено, на оставшейся части внешней границы к телу приложены усилия. Задача о равновесии тела формулируется в виде задачи минимизации функционала энергии на множестве допустимых смещений.

В рамках метода декомпозиции области (см. [2]) с использованием множителей Лагранжа строится итерационный алгоритм нахождения решения задачи равновесия. Для этого исходная область разбивается на две подобласти таким образом, чтобы трещина лежала на общей границе подобластей. В каждой из подобластей решается линейная задача теории упругости. Множители Лагранжа используются для «склеивания» решений и обеспечения условия непроникания. Итерационный алгоритм основан на методе Удзавы решения вариационных неравенств (см. [3]). Доказывается сходимость построенного алгоритма. Приводятся численные примеры.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ (код проекта МД-3123.2015.1).

Список литературы

1. Khludnev A. M., Kovtunenkov V. A. *Analysis of cracks in solids*. Southampton; Boston: WIT-Press, 2000.
2. Quarteroni A., Valli A. *Domain decomposition methods for partial differential equations*. Clarendon Press, 1999.
3. Экланд И., Темам Р. *Выпуклый анализ и вариационные проблемы*. М.: Мир, 1979.

ИССЛЕДОВАНИЕ СПИРАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ПЛОСКОСТИ ПОТЕНЦИАЛА

А. И. Рылов

Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Новосибирск

Рассматривается ряд соотношений газовой динамики на плоскости потенциала (φ, ψ) , в первую очередь следующая система (1) (Рылов: СибЖим-1998, ПММ-2006)

$$\begin{aligned} kU_\varphi - V_\psi &= 0, & U_\psi + V_\varphi &= 0 & (1) \\ U &= \frac{z_\varphi}{kz_\varphi^2 + \theta_\varphi^2} = \frac{F\rho q^3}{k\rho^2 F^2 + G^2}, \\ V &= \frac{\theta_\varphi}{kz_\varphi^2 + \theta_\varphi^2} = \frac{Gq^3}{k\rho^2 F^2 + G^2}, \end{aligned}$$

Здесь $F = z_\varphi q^3 / \rho$ – продольное (вдоль линии тока) ускорение, $G = \theta_\varphi q^3$ – поперечное ускорение, q и θ – модуль и угол наклона вектора скорости, $dz/dq = \rho/q$, $k = (1 - M^2)/\rho^2$, ρ – плотность, M – число Маха

Более подробно о построении системы (1) говорится в упомянутых выше статьях.

Очевидное решение системы (1) $U = \psi$, $V = -\varphi$ дает спиральное течение Толлмина (1937). Следовательно на плоскости потенциала спиральному течению Толлмина отвечают лучи $\lambda = \psi/\varphi = const$, вдоль которых давление $p = const$, а на физической плоскости каждому лучу $\lambda = const$, отвечает изобара, являющаяся логарифмической спиралью.

Отметим, что в упомянутой выше работе Толлмина 1937 года плоскость потенциала никак не используется. В основе по-видимому лежит переход к двум семействам координатных линий, одно из которых состоит из логарифмических спиралей.

Другое, еще более очевидное решение системы (1) $U = const$, $V = const$ приводит к еще одному спиральному течению Тейлора (1930), на котором мы останавливаться не будем.

Значительная часть доклада посвящена построению и использованию обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего указанное выше спиральное течение Толлмина.

$$\frac{d\lambda}{dz} = 1 + k\lambda^2 \quad (2)$$

В частности, в случае обращения в нуль правой частью уравнения (2) указанный луч $\lambda = const$ на плоскости потенциала является лучом, вдоль которого, очевидно, число Маха $M > 1$, ускорение бесконечно и через который решение не может быть продолжено. Сказанное относится и к соответствующей логарифмической спирали, являющейся изобарой на физической плоскости.

ПРЕЛОМЛЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН В ЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧЕ О ВОЗМУЩЕНИЯХ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Е. В. Семенко, Т. И. Семенко

Новосибирский государственный педагогический университет

Рассматривается задача Коши для уравнений Эйлера и условий Ренкина-Гюгонио на разрыве, линеаризованная на кусочно-постоянном решении с линией разрыва – плоскостью $x = 0$. Искомыми являются возмущения гидродинамических параметров и формы ударной

волны. Среди множества общеизвестных и общепризнанных утверждений, относящихся к данной задаче, есть и парадоксальные, в частности так называемое аномальное усиление (abnormal amplification) коэффициентов преломления при углах падения, близких к критическим; спонтанное излучение звука ударной волной в случае нейтральной устойчивости и пр.

Разработан метод решения этой задачи, использующий так называемые односторонние преобразования Фурье и позволяющий получить решение задачи Коши в спектральных переменных в виде алгебраических формул. Это создает дополнительные возможности как для теоретического анализа задачи, так и для численных расчетов. На этом пути получены новые аналитические результаты и уточнены имеющиеся. Некоторые из них:

1. Рассмотрена задача преломления и отражения для любых решений, а не только для плоских волн. В частности, установлена возможность разложения падающей из предфронтальной области волны на сумму двух волн, одна из которых вызывает деформацию фронта, но не создает преломленную волну за фронтом ("прилипает" к фронту), а другая создает преломленную волну за фронтом, но не вызывает его деформации ("проскакивает" фронт).

2. Для преломления плоских волн вычислены (уточнены) коэффициенты преломления и вид преломленных волн, в частности опровергнуто наличие аномального усиления и уточнен порядок усиления для различных видов падающих волн. Вычисления подтверждены численными расчетами.

3. Для отражения плоских волн также вычислены (уточнены) коэффициенты отражения, в частности уточнена картина отражения при критических углах падения, в этом случае деформация фронта и отраженная энтропийно-вихревая волна обращаются в нуль, а отраженная звуковая волна подавляет падающую: обе они направлены параллельно фронту и имеют противоположные по знаку волновые амплитуды.

4. Существенно уточнена картина преломления/отражения в случае нейтральной устойчивости. В частности, найден источник спонтанного излучения, который, следовательно, не игнорируется линейной теорией, как принято считать. Опровергнуто обращение в бесконечность волновых амплитуд при резонансных углах падения, на самом деле волновые амплитуды в этом случае имеют рост первого порядка по времени и вообще выясняется, что преломление/отражение при нейтральной устойчивости – это классический случай наличия у системы собственных частот с резонансом при совпадении вынуждающих частот с собственными.

ПОДМОДЕЛИ РАНГА ТРИ В КАНОНИЧЕСКОМ ВИДЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Д. Т. Сираева

Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

Уравнения газовой динамики (УГД)

$$\rho_t + (\vec{u} \cdot \nabla)\rho + \rho \operatorname{div} \vec{u} = 0, \vec{u}_t + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} + \rho^{-1} \nabla p = 0, S_t + (\vec{u} \cdot \nabla)S = 0$$

с произвольным уравнением состояния (УС) допускают максимальную алгебру Ли L_{11} . Для УС специального вида $p = f(\rho) + g(S)$ данная алгебра расширяется до $L_{12} = L_{11} \oplus Y_1$, где $Y_1 = \partial_p$.

Оптимальная система неподобных подалгебр для L_{11} построена в работе [1]. В статье [2] на основе данной оптимальной системы вычислена оптимальная система подалгебр для алгебры Ли L_{12} , в которую не включены тривиальные подалгебры.

В рамках программы ПОДМОДЕЛИ, предложенной Л. В. Овсянниковым, вычислены инвариантные подмодели (ИП) ранга три, которые представляются в каноническом виде [3] с

помощью двух типов систем: стационарных и эволюционных, в количестве 7 и 6 соответственно.

Пусть $a_i, i = 1..5, b_j, j = 1..3$ коэффициенты ИП ранга три в каноническом виде для алгебры Ли L_{12} , $\bar{a}_k, k = 1..5, \bar{b}_l, l = 1..3$ коэффициенты ИП ранга три в каноническом виде для L_{11} . Для всех ИП ранга три одномерных подалгебр из L_{12} и из L_{11} справедливо $a_4 = \bar{a}_4, b_j = \bar{b}_l, j, l = 1..3$.

Далее перечисляются только те коэффициенты ИП алгебры Ли L_{12} , которые отличны от коэффициентов для ИП L_{11} . Для подалгебры 1.1 из оптимальной системы для L_{12} справедливо $a_5 = \bar{a}_5 + a^{-1}$; для 1.3 $a_3 = \bar{a}_3 + y_1^{-1}R^{-1}, a_5 = \bar{a}_5 - y_1^{-1}w_1$; для 1.5 $a_5 = \bar{a}_5 - 2a^{-1}$; для подалгебр 1.n, $n = 7..10$ $a_5 = \bar{a}_5 - 1$; для 1.11 $a_1 = \bar{a}_1 + R^{-1}t, a_3 = \bar{a}_3 - R^{-1}$; для 1.12 $a_3 = \bar{a}_3 - t^{-1}R^{-1}, a_5 = \bar{a}_5 + a_4w_1$; для 1.13 $a_3 = -R^{-1}, a_5 = -w_1$.

Коэффициенты для подалгебры 1.2 таковы: $a_1 = \bar{a}_1 + \frac{at}{y_1^2}R^{-1}, a_3 = u_1 \frac{ay_1}{y_1^2 + a^2t^2} - \frac{y_1^2 - a^2t^2}{y_1(y_1^2 + a^2t^2)}v_1w_1 - \frac{2a^2t}{y_1^2 + a^2t^2}w_1 - \frac{y_1}{R(y_1^2 + a^2t^2)}, a_5 = -y_1^{-1}(w_1 - \frac{aty_1}{y_1^2 + a^2t^2}u_1) + a_4f_R R$. В работе [3] в подалгебре 1.4 уточнено представление инвариантного решения $U = \frac{x_1^2}{x_1^2 + 1}v_1 + x_1^{-1}w_1, W = w_1 - \frac{x_1}{x_1^2 + 1}v_1$, коэффициенты для данной подалгебры из алгебры Ли L_{12} имеют вид: $a_1 = x_1^{-1}(w_1 - \frac{x_1}{1 + x_1^2}v_1)^2, a_2 = 2u_1w_1x_1^{-2} + 4u_1v_1 \frac{x_1}{1 + x_1^2} - R^{-1}x_1^{-1}, a_3 = \frac{1 - x_1^2}{x_1(1 + x_1^2)}u_1w_1 - R^{-1} \frac{x_1}{1 + x_1^2}$.

Список литературы

1. Овсянников Л. В. *Лекции по основам газовой динамики*. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
2. Сираева Д. Т. *Оптимальная система неподобных подалгебр суммы двух идеалов*. УМЖ. 2014. Т. 6. № 1. С. 94–107.
3. Хабилов С. В. *Аналитические методы в газовой динамике*. Уфа: Гилем, 2003.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНОЙ МОДЕЛИ МАССОПЕРЕНОСА

О. В. Соболева

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

Целью настоящей работы является анализ методов численного решения обратных экстремальных задач и разработка численного алгоритма решения указанных задач для модели массопереноса, описываемой нестационарным уравнением диффузии-реакции.

Рассмотрим в ограниченной области $\Omega \in \mathbb{R}^d, d = 2, 3$ с липшицевой границей Γ задачу нахождения функции φ из соотношений

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \lambda \Delta \varphi + k\varphi + f, \varphi|_{t=0} = \varphi_0(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad \varphi = \psi \text{ на } \Gamma. \quad (1)$$

Здесь $\lambda > 0$ – коэффициент диффузии, k – величина, характеризующая распад вещества за счет химических реакций, f – плотность объемных источников, φ_0 и ψ – заданные в Ω и на Γ функции.

Исследуемая в работе обратная задача заключается в нахождении неизвестных функций – коэффициента k и плотности источников f , которые требуется определить вместе с решением φ по дополнительной информации о состоянии среды в некоторой подобласти $\Omega_0 \subset \Omega$. Указанная задача формулируется как задача минимизации функционала

$$J(\varphi, k, f) \equiv \frac{\mu_0}{2} \int_0^T \int_{\Omega_0} |\varphi - \varphi_d|^2 dx dt + \frac{\mu_1}{2} \int_0^T \int_{\Omega} |f|^2 dx dt + \frac{\mu_2}{2} \int_{\Omega} |k|^2 dx \rightarrow \inf$$

на решениях исходной краевой задачи (1). Здесь $\varphi_d \in L^2(\Omega_0 \times (0, T))$ – заданная функция.

В работе проведен анализ методов [1] численного решения экстремальных задач на основе которого разработан алгоритм численного решения поставленной обратной экстремальной задачи. Разработаны и протестированы программы для численного решения обратной экстремальной задачи, описывающей процесс переноса веществ в двумерной ограниченной области. Обсуждаются результаты численных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00313-а).

Список литературы

1. Самарский А. А., Вабишевич П. Н. *Численные методы решения обратных задач математической физики*. М.: Едиториал УРСС, 2004. 480 с.

О «ПРОСТЫХ» ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО–ИНВАРИАНТНЫХ РЕШЕНИЯХ

А. А. Талышев

Новосибирский государственный университет

Система дифференциальных уравнений называется автоморфной относительно группы Ли, если все её решения находятся на орбите одного из них [1, §25]. Пусть система дифференциальных уравнений E допускает конечномерную группу симметрий Ли G . Перечень всех потенциально возможных типов автоморфных систем данной группы определяется неравенствами:

$$\max\{n, r_k\} \leq d_k \leq \min\{n + r_k, \nu_k\}, \quad r_k \leq r_{k+1} \leq r, \quad d_k \leq d_{k+1}, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где n – размерность пространства независимых переменных, r – размерность группы G , r_k – общий ранг k -го продолжения группы G , ν_k – размерность k -го продолжения пространства независимых и зависимых переменных, и d_k – размерность орбиты решения в k -ом продолжении пространства.

Конечное продолжение (как правило нулевого порядка) всякой автоморфной системы является вполне интегрируемой системой [2]. Автоморфная система, у которой ранг $\rho_k = d_k - r_k = n$, участвует в групповом расслоении [1, §26]. А решения автоморфных систем меньшего ранга названы в [1, с. 336] дифференциально-инвариантными решениями.

В работе [3] инвариантные решения ранга 0 названы «простыми» решениями. Здесь предлагается распространить этот термин и на дифференциально-инвариантные решения ранга 0. Любое «простое» дифференциально-инвариантное решение относительно подгруппы $H \subset G$ является «простым» дифференциально-инвариантным решением относительно группы G [2]. Для автоморфных систем бóльшего ранга при переходе от подгруппы к группе ранг может меняться.

Для построения автоморфных систем используется теорема о представлении неособых инвариантных многообразий [1, §25] и утверждение о том, что конечное продолжение всякой автоморфной системы является вполне интегрируемой системой [2].

В качестве примера построены все «простые» дифференциально-инвариантные решения уравнений динамики политропного газа относительно полной допускаемой группы симметрий Ли. Для интегрирования автоморфных систем использовались результаты работы [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (проект НШ-2133.2014.1).

Список литературы

1. Овсянников Л. В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1978. 400 с.
2. Талышев А. А. *Об автоморфных системах конечномерных групп Ли*. Уфимский математический журнал. 2012. Т. 4, № 4. С. 130–138.
3. Овсянников Л. В. *О «простых» решениях уравнений динамики политропного газа*. ПМТФ. 1999, Т. 40, № 2. С. 5–12.
4. Талышев А. А. *Об интегрировании автоморфных систем конечномерных групп Ли*. Уфимский математический журнал. 2014. Т. 6, № 1. С. 108–114.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ

Д. А. Терешко

Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток

Важное прикладное значение имеют задачи создания течения с требуемым полем скорости либо температуры. Указанные задачи формулируются как задачи управления, для решения которых необходимо разрабатывать специальные численные алгоритмы. Наибольшую сложность представляют нестационарные задачи, когда характеристики течения существенным образом зависят от времени.

В ограниченной области Ω с границей Γ рассматривается начально-краевая задача для нестационарных уравнений Обербека–Буссинеска

$$\mathbf{u}_t + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} - \nu \Delta \mathbf{u} + \nabla p = -\beta T \mathbf{G} \text{ в } \Omega \times (0, t_{max}), \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0 \text{ в } \Omega \times (0, t_{max}),$$

$$\mathbf{u}|_{t=0} = \mathbf{u}_0 \text{ в } \Omega, \quad \mathbf{u} = \mathbf{g} \text{ на } \Gamma \times (0, t_{max}),$$

$$T_t + \mathbf{u} \cdot \nabla T - \lambda \Delta T = f \text{ в } \Omega \times (0, t_{max}), \quad T|_{t=0} = T_0 \text{ в } \Omega,$$

$$T = \psi \text{ на } \Gamma_D \times (0, t_{max}), \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \chi \text{ на } \Gamma_N \times (0, t_{max}),$$

описывающая процесс распространения тепла в вязкой жидкости на конечном интервале времени $(0, t_{max})$. Здесь \mathbf{u} , p и T – вектор скорости, давление и температура жидкости, $\nu = \text{const} > 0$ – коэффициент кинематической вязкости, β – объемный коэффициент теплового расширения, \mathbf{G} – вектор ускорения свободного падения, $\lambda = \text{const} > 0$ – коэффициент теплопроводности, f – объемная плотность источников тепла, \mathbf{g} , ψ и χ – некоторые функции, заданные на соответствующих участках границы, $\Gamma = \overline{\Gamma_D} \cup \overline{\Gamma_N}$, $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$.

Для данной математической модели формулируются задачи условной минимизации функционалов качества, зависящих как от слабых решений исходной начально-краевой задачи, так и от функций \mathbf{g} , ψ либо χ , играющих роль управлений. На основе методов исследования экстремальных задач из работ [1, 2] выводится система оптимальности, описывающая необходимые условия минимума.

Разработан численный алгоритм решения экстремальной задачи, основанный на итерационном процессе решения прямых и обратных по времени начально-краевых задач, входящих в нелинейную систему оптимальности. Проведена серия вычислительных экспериментов, направленная на выявление наиболее эффективных механизмов управления течениями вязкой теплопроводной жидкости. Исследуется влияние безразмерных параметров подобия, параметра регуляризации и других величин на устойчивость численного решения задачи минимизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00313-а).

Список литературы

1. Алексеев Г. В., Терешко Д. А. *Анализ и оптимизация в гидродинамике вязкой жидкости*. Владивосток: Дальнаука, 2008.
2. Alekseev G. V., Tereshko D. A. *Control problems for heat-conducting viscous fluid flow in manufacturing processes*. Appl. Mech. Mater. 2013. V. 372. P. 373–376.

СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПЛАЗМА-ВАКУУМ

Ю. Л. Трахинин

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Задача со свободной границей плазма-вакуум рассмотрена в классической постановке, когда течение плазмы описывается гиперболическими уравнениями магнитной гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости для вектора неизвестных $U = (p, v, H, S)$, а магнитное поле в вакууме \mathcal{H} подчиняется эллиптической системе пред-максвелловской динамики $\operatorname{rot} \mathcal{H} = 0$, $\operatorname{div} \mathcal{H} = 0$, где $p = p(\rho, S)$ — давление, ρ — плотность плазмы, S — энтропия, v и H — векторы скорости и магнитного поля в плазме. Свободная граница $\Gamma(t) = \{F(t, x) = 0\}$ между плазмой и вакуумом движется со скоростью частиц плазмы на ней, а остальные граничные условия требуют непрерывности полного давления $q = p + \frac{1}{2}|H|^2$ и параллельности свободной границе магнитных полей со стороны плазмы и со стороны вакуума:

$$\frac{dF}{dt} = 0, \quad [q] = 0, \quad H \cdot N = 0, \quad \mathcal{H} \cdot N = 0 \quad \text{на} \quad \Gamma(t)$$

(для всех $t \in [0, T]$), где $N = \nabla F$ — нормаль к Γ , $d/dt = \partial_t + (v \cdot \nabla)$, а $[q] = q|_{\Gamma} - \frac{1}{2}|\mathcal{H}|_{\Gamma}^2$. Основные теоретические исследования этой задачи были связаны с огромной популярностью (особенно в 50-е–70-е годы XX века) вопроса удержания плазмы и посвящены нахождению критериев устойчивости состояний равновесия. До сих пор, однако, не было результатов о корректности полной (нестационарной) задачи.

В предположении, что в начальный момент времени плотность плазмы строго положительна вплоть до границы, а магнитные поля в плазме и вакууме не коллинеарны в каждой

точке свободной границы, доказана локальная по времени теорема существования и единственности решения задачи со свободной границей плазма-вакуум в весовых анизотропных пространствах Соболева H_*^s [1–3].

При нарушении указанного условия неколлинеарности доказана априорная L^2 оценка для линеаризованной задачи, если в каждой точке невозмущенной границы выполнено обобщенное условие Рэлея-Тейлора $[\partial q / \partial N] < 0$ на знак скачка нормальной производной полного давления [4]. Показано, что одновременное нарушение условия неколлинеарности и обобщенного условия Рэлея-Тейлора влечет за собой некорректность задачи [4] (связанную с неустойчивостью Рэлея-Тейлора).

Часть результатов [2, 3] получена совместно с Paolo Secchi (Ун-т Брешиа, Италия).

Список литературы

1. Trakhinin Y. *On the well-posedness of a linearized plasma-vacuum interface problem in ideal compressible MHD*. J. Differential Equations. 2010. V. 249. N. 10. P. 2577–2599.
2. Secchi P., Trakhinin Y. *Well-posedness of the linearized plasma-vacuum interface problem*. Interface Free Bound. 2013. V. 15. N. 3. P. 323–357.
3. Secchi P., Trakhinin Y. *Well-posedness of the plasma-vacuum interface problem*. Nonlinearity. 2014. V. 27. N. 1. P. 105–169.
4. Trakhinin Y. *On well-posedness of the plasma-vacuum interface problem: the case of non-elliptic interface symbol*. In preparation.

НАЧАЛЬНО-КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА УРАВНЕНИЙ, НЕ РАЗРЕШИМЫХ ОТНОСИТЕЛЬНО ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ

В. Е. Федоров, Д. М. Гордиевских

Челябинский государственный университет

Пусть многочлены $P_n(\lambda) = \sum_{i=0}^n c_i \lambda^i$, $Q_r(\lambda) = \sum_{j=0}^r d_j \lambda^j$ таковы, что $c_i, d_j \in \mathbb{C}$, $i = 0, 1, \dots, n$, $j = 0, 1, \dots, r$, $c_n, d_r \neq 0$, $n \geq r$, $\Omega \subset \mathbb{R}^s$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞ , $\Delta = \sum_{k=1}^s \frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$ — оператор Лапласа. При $\alpha > 0$, $\theta \in \mathbb{R}$ рассмотрим начально-краевую задачу

$$\begin{aligned} D_t^\alpha P_n(\Delta)u(x, t) &= Q_m(\Delta)u(x, t), \quad (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}_+, \\ (1 - \theta)\Delta^k u(x) + \theta \frac{\partial \Delta^k u}{\partial n}(x) &= 0, \quad k = 0, \dots, n-1, \quad (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbb{R}_+, \\ \frac{\partial^k u}{\partial t^k}(x, 0) &= u_k(x), \quad x \in \Omega, \quad k = 0, 1, \dots, m-1, \end{aligned} \quad (1)$$

где $D_t^\alpha f = J_t^{m-\alpha} f^{(m)}$ — дробная производная Капуто, $J_t^\delta h(t) = \frac{1}{\Gamma(\delta)} \int_0^t (t-s)^{\delta-1} h(s) ds$, m — наименьшее натуральное число, не превосходящее числом α .

Определим в пространстве $L_2(\Omega)$ оператор A , действующий на своей области определения $D_A = \{u \in H^2(\Omega) : (1 - \theta)u(x) + \theta \frac{\partial}{\partial n} u(x) = 0, x \in \partial\Omega\}$ как $Au = \Delta u$. Через $\{\varphi_k : k \in \mathbb{N}\}$ обозначим ортонормированные в смысле скалярного произведения $\langle \cdot, \cdot \rangle$ в $L_2(\Omega)$ собственные функции оператора A , занумерованные по невозрастанию его собственных значений $\{\lambda_k :$

$k \in \mathbb{N}$ с учетом их кратности. Обозначим функцию Миттаг-Лёфлера $E_\alpha(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + 1)}$.

Используя общие результаты работы [1], получим следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть $r \leq n$, спектр $\sigma(A)$ не содержит общих корней многочленов $P_n(\lambda)$ и $Q_r(\lambda)$; для всех $k \in \mathbb{N}$, при которых $P_n(\lambda_k) = 0$, выполняются равенства $\langle u_l, \varphi_k \rangle = 0$, $l = 0, 1, \dots, m-1$. Тогда существует единственное решение задачи (1). При этом оно имеет вид

$$\text{вид } u(x, t) = \sum_{P_n(\lambda_k) \neq 0} \sum_{l=0}^{m-1} J_t^l E_\alpha \left(\frac{Q_r(\lambda_k)}{P_n(\lambda_k)} t^\alpha \right) \langle u_l, \varphi_k \rangle \varphi_k(x).$$

Пусть $P_1(\lambda) = 1 + \lambda$, $Q_1(\lambda) = \lambda$, $\Omega = (0, \pi)$, $Au = u''$, $\theta = 1$. Тогда (1) имеет вид

$$\begin{aligned} D_t^\alpha (u + u_{xx}) &= u_{xx}, \quad (x, t) \in (0, \pi) \times \mathbb{R}_+, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0, \quad t \in \mathbb{R}_+, \\ \frac{\partial^l u}{\partial t^l}(x, 0) &= u_l(x), \quad x \in (0, \pi), \quad l = 0, 1, \dots, m-1. \end{aligned}$$

Решением задачи является функция $u(x, t) = \sum_{k=2}^{\infty} \sum_{l=0}^{m-1} J_t^l E_\alpha \left(\frac{k^2 t^\alpha}{k^2 - 1} \right) \langle u_l(\xi), \cos k\xi \rangle \cos kx$.

Работа выполнена при поддержке Лаборатории квантовой топологии Челябинского государственного университета (грант правительства РФ № 14.Z50.31.0020).

Список литературы

1. Федоров В. Е., Гордиевских Д. М. Разрешающие операторы вырожденных эволюционных уравнений с дробной производной по времени. Изв. вузов. Математика. 2015. № 1. С. 71–83.

О СИММЕТРИЯХ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ДИНАМИКУ СМЕСИ ДВУХ ГАЗОВ

Н. В. Филин

Челябинский государственный университет

В работе исследованы некоторые свойства [1, 2] системы уравнений

$$\begin{aligned} \rho_t + \rho_x u + u_x \rho &= 0, \\ \sigma_t + \sigma_x v + v_x \sigma &= 0, \\ u\rho_t + u_t \rho + 2u_x u \rho + \rho_x u^2 + P_\rho \rho_x m + P_\sigma \sigma_x m + P_m m_x m + 2Pm_x + b\sigma(u - v) &= 0, \\ v\sigma_t + v_t \sigma + 2v_x v \sigma + \sigma_x v^2 + Q_\rho \rho_x (1 - m) + \\ + Q_\sigma \sigma_x (1 - m) + Q_m m_x (1 - m) - Qm_x - Pm_x - b\sigma(u - v) &= 0, \\ m_t + vm_x &= a(P - Q), \end{aligned}$$

описывающей течение смеси двух газов.

Найдена алгебра Ли групп преобразований эквивалентности, базис которой состоит из операторов

$$Y_1 = \frac{\partial}{\partial t}, \quad Y_2 = \frac{\partial}{\partial x}, \quad Y_3 = t \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial v}.$$

Оптимальные системы Θ_1 и Θ_2 одномерных и двухмерных подалгебр алгебры Ли имеет вид [3]

$$\{ \langle Y_2 \rangle, \langle Y_3 \rangle, \langle Y_1 + cY_3 \rangle, \langle Y_2, Y_3 \rangle, \langle Y_2, Y_1 + cY_3 \rangle c \in \mathbb{R} \}$$

Получены некоторые подмодели системы уравнений, например,

$$\begin{aligned}\rho &= C_1, \quad \sigma = C_2, \\ v(t) &= C_4 e^{-b \frac{C_1+C_2}{C_1} t} + \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_2}, \\ u(t) &= -\frac{C_2 C_4}{C_1} e^{-b \frac{C_1+C_2}{C_1} t} + \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_2}, \\ m_t &= a(P(m) - Q(m)).\end{aligned}$$

Список литературы

1. Овсянников Л. В. *Групповой анализ дифференциальных уравнений*. М.: Наука, 1978.
2. Ибрагимов Н. Х. *Группы преобразований в математической физике*. М.: Наука, 1983.
3. Панов А. В, Фёдоров В. Е. *Вестник Челябинского государственного университета*. 2011. № 38 (253). Физика. Вып. 11. С. 65–68.

ВЫРАВНИВАНИЕ ДАВЛЕНИЯ В ПОРИСТОЙ ТРУБЕ С ЗАКРЫТЫМ КОНЦОМ ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

С. В. Хабиров

Институт механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

Фильтрация газа в пористой среде описывается нелинейным параболическим уравнением в виде закона сохранения

$$p_t = (pp_x)_x.$$

Из закона сохранения следует условие на ударной волне. Возле закрытого конца ударной трубы находится пористая среда, насыщенная газом. На свободную поверхность пористой трубы подается избыточное давление. Требуется определить закон затухания ударной волны и как растёт давление на закрытом конце трубы.

Возможны различные сценарии выравнивания давления. Выбран единственный вариант, согласующийся с законом фильтрации, условием на ударной волне и разложениями в ряды решения в областях гладкости. Выведена система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая приближённое решение поставленной задачи. В линейном приближении за ударной волной дано качественное описание выравнивания давления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-97027-р-поволжье-а), а также НШ-2133.2014.1, правительства РФ постановление 220 грант 11.G34.31.0042.

ОБ ОДНОЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. В. Шанько

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

Рассмотрим переопределенную систему уравнений

$$\begin{aligned} u_t + uu_x + vu_y + p_x &= 0, \\ v_t + uv_x + vv_y + p_y &= 0, \\ u_x + v_y &= 0, \\ p_0(p_t + up_x + vp_y) &= p'_0 p, \end{aligned} \tag{1}$$

где $p_0 = p_0(t)$ — некоторая функция.

Система (1) описывает двумерные движения жидкости с дополнительным условием постоянства величины p/p_0 в частице. Это условие позволяет интерпретировать каждое решение (1), как двумерное движение жидкости со свободной границей, определяемой соотношением $p = 0$.

Запишем систему (1) в специальных лагранжевых координатах, характеризуемых условием $p/p_0 = \eta$:

$$\begin{aligned} x_{tt} - p_0 y_\xi &= 0, \\ y_{tt} + p_0 x_\xi &= 0, \\ x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi &= 1. \end{aligned} \tag{2}$$

В данной работе проведен частичный анализ на совместность системы (2). Построены примеры точных решений.

ФОРМУЛА ГРИФФИТСА ДЛЯ УПРУГОГО ТЕЛА С ОТСЛОИВШИМСЯ ВКЛЮЧЕНИЕМ ТИМОШЕНКО

В. В. Щербаков

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Новосибирский государственный университет

Рассматривается нелинейная задача о равновесии двумерного упругого тела с частично отслоившимся тонким упругим включением Тимошенко, см. [1]. Наличие отслоения означает существование трещины между включением и упругой матрицей. Смещения противоположных берегов трещины ограничены условием непроникания. Выведена формула типа Гриффитса, дающая первую производную функционала энергии системы по длине трещины. Показано, что формула для производной допускает представление в виде инвариантного интеграла, не зависящего от гладкой замкнутой кривой, окружающей вершину трещины. Полученный инвариантный интеграл состоит из суммы регулярной и сингулярной частей и является аналогом классического J -интеграла Эшелби — Черепанова — Райса. Результаты работы опираются на методы, развитые в [2, 3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-31182).

Список литературы

1. Итоу Х., Лойгеринг Г., Хлуднев А. М. *Тонкие включения Тимошенко в упругом теле с возможным отслоением*. ДАН. 2014. Т. 458. С. 32–35.
2. Destuynder P., Djaoua M. *Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de Rice en théorie de la rupture fragile*. Math. Meth. Appl. Sci. 1981. V. 3. P. 70–87.
3. Khludnev A. M., Sokolowski J. *Griffith formulae for elasticity systems with unilateral conditions in domains with cracks*. Eur. J. Mech. A/Solids. 2000. V. 19. P. 105–119.

ОБ УРАВНЕНИЯХ ЛАГРАНЖЕВОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

О.А. Арбит, Э.Е. Либин

Томский государственный университет, Томск

Двумерные уравнения гидродинамики, записанные в форме Лагранжа [1]

$$\frac{\partial x}{\partial a} \ddot{x} + \frac{\partial y}{\partial a} \ddot{y} = -\frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{p}{\rho} \right), \quad \frac{\partial x}{\partial b} \ddot{x} + \frac{\partial y}{\partial b} \ddot{y} = -\frac{\partial}{\partial b} \left(\frac{p}{\rho} + gy \right), \quad \frac{\partial(x, y)}{\partial(a, b)} = 1, \quad (1)$$

состоят из двух уравнений движения и из условия несжимаемости. Искомыми величинами являются функции: $x(a, b, t)$, $y(a, b, t)$ и $p(a, b, t)$, которые должны определяться по условиям на свободной границе, на твердых стенках и по начальным данным. Независимыми переменными являются параметры a , b , которые позволяют различать частицы, и время t . Насколько известно, до сих пор не предпринимались попытки упрощения нелинейной системы уравнений (1). Это можно сделать, если представить себе, что координаты a , b выражены через другую пару координат α и β . Тогда условие несжимаемости можно записать в виде

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(\alpha, \beta)} = \frac{\partial(a, b)}{\partial(\alpha, \beta)}. \quad (2)$$

Легко проверить, что условие (2) выполняется, если представить величины x, y и a, b через произвольную функцию $\psi(\alpha, \beta, t)$, следующими зависимостями:

$$x = \alpha + \psi_\beta, \quad y = \beta - \psi_\alpha; \quad a = \alpha - \psi_\beta, \quad b = \beta + \psi_\alpha. \quad (3)$$

Подстановка (3) в уравнения движения (1) приводит их к виду

$$\ddot{\psi}_\beta - g\psi_{\alpha\alpha} + \det \begin{vmatrix} \psi_{\alpha\beta} & -\ddot{\psi}_\alpha \\ \psi_{\alpha\alpha} & \ddot{\psi}_\beta \end{vmatrix} = -\Phi_\alpha, \quad -\ddot{\psi}_\alpha - g\psi_{\alpha\beta} + \det \begin{vmatrix} \psi_{\alpha\beta} & -\ddot{\psi}_\beta \\ \psi_{\beta\beta} & \ddot{\psi}_\alpha \end{vmatrix} = -\Phi_\beta, \quad (4)$$

где $\Phi = p/\rho + g\beta$. Исключая Φ из уравнений (4), получаем, что функция ψ должна удовлетворять однородному дифференциальному уравнению

$$\ddot{\psi}_{\alpha\alpha} + \ddot{\psi}_{\beta\beta} + \frac{\partial(\psi_\alpha, \ddot{\psi}_\alpha)}{\partial(\alpha, \beta)} + \frac{\partial(\psi_\beta, \ddot{\psi}_\beta)}{\partial(\alpha, \beta)} = 0. \quad (5)$$

Если известна какая-либо функция $\psi(\alpha, \beta, t)$, удовлетворяющая уравнению (5), то нахождение давления из системы уравнений (4) сводится к решению уравнения Пуассона. В задаче о стоячих или бегущих волнах получается точное решение, обобщающее известное решение Герстнера о трохoidalных волнах.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

Список литературы

1. Ламб Г., Гидродинамика. //Перевод. с англ. - М.: ГОСТЕХИЗДАТ, 1947, 929 с..

Гидродинамика природных систем и технологических процессов

EULERIAN TURBULENCE AND NON-NEWTONIAN FLUIDS

Helmut Z. Baumert

Institute for Applied Marine and Limnic Studies, Hamburg, Germany

This contribution presents the results of a novel theory of shear-generated turbulence at asymptotically high Reynolds numbers in incompressible fluids (“Eulerian turbulence”). It is free of empirical parameters and based on a two-fluids: an ensemble of quasi-rigid dipole-vortex tubes (vortex filaments, excitations) as quasiparticles in chaotic motion, and, between the tubes, a superfluid performing evasive motions, reminding of the Tisza-Landau two-fluid theory of liquid Helium. The spatial diffusion, birth and death processes of these vortex tubes are written as Fokker-Planck equations. For free homogeneous decay the theory predicts TKE to follow t^{-1} . With an adiabatic wall condition it predicts the logarithmic *law of the wall* with von Kármán’s constant as $1/\sqrt{2\pi} = 0.399$. Princeton’s superpipe gave 0.40 ± 0.02 (Bailey et al., 2014) which is identical with the international standard value used since years. The theory further predicts the prefactor of the 3D-wavenumber spectrum (a Kolmogorov constant) as $\frac{1}{3}(4\pi)^{2/3} = 1.802$, well within the scatter range of observational, experimental and DNS results.

The application of this theory to non-Eulerian (among them namely non-Newtonian) fluids in stirred reactors is a special challenge. Here the smallest scale (Kolmogorov’s microscale) $\lambda \neq 0$, and it even changes with the stirring characteristics. The higher the dissipation rate, the smaller λ , and the better the homogeneity in the reactor. In classical Newtonian fluids this is the rule. In shear-thickening fluids it is plausible that high shear rates thicken the fluid and might even completely strangle the mixing. To better understand the related practical phenomenae the above Eulerian theory was carefully generalized to cover also viscous fluids so that equations for steady states could be derived. They exhibit *two solutions* according to two different macroscopic states: one solution branch correlates with good mixing (somewhat reduced but still classical), the other one with strangled turbulence, identical with a *qualitatively different* situation. In the latter state some residual mixing takes place, but to a much lower degree than in the state of developed turbulence. A staggering motion between the two steady states by chaotic non-stationary transitions cannot be excluded and has even been observed.

References

1. Baumert H. Z. *Universal equations and constants of turbulent motion*. Phys. Scr. July 2013. T. 155, 12 pp., 014001, doi:10.1088/0031-8949/2013/T155/014001
2. Bailey S. C. C., Vallikivi M., Hultmark M., Smits A. J. *Estimating the value of von Karman’s constant in turbulent pipe flow*. J. Fluid Mech. 2014. Vol. 749. Pp. 79–98, doi:dx.doi.org/10.1017/jfm.2014.208.
3. Baumert H. Z. and Wessling B. *Turbulent mixing and a generalized phase transition in shear-thickening fluids*. Submitted 29 March 2015 to Phys. Scr. 8 pp.
4. Frenkel Y. I. *Kinetic Theory of Liquids*. russ. ed. 1943. Kazan University, 488 pp.
5. Herrmann H. J. *Space-filling bearings*. In: Correlation and Connectivity. (Stanley H.E. & Ostrowsky N., Kluwer. 1990, 108–120.)

A LINEARIZED MODEL OF WATER EXIT IN PLANING PROBLEMS

A. A. Korobkin¹, T. I. Khabakhpasheva^{1,2}

¹ *School of Mathematics, University of East Anglia, Norwich, UK*

² *Lavrentyev institute of hydrodynamics, Novosibirsk, Russia*

A three-dimensional steady problem of a rigid ellipsoid which is slightly submerged and moves along the water surface with a constant speed is considered within the 2D+T approximation [1,2]. The water is of infinite depth, inviscid and incompressible. Gravity and surface tension are not included in the model. The present study is motivated by hydrodynamics of high-speed vessels and aircraft ditching on the water surface, where the wetted part of the hull is streamlined and the hull is elongated in the direction of the motion.

The boundary conditions on the free surface and on the wetted surface of the body are linearized and imposed on the equilibrium position of the water surface. The hydrodynamic loads are determined for each section of the body by using the Wagner theory [3], if the section penetrates water, and by the linearized exit model [4], if the section exits from the water. The loads are corrected accounting for the shape of the wetted surface and nonlinear terms in the Bernoulli equation. The linearized exit model from [4] is generalized to sections of varying in time shapes. Theoretical predictions are compared with the numerical results obtained by solving the Navier-Stokes equations [5]. It is shown that the developed entry/exit model well predicts the distribution of the sectional forces along the wetted part of the moving elongated and smooth body.

References

1. Fontaine E., Cointe R. *A slender body approach to nonlinear bow waves*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 1997. 355(1724). Pp. 565–574.
2. Tassin A., Piro D. J., Korobkin A. A., Maki K. J., Cooker M. J. *Two-dimensional water entry and exit of a body whose shape varies in time*. Journal of Fluids and Structures. 2013. 40. Pp. 317–336.
3. Korobkin A. *Analytical models of water impact*. Eur. Journal of Applied Mathematics. 2004. 15(06). Pp. 821–838.
4. Korobkin A.A. *A linearized model of water exit*. Journal of Fluid Mechanics. 2013. 737. Pp.368–386.
5. Piro D.J., Maki K.J. *Hydroelastic analysis of bodies that enter and exit water*. Journal of Fluids and Structures. 2013. 37. Pp. 134–150.

TSUNAMI SIMULATION AT MODERN HARDWARE ARCHITECTURES

M. M. Lavrentiev^{1,2}, A. A. Romanenko¹, K. F. Lysakov²

¹*Novosibirsk State University*

²*Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk*

Timely tsunami danger prediction after strong underwater earthquake remains among the currently unresolved problems. Certainly, computation time is among the critical parameter in the

most of tsunami warning systems as it takes only about 20 minutes for tsunami wave to approach the coast of Japan after earthquake at Japan trench, or at Sagami trench (as it was after the Great East Japan Earthquake on March 11, 2011). On the other hand, accurate wave height prediction requires fine meshes which leads to dramatic increase of the necessary CPU time for modeling. The authors have put together several algorithms, optimized for some of the modern computer architectures, in order to achieve integrated performance from the seismic event to calculation of the wave parameters at selected area (2000×2000 km, e.g.) compared to 12–15 minutes.

Shallow water approximations (both linear and nonlinear) are considered worldwide as accurate propagation models for tsunami waves. These models describe reasonably well the dynamics of the wave parameters (both amplitudes and traveling times between all recorded sources and available measurement stations) even for rather rough digital bathymetry, provided that the initial sea bed displacement at tsunami source is given.

Several software packages have been proposed to simulate wave propagation over the ocean and to predict the inundation zones. We deal with the Method Of Splitting Tsunami (MOST) software package, developed at PMEL NOAA USA (Pacific Marine Environmental Laboratory of the National Oceanic and Atmospheric Administration, USA). After adaptation of MOST package to GPU, 40x performance gain for NVIDIA Tesla C2050 GPU vs. single core of Intel i7 processor was achieved, [1]. Results of numerical experiments were compared with other available simulation data. Calculation results, obtained at GPU, differ from the reference ones by parts of millimeters of the wave height simulating 24 hours wave propagation. Simulation is 3 – 4 times faster (compared to the best GPU-results) then the FPGA (Field Programmable Gates Array) VC709 is used (double precision is supported), [2]. So, considering the computational domain 2000×2000 km (which well covers coast of Japan), simulation of tsunami wave propagation (time step 10 sec) should require only 1 min at FPGA with 0.5' mesh.

References

1. Lavrentiev M., Romanenko A., Zaykov A. *An Automated Workstation for a Tsunami Expert*. Proc. 13th Intern. Conference Humans&Computers (HC2010), Aizu (Japan) – Dusseldorf (Germany), Dec. 6-11, 2010, ISBN 978-4-900721-01-2, P. 121–123.
2. Lavrentiev M., Romanenko A., Lysakov K. *Modern Computer Architecture to Speed-Up Calculation of Tsunami Wave Propagation*. Eleventh Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium, Shanghai, China, October 12–16, 2014

DYNAMICS OF LIQUID TORUS IN STOKES FLOW

O. M. Lavrenteva¹, M. Zabaranin², A. Nir¹

¹*Technion, Haifa, Israel*

²*Stevens Institute of Technology, Hoboken, NJ, USA*

In a recent study on the deformation of viscous drops in an axisymmetric compressional viscous flow (also known as bi-axial extension), [1] showed that the drops deform to steady shapes until critical condition (intensity of the flow characterized by the capillary number) are obtained. At supercritical capillary number, a fast thinning occurs near the middle of the drop, forming a nearly flat layer enclosed by a large bulbous ring. This shape continues to stretch and thin until the width of the layer become so small that intermolecular forces will lead to its break up and formation of liquid torus. Such tori, embedded in viscous compressional flow are the subject of this study.

Dynamic deformations of toroidal drop with initially circular cross section are studied making use of Boundary Integral Equations. It was shown that the initially circular torus cross first deforms

to a shape close to elliptic. Then the torus either collapses to the center, or expands indefinitely. If the capillary number, Ca , is below some critical value, a stationary state is possible as well. For moderate Ca , the cross section of stationary torus is close to ellipse. As $Ca \rightarrow 0$, the eccentricity of this stationary ellipse tends to zero. When the initial $R > R_{cr}$, the torus expands indefinitely and gradually assumes a circular cross section. It reflects the ever growing local curvature of the cross section perimeter which renders the tension forces there increasingly dominant. For $R < R_{cr}$, the torus collapses toward the axis of symmetry. When the radius of the inner interface shrinks, the local surface surrounding the gap at the axis of symmetry deforms into a cylindrical shape. With time, a circular depression develops about the symmetry plain — indication that some of the outer fluid remains trapped within this dimpled shape, and that the contact (and perhaps coalescence) of the torus may occur above and below this symmetry plain.

For super critical capillary number and sufficiently low initial major radius, the resulting dynamics has a different character. The initial circular cross section deforms to a highly asymmetric egg shape. Then, either the extended inner circular tip of the torus collapses to complete contact, or the torus expands until it is sufficiently far from the axis of symmetry, at which stage the cross section becomes gradually circular again. For higher supercritical values of Ca , after an initial short lived deformation of the cross section into elliptical shape, the drop keeps on flattening and attains very thin shapes that might be susceptible to collapse and disintegration. If this does not happen, with further toroidal expansion, the circular small cross section is regained. These examples reflect the dominance of the distorting viscous stresses upon the interfacial tension.

References

1. Zabarankin, M., Smagin, I., Lavrenteva, O. M., Nir, A. *Viscous drop in compressional Stokes flow*. J. Fluid Mech. 2013 V. 720, S. 169–191.

МЕТОД ВЗВЕШЕННЫХ НЕВЯЗОК В ЗАДАЧЕ О ТЕПЛОПЕРЕНОСЕ В ПЛЕНКАХ ЖИДКОСТИ

С. П. Актершев^{1,2}, М. В. Барташевич¹

¹Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Метод взвешенных невязок применен для расчета теплопереноса в пленке жидкости. Предполагается, что пленка толщиной h движется по локально нагреваемой пластине под действием гравитации и потока газа, на поверхности пленки заданы касательное напряжение τ и коэффициент теплообмена α . В безразмерных переменных поле температуры жидкости описывается уравнением энергии

$$((2+r)\eta - \eta^2) \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} + BT(x, 1) = 0, T(x, 0) = 1, T(0, \eta) = F(\eta), \quad (2)$$

где $r = 2\tau/\rho gh$ - безразмерное касательное напряжение, $B = \alpha h/\lambda$ - число Био, $\eta = y/h$, $F(\eta)$ - начальный профиль температуры на входе участка нагрева, ось Ox направлена вдоль силы тяжести, ось Oy - в поперечном направлении.

Задача (1), (2) решается методом Галеркина, который является одним из вариантов метода взвешенных невязок [1]. Приближенное решение уравнения (1) ищется в виде ряда по базисным функциям $\psi_k(\eta) = \sin(\omega_k \eta)$, $k = 1, 2, 3, \dots$, удовлетворяющим первому краевому условию (2). Здесь ω_k являются корнями уравнения $\omega_k \cos \omega_k + B \sin \omega_k = 0$.

Показано, что в случае гладкого начального профиля температуры на входе участка нагрева приближенное решение методом Галеркина хорошо согласуется с численным решением уравнения энергии методом конечных разностей. Этот факт имеет место как для спутного, так и для противоточного движения фаз при произвольном угле наклона пластины к горизонту.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 15-19-10025.

Список литературы

1. Флетчер К. *Вычислительные методы в динамике жидкостей*. М.: Мир, 1991.

МЕТОД ВАРЬИРОВАНИЯ СКАНИРУЮЩЕЙ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ 3D СЕТИ СОСУДОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПО ДАННЫМ МРТ

А. Е. Акулов¹, Е. Ю. Деревцов², С. В. Мальцева², М. П. Мошкин¹, А. К. Хе³,
А. А. Черевко³, А. П. Чупахин³

¹Институт Цитологии и Генетики СО РАН, Новосибирск

²Институт Математики СО РАН, Новосибирск

³Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Применение методов магнитно-резонансной томографии (МРТ) к исследованию геометрии сосудистых сетей живых организмов обусловлено высоким содержанием в крови атомов водорода. Однако, при наличии сильных извитостей и сужений сосудов в восстановленных трехмерных конфигурациях наблюдаются прерывания сосудов. Доклад содержит краткое описание метода, предлагаемого авторами для преодоления описанной проблемы прерывания сосудов.

Томограмма - совокупность послойных параллельных ЯМР-изображений объекта. Каждый срез является растровым изображением в оттенках серого, интенсивность каждого пикселя пропорциональна интенсивности ЯМР-сигнала в соответствующем элементарном объеме.

Математически томографические данные представляют собой скалярное произведение $|(v_{ijk}, n)| = A_{ijk}$ вектора скорости течения крови v_{ijk} в элементарном объеме (i, j, k) на нормаль n к набору параллельных сканирующих плоскостей данной томограммы.

Когда нормаль n к сканирующей плоскости перпендикулярна сосуду, то скалярное произведение (v_{ijk}, n) мало и в этом месте теряются данные о реальном течении крови. Это приводит к появлению разрывов в восстановленной сосудистой сети.

Для преодоления описанной проблемы прерывания сосудов был предложен метод варьирования наклона сканирующей плоскости. Его суть состоит в сканировании объекта не одним набором параллельных плоскостей (случай стандартного сканирования), а несколькими наборами, задаваемыми нормальными n_i , отклоняющимися от стандартного положения n . Таким образом, если сосуд был перпендикулярен вектору нормали n стандартного сканирования, то он будет составлять некоторый (не прямой) угол с нормальными n_i к остальным наборам

плоскостей сканирования. Полученные данные осредняются и используются для дальнейшего восстановления сосудистой сети.

Применение предложенного метода для восстановления сосудистых сетей головного мозга крыс и мышей продемонстрировало лучшие результаты, чем стандартное восстановление.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 14-35-00020, проведение экспериментов на томографе Bruker BioSpec 117/16 USR), РФФИ (проект № 14-01-00036, построение математической модели).

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИКИ ЛИНИИ КОНТАКТА НА КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ПУЗЫРЬКА

А. А. Алабужев^{1,2}, М. И. Кайсина²

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь

Исследуются собственные и вынужденные осесимметричные колебания газового пузырька, окруженного несжимаемой жидкостью конечного объема. В отсутствии внешних сил, пузырек имеет форму цилиндра и ограничен в осевом направлении двумя параллельными твердыми плоскостями. Внешняя поверхность жидкости свободная и деформируемая. Случай с недеформируемой поверхностью был рассмотрен в [1]. Равновесные краевые углы прямые. На систему действует пульсационное поле давления.

Движение линий контакта учитывается с помощью эффективного граничного условия [2]: скорость движения контактной линии пропорциональна отклонению краевого угла от его положения равновесия. Коэффициент пропорциональности, так называемый параметр смачивания (постоянная Хокинга), характеризует свойства жидкости и материала подложки.

Для основной четной моды собственных колебаний, которая описывает радиальные колебания пузырька, частота колебаний может обращаться в ноль на некотором интервале значений параметра смачивания. Длина этого интервала растет с увеличением геометрического параметра. Эта частота уменьшается с увеличением радиуса свободной поверхности внешней жидкости и увеличивается с ростом давления газа в пузырьке.

При исследовании вынужденных колебаний было обнаружено существование антирезонансных частот, т.е. таких значений частот внешнего воздействия, при которых поверхность пузырька не отклоняется от равновесного значения. Для отклонения поверхности цилиндрического пузырька, рассматриваемого в настоящей работе, в центре слоя антирезонансные частоты существуют, но их в два раза меньше, чем для отклонения контактной линии. При этом значения антирезонансных частот не зависят от параметра смачивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-96017).

Список литературы

1. Алабужев А. А. *Поведение цилиндрического пузырька под действием вибраций*. Вычислительная механика сплошных сред. 2014. V. 7. № 2. P. 151–161.
2. Hocking L. M. *The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary*. J. Fluid Mech. 1987. V. 189. P. 253–266.

КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КАПЛИ В ПЕРЕМЕННОМ НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

А. А. Алабужев^{1,2}, М. А. Кашина²

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Исследуются вынужденные колебания и параметрическая капля несжимаемой жидкости под действием переменного электрического поля. В равновесном состоянии капля имеет форму цилиндра, ограниченного в осевом направлении параллельными твердыми плоскостями. Равновесный краевой угол – прямой. Капля окружена несжимаемой жидкостью другой плотности. Внешнее электрическое поле играет роль внешней силы, которая заставляет двигаться контактную линию. Электрическое поле периодически по времени с некоторой частотой. Для описания движения контактной линии используется модифицированное условие Хокинга [1]: скорость движения контактной линии пропорциональна сумме отклонения краевого угла и скорости быстрых релаксационных процессов, частоты которых пропорциональна удвоенной частоте электрического поля ω .

Получены данные об отклонении поверхности и частотных характеристиках в зависимости от постоянной Хокинга, частоты и амплитуды внешнего электрического поля и геометрических параметров системы. Показано, что с увеличением постоянной Хокинга, влияние электрического поля становится более существенным, чем диссипативные механические эффекты при движении контактной линии. Это приводит к увеличению амплитуды колебания и возникновению резонанса. В отсутствие электрического поля, эффективное граничное условие приводит к диссипации и амплитуда всегда ограничена. При переменном электрическом поле также существуют «антирезонансные» частоты, как и при обычных механических колебаниях капли.

Исследована параметрическая неустойчивость вынужденных колебаний капли в однородном переменном электрическом поле. Получены данные о зависимости областей неустойчивости от параметров задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 14-21-00090).

Список литературы

1. Hocking L. M. *The damping of capillary-gravity waves at a rigid boundary*. J. Fluid Mech. 1987. V. 189. P. 253–266.

ВЛИЯНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ВИБРАЦИЙ НА ДЛИННОВОЛНОВУЮ КОНВЕКЦИЮ МАРАНГОНИ

А. А. Алабужев^{1,2}, С. В. Шкляев¹, М. Хеннер³

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Пермский государственный национальный исследовательский университет

³Western Kentucky University, Bowling Green, USA

Рассматривается тонкий слой жидкости на подложке подогреваемой снизу. Подложка совершает вертикальные гармонические колебания с заданной частотой и амплитудой. Частота внешних вибраций может меняться в пределах от ультразвуковой (период колебаний сравним с характерным временем релаксации толщины пленки) до около акустической (толщина вязкого пограничного слоя мала по сравнению с толщиной пленки). При высокочастотных вибрациях используется метод осреднения [1] по толщине слоя жидкости, в результате чего получается амплитудное уравнение, аналогичное уравнению Копбосынова-Пухначева [2] в случае без вибраций. Исследовалась как одномерная, так и двумерная задача.

Было показано, что высокочастотное вибрационное воздействие эффективно подавляет конвекцию Марангони. Это приводит к стабилизации поверхности пленки по сравнению с ультразвуковыми частотами, когда влияние вибраций сводится к модулированию ускорения свободного падения. Отметим, что по результатам исследований, промежуточный масштаб частот не оказывает никакого влияния на конвекцию Марангони в тонкой пленке на подложке. Однако такие большие частоты приводят к возникновению неустойчивости Фарадея (рябь Фарадея). Таким образом, хотя высокочастотное вибрационное воздействие и подавляет термокапиллярную конвекцию Марангони, но, в свою очередь, приводит к неустойчивости поверхности пленки относительно поперечных колебаний – неустойчивости Фарадея.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-96010).

Список литературы

1. Shklyayev S., Khenner M., Alabuzhev A. A. *Enhanced stability of a dewetting thin liquid film in a single-frequency vibration field*. Phys. Rev. E. 2008. V. 77. 036320.
2. Копбосынов Б. К., Пухначев В. В. *Термокапиллярное движение в тонком слое жидкости*. Гидромеханика и процессы переноса в невесомости. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983. С.116–125.

ДВУМЕРНОЕ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЕ ДВИЖЕНИЕ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

В. К. Андреев

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

Рассматривается движение двух несмешивающихся несжимаемых вязких теплопроводных жидкостей в плоском канале. Скорости, давления и температуры ищутся в виде $u_{1j} = u_j(y, t)x + w_j(y, t)$, $u_{2j} = v_j(y, t)$, $p_j = h_j(y, t) - f_j(t)x^2/2$, $\theta_j = a_j(y, t)x^2 + b_j(y, t)$, причём $h_{jy} = \eta_j v_{jyy} - v_{jt} - v_j v_{jy} - g$, $v_{jy} = -u_j$, где η_j – кинематические вязкости жидкостей, g – ускорение силы тяжести, $j = 1, 2$. Впервые такого рода стационарные течения одной жидкости

изучались в работе Хименца [1]. Применим это решение для описания движения, происходящего под действием термокапиллярных сил из состояния покоя, причём предполагаем, что поверхностное натяжение линейно зависит от температуры. После подстановки вида решения в уравнения движения и энергии задача сводится к начально-краевой для функций $u_j(y, t)$, $a_j(y, t)$. Она является обратной, так как функции $f_j(t)$ также неизвестны. Что касается функций $w_j(y, t)$ и $b_j(y, t)$, то они находятся после определения u_j , a_j , f_j . Для малых чисел Марангони (ползущие движения) получены следующие результаты: 1) найдено точное стационарное решение $u_j^s(y)$, $a_j^s(y)$, f_j^s ; 2) установлены априорные оценки вида $|u_j(y, t) - u_j^s(y)| \leq U_j e^{-\gamma t}$, $|a_j(y, t) - a_j^s(y)| \leq A_j e^{-\gamma t}$, $|f_j(t) - f_j^s| \leq F_j e^{-\gamma t}$ с положительными постоянными U_j , A_j , F_j , γ ; 3) решение нестационарной задачи найдено в образах по Лапласу в явной форме и приведены примеры расчётов для конкретных жидкостей. Некоторые результаты получены асимптотическими методами и для нелинейной задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00067).

Список литературы

1. Hiemenz K. *Die Grenzschicht an einem in den gleichförmigen Flüssigkeitsstrom eingetauchten geraden Kreiszyylinder*. DIngl. Polytech. Journal, **32**, 321–410 (1911).

МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ НАПЛАВЛЕННОГО ПОКРЫТИЯ В УСЛОВИЯХ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

М. А. Анисимова

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск

В настоящее время большое распространение получили композиционные материалы и покрытия, применяемые в современных технологиях. Влияние на свойства таких материалов оказывают способы и условия их получения. Например, условия сопряженного теплообмена часто приводят к особенностям в структуре и свойствах конечных изделий.

Значительную роль в распределении фаз в покрытии могут играть различный характер теплообмена наплавленного покрытия с окружающей средой и с подложкой, а также свойства поверхности подложки (неоднородная структура поверхности).

В первом приближении можно изучить роль сопряженных условий теплообмена на свойства покрытия, используя теплофизическую модель, учитывающую названные особенности.

В настоящей работе предложена математическая модель остывания и кристаллизации наплавленного композиционного покрытия. Предполагается, что частицы наполнителя могут быть неравномерно распределены в покрытии вследствие влияния силы тяжести и разного размера и массы частиц, что описывается зависимостью концентрации включений от координат.

Форма и неоднородная структура поверхности подложки влияет на условия остывания и кристаллизации, что описывается с помощью введения неоднородного термического сопротивления границы раздела материалов.

Задача решается численно с использованием неявной разностной схемы расщепления по координатам и стандартного метода покоординатной прогонки [1].

Эффективные свойства неоднородного покрытия оцениваются на основе подходов, известных в механике композиционных материалов [2].

Модель позволяет изучить влияние концентрации наполнителя и свойств поверхности подложки на распределение температуры и скорость остывания и кристаллизации покрытия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки России за 2014 – 2016 г., исследования № 11.815.2014/К.

Автор выражает благодарность доктору физико-математических наук профессору кафедры ФВТМ Анне Георгиевне Князевой за обсуждение постановки задачи и результатов.

Список литературы

1. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. *Численное моделирование процессов тепло- и массообмена*. М.: Наука, 1984.
2. Кристенсен Р. *Введение в механику композитов*. М.: Мир, 1974.

НОВОЕ НЕЛИНЕЙНОЕ ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛОСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХСЛОЙНОГО ТЕЧЕНИЯ ПУАЗЕЙЛЯ

Д. Г. Архипов, Г. А. Хабахпашев

*Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

К настоящему времени появилось большое число работ, посвященных устойчивости двухслойного сдвигового потока в прямоугольном канале (см. обзоры в монографиях [1, 2]). Модель двухслойного течения Пуазейля при малом различии плотностей жидкостей позволяет получать гравитационные волны с достаточно малой фазовой скоростью, сравнимой со скоростью стационарных ламинарных потоков. В статье [3] предложено слабонелинейное эволюционное уравнение для моделирования гравитационных волн в таком двухслойном течении. Однако конечное уравнение выводится при допущениях, соответствующих малости скорости основного потока.

Целью данной работы является расширение области применимости интегро-дифференциального уравнения на большие значения скоростей стационарных течений.

При моделировании распространения нелинейных волн на границе раздела двухслойного потока вязких жидкостей в горизонтальном канале использованы следующие предположения: 1) жидкости являются несжимаемыми и несмешивающимися; 2) рассматриваются умеренно длинные возмущения малой, но конечной амплитуды; 3) толщины пограничных слоев в возмущенном течении остаются тонкими, т. е. много меньше глубин слоев; 4) капиллярные эффекты не велики; 5) скорости установившегося потока не высоки (мнимая часть фазовой скорости заметно меньше ее действительной части). Благодаря этим допущениям исходную систему уравнений гидродинамики удалось свести к одному эволюционному уравнению:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \operatorname{Re}(c) \frac{\partial \eta}{\partial x} + C_d \frac{\partial^3 \eta}{\partial t^2 \partial x} + C_n \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} - C_b \int_0^x \frac{\partial \eta(t, x')}{\partial x'} \frac{dx'}{\sqrt{x-x'}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{Im}(c) \hat{\eta}(k, t) e^{ikx} k dk,$$

где η – возмущение границы раздела, t – время, x – координата, c – фазовая скорость, k – безразмерное волновое число. Константы C_d , C_n , C_b определяются как основными параметрами задачи, так и вертикальными профилями течений. Интеграл в левой части этого уравнения соответствует диссипации в нестационарных пограничных слоях, а в правой части – перекачке энергии из основного потока в волну.

Ряд расчетов на основе данного уравнения выполнен при использовании псевдоспектрального метода. Продемонстрирован рост волн за счет стационарного течения.

Список литературы

1. Joseph D. D., Renardy Y. Y. *Fundamentals of Two-Fluid Dynamics*. Springer, 1993.
2. Андреев В. К., Захватаев В. Е., Рябицкий Е. А. *Термокапиллярная неустойчивость*. Новосибирск: Наука, 2000.
3. Архипов Д. Г., Хабахпашев Г. А. *Моделирование длинных нелинейных волн на границе раздела горизонтального потока двухслойной вязкой жидкости в канале*. Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 1. С. 143–158.

РАЗВИТИЕ ТРЕЩИНЫ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА В ПОРОУПРУГОЙ СРЕДЕ

А. Н. Байкин¹, С. В. Головин²

¹Новосибирский государственный университет

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Гидроразрыв пласта является важной частью современных технологий интенсификации добычи углеводородов. Распространение трещины гидроразрыва обусловлено закачкой в неё вязкой жидкости, которая создаёт давление на стенках достаточное для преодоления горного давления и разрушения породы. Процесс развития трещины управляется несколькими факторами: течением вязкой жидкости по тонкой трещине, упругой реакцией стенок трещины, фильтрацией жидкости через стенки трещины в пласт, разрывом породы и продвижением кончика трещины. Описание динамики трещины является сложной задачей и редко решается в её полной постановке.

В настоящей работе для описания процесса гидроразрыва за основу была взята модель трещины в пороупругой среде, предложенная в работе [1]. Модель позволяет определить поровое давление и деформацию горной породы совместно с раскрытием трещины и давлением жидкости в ней. В этой модели горная порода рассматривается как однородная проницаемая среда, подчиняющаяся уравнениям пороупругости Био [2]. Положительным качеством модели является более точный учёт взаимодействия пластовой жидкости и жидкости гидроразрыва, основанного на выполнении законов сохранения массы, а не на искусственных подходах типа формулы Картера для утечек жидкости в пласт, обычно применяемой в классических моделях KGD и PKN [3]. Разрушение горной породы и продвижение трещины вглубь пласта моделировались с помощью силового критерия. Предполагалось, что трещина начинает расти, если среднее по характерному масштабу разрушения нормальное напряжение в кончике превышает заданный предел прочности.

Численное решение задачи проводилось методом конечных элементов с помощью модификации алгоритма работы [1]. Для верификации алгоритма были построены два автоматизированных решения, которые показали первый порядок сходимости по времени и второй по пространству. По результатам расчётов с помощью представленной модели был проведен численный анализ длины трещины в зависимости от расхода закачиваемой жидкости и параметров пласта, а также исследовано поведение давления на забое скважины.

Работа выполнена при поддержке программы ОЭММПУ РАН IV.4.12 и Президентского гранта поддержки ведущих научных школ НШ-2133.2014.1.

Список литературы

1. Shelukhin V. V., Baikov V. A., Golovin S. V., Davletbaev A. Y., Starovoitov V. N. *Fractured water injection wells: Pressure transient analysis* // Int. J. Sol. Struct. 2014. Vol. 51. № 11.
2. Biot M. A. *Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I.II* // J. Acoust. Soc. Amer. 1956. Vol. 28. № 2.
3. Adachi J., Siebrits E., Peirce A., Desroches J. *Computer simulation of hydraulic fractures* // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 2007. Vol. 44. № 5.

РАЗРУШИТЕЛЬНЫЕ АТМОСФЕРНЫЕ ВИХРИ: ТЕОРЕМЫ, РАСЧЕТЫ, ЭКСПЕРИМЕНТЫ

С. П. Баутин¹, И. Ю. Крутова², А. Г. Обухов³

¹Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

²Снежинский физико-технический институт, Снежинск

³Тюменский государственный нефтегазовый университет, Тюмень

В докладе приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований [1–3] течений типа торнадо. Изложена предложенная в книгах [1–3] схема возникновения и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков. Для конкретных начально-краевых задач для системы уравнений газовой динамики и для полной системы уравнений Навье-Стокса доказаны теоремы о существовании и единственности решений, которые, в частности устанавливают, при каких условиях возникают и в какую сторону вращаются смерчи, торнадо и тропические циклоны.

Приведены результаты численных расчетов решений различных начально-краевых задач, которые моделируют течения газа от самых простых плоских спиральных течений в придонных частях исследуемых потоков до трехмерных стационарных и нестационарных течений в целом. При численном моделировании установлено время от начала функционирования природного атмосферного вихря до его выхода на стационарный режим. Результаты вычислений согласуются как с данными натуральных наблюдений за различными торнадо и тропическими циклонами, так и с результатами лабораторных экспериментов.

Описаны результаты экспериментов [3] по созданию вихревых течений в придонной части при вертикальном стоке воздуха вверх по трубе. Эти эксперименты со свободными вихрями подтвердили возникновение закрутки потока в соответствующую сторону при наличии вертикального движения воздуха вверх. Приведенные результаты теоретических и экспериментальных исследований подтверждают предложенную в книге [1] схему возникновения и устойчивого функционирования восходящих закрученных потоков.

Высказаны предложения по экспериментальному моделированию торнадо подобных течений со скоростями воздуха порядка 5 м/с для последующих разработок вихревого энергогенератора.

Список литературы

1. Баутин С. П. *Торнадо и сила Кориолиса*. Новосибирск.: Наука, 2008.
2. Баутин С. П., Обухов А. Г. *Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей*. Новосибирск.: Наука, 2012.

3. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри: теория, расчеты, эксперименты*. Новосибирск.: Наука, 2013.

О КОНВЕКТИВНЫХ РЕЖИМАХ В ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЕ С ИСПАРЕНИЕМ

В. Б. Бекежанова¹, О. Н. Гончарова²

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Алтайский государственный университет, Барнаул

На основе приближения Обербека-Буссинеска изучено совместное течение вязкой теплопроводной жидкости (нижний слой) и смеси газа и паров жидкости (верхний слой) в плоском канале. В верхнем слое учитывается эффект Дюфура. На твёрдых внешних стенках канала поддерживается линейное распределение температуры, межфазной границей раздела является термокапиллярная плоская и недеформируемая поверхность раздела. Получены точные представления функций скорости, температуры, давления и концентрации пара. Изучены особенности конвективных режимов в зависимости от величин продольных градиентов температур на стенках, толщин слоёв сред и их расходов. Имеет место качественное изменение профилей скорости и увеличение количества массы жидкости, испаряющейся через границу раздела, с ростом продольного градиента температуры. При этом вблизи межфазной поверхности формируются области с возвратным течением.

В рамках линейной теории исследована устойчивость полученного точного решения. В общем случае, когда градиенты температур на верхней и нижней стенке канала различны, задача об устойчивости требует численного решения линеаризованной системы, переписанной в терминах “функция тока – вихрь”, конечно-разностным методом и позволяет определить характеристики конечно-амплитудных возмущений.

Анализ полученного решения показал, что при больших расходах жидкости потеря устойчивости сопровождается формированием продольных конвективных валов. Размеры валов зависят от величины расхода: чем выше расход, тем крупнее вал. При малых расходах скорости основного течения ниже и вблизи нижней стенки формируется тонкий температурный “пограничный” слой, внутри которого генерируются мелкие конвективные валы за счёт тепловых эффектов. Это связано с тем, что малые сдвиговые напряжения не успевают разрушить движение жидкости, возникающее при термокапиллярных воздействиях. С увеличением расходов рабочей жидкости мелкие валы подавляются крупными, что объясняется доминантным действием гидродинамического механизма неустойчивости. Увеличение температурного градиента вдоль стенок приводит к температурному “расслаиванию” вблизи поверхности раздела и формированию дополнительных мелкомасштабных конвективных структур. На основе численных расчётов показано, что в системе возможно сосуществование двух разномасштабных типов конвективного движения, при котором, в зависимости от величины внешних воздействий (расхода и продольного градиента температуры), преобладающую роль может играть как гидродинамический, так и тепловой механизм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00163).

МАЛОРАЗМЕРНАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ВЕЧНОЙ МЕРЗЛОТЫ

В. М. Белолитецкий^{1,2}, С. Н. Генова¹

¹ *Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск*

² *Институт математики и фундаментальной информатики СФУ, Красноярск*

Основными характеристиками районов вечной мерзлоты являются глубина сезонного протаивания и мощность толщи многолетнемерзлых пород. Так как вертикальные градиенты температуры, как правило, значительно превосходят горизонтальные, то при описании теплопереноса все физические процессы предполагаются одномерными в вертикальном направлении. Рассматриваются болотно-озерные ландшафты. В вертикальном направлении выделяются следующие слои: снег, лед, вода, талый грунт, мерзлый грунт.

Теоретическое описание температурного поля в воде и почвах при их промерзании или оттаивании осуществляется с помощью решений задач Стефана. Математическая модель основывается на уравнениях теплопроводности для мерзлой и талой зон. На границах фазового перехода (замерзания–таяния) ставятся условия равенства температур температуре фазового перехода и условие Стефана. Сформулированная математическая модель вертикальных распределений температуры в талых и мерзлых слоях учитывает образование новых и аннулирование существующих слоев.

Можно выделить два типа водоемов:

- а) водоемы, которые зимой промерзают до дна, а летом лед тает по всей глубине и протаивают верхние слои дна («мелкие» водоемы);
- б) водоемы, которые зимой не замерзают до дна («глубокие» водоемы).

Возможны различные варианты расположения мерзлых и талых слоев. При переходе с одного варианта на другой слои добавляются или исключаются. Для «мелких» водоемов рассматриваются пять вариантов, для «глубоких» водоемов – три варианта. Определены условия переходов с одного варианта на другой. Разработаны алгоритм и компьютерная программа для исследования многовариантных схем вертикальных структур в зоне вечной мерзлоты. Упрощенный численный метод решения уравнений теплопроводности основан на неявной аппроксимации уравнения теплопроводности на грубой сетке. Предложенная численная модель позволяет оценить влияние изменения климата на глубину протаивания и мощность толщи многолетнемерзлых пород в болотно-озерных ландшафтах.

Работа выполнена при поддержке Программы президиума РАН «Поисковые фундаментальные научные исследования в интересах развития Арктической зоны Российской Федерации», проект № 12.

МОДЕЛЬ КОЭФФИЦИЕНТА ГРЮНАЙЗЕНА ДЛЯ ОПИСАНИЯ СИЛЬНОПОРИСТОГО ВЕЩЕСТВА

Р. К. Бельхеева

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Предложена модель для описания коэффициента Грюнайзена при высокоинтенсивном ударном нагружении сильнопористых веществ, когда относительная роль теплового давления увеличивается настолько, что плотность вещества начинает уменьшаться. Эта модель хорошо описывает поведение вещества как при ударно-волновом нагружении, когда образец ведет себя аномальным образом, так и при эзоэнтropicком расширении. Проведенные расчеты

показывают, что ударные адиабаты сильнопористых веществ, поведение которых описывается предложенным в данной работе уравнением состояния смеси, имеют хорошее совпадение с экспериментальными данными в широком диапазоне значений давления, что подтверждает правомерность использования этого уравнения состояния.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗМЫВА ГРУНТА У ОСНОВАНИЯ ПЛАТФОРМ ГРАВИТАЦИОННОГО ТИПА

*Н. Д. Беляев¹, Н. А. Гейдаров², Ю. Н. Захаров², К. С. Иванов², В. В. Лебедев³,
И. С. Нуднер³, К. К. Семёнов¹*

¹*Санкт-Петербургский Государственный политехнический университет, Санкт-Петербург*

²*Кемеровский Государственный университет, Кемерово*

³*23-ий Государственный морской проектный институт, Санкт-Петербург*

Для освоения нефтегазовых месторождений расположенных на шельфе используются платформы гравитационного типа, которые ставятся непосредственно на дно водоёма. При использовании платформ такого типа одной из основных задач при их проектировании является обеспечение её устойчивости. Потеря устойчивости может происходить из-за размыва грунта у её основания под действием придонных течений. Достаточно большие размеры морских платформ (например, платформа «Приразломная» – в плане является квадратом со стороной 126 м и стоящая на глубине 20 м) не позволяют проводить натурные эксперименты. Проведение лабораторных экспериментов в некотором масштабе позволяет изучить процесс размыва, однако масштабирование может привносить погрешности. Например, затруднено существенное уменьшение частиц грунта. Более универсальным методом моделирования является численное моделирование, т.к. оно позволяет учесть практически все параметры, входящие в изучаемое явление. Однако используемая математическая модель нуждается в верификации. Таким образом, для того чтобы получить достоверные результаты исследования реального явления необходимо совместное применение обоих методов: численное моделирование и лабораторные эксперименты. Сочетание обоих методов позволяет обобщить результаты и избежать недостатков каждого из них.

В настоящем докладе представлен процесс численного моделирования влияния течения и поверхностных волн на размыв грунта у основания модели морской платформы «Приразломная» и сравнение полученных решений с результатами лабораторных экспериментов. Для численного расчета течений вблизи платформы была использована модель вязкой несжимаемой жидкости, которая описывается трехмерной системой нестационарных уравнений Навье-Стокса. Численное интегрирование системы уравнений Навье-Стокса по времени было выполнено методом расщепления по физическим факторам. Для аппроксимации дифференциальных уравнений использовался метод конечных разностей. Модель размыва грунта основывается на использовании вычисления значений сдвиговых напряжений на поверхности дна. Полученные численные результаты размыва грунта у основания платформы отличаются от результатов лабораторных экспериментов не более чем на 8%.

Исследование проводится в рамках проектной части госзадания номер 1.630.1.2014/К.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СТАЦИОНАРНОМ ОБТЕКАНИИ КОНУСА РЕАЛЬНЫМ ГАЗОМ

А. М. Блохин, Э. А. Бибердорф

*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

В работе рассматривается модель газа Ван-дер-Ваальса, которая хорошо описывает жидкое, газообразное, а также двухфазное состояния реального вещества (см. [1–3]). Здесь выражение «двухфазное состояние» понимается в термодинамическом смысле: состояние, в котором жидкость и пар находятся в равновесии (газообразная и жидкая фаза сосуществуют вместе). Появление областей двухфазных состояний происходит только за счет уравнения состояния Ван-дер-Ваальса.

Система уравнений в обезразмеренном виде сводится к нестандартной краевой задаче для обыкновенных дифференциальных уравнений. Для решения этой системы предлагается алгоритм, основанный на решении серии задач Коши.

В результате реализации алгоритма [4] исследованы различные режимы течения и установлено, что набегающий поток вещества может находиться не только в жидком или газообразном состоянии, но и в двухфазном состоянии. Для режимов, соответствующих слабым ударным волнам, возможна ситуация, когда вещество после ударной волны также может находиться в двухфазном состоянии. Для режима с сильной ударной волной вещество находится только в газообразном состоянии. Для всех исследованных примеров ударные волны абсолютно устойчивы.

Список литературы

1. Тер Хаар Д., Вергеланд Г. *Элементарная термодинамика*. М.: Мир, 1968, 220с.
2. Кубо Р. *Термодинамика*. М.: Мир, 1970, 304с.
3. Матвеев А.Н. *Молекулярная физика*. М.: ООО «Изд-во Оникс»: ООО «Изд-во Мир и образование», 2006, 360 с.
4. Блохин А. М., Бибердорф Э. А. *Численное решение задачи о стационарном обтекании конуса реальным газом*. Журн. выч. техн., Т.20, 2, 2015.

СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОЛИМЕРНОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ СЕЧЕНИЕМ

А. М. Блохин^{1,2}, Б. В. Семисалов³

¹*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск*

²*Новосибирский государственный университет*

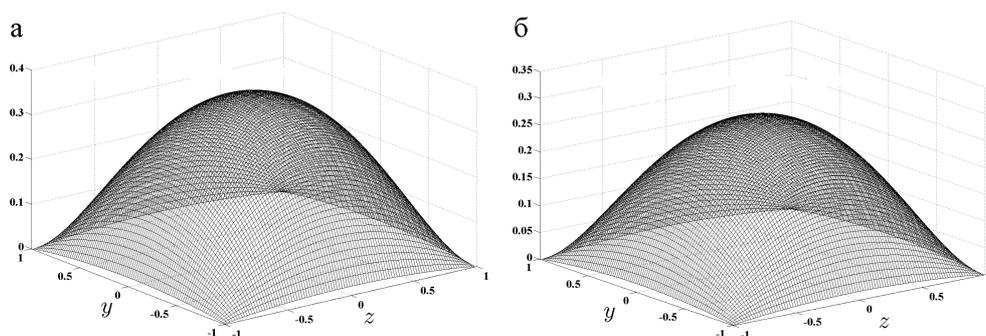
³*Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН, Новосибирск*

Стремительное развитие современных технологий аддитивного производства изделий (3D печати) с использованием полимерных материалов требует разработки и анализа новых математических моделей, описывающих с высокой степенью достоверности течения растворов

и расплавов полимеров в каналах печатающих устройств. В настоящей работе за основу берётся модификация известной реологической модели Покровского-Виноградова (см. [1], [2]). Для анализа модели рассмотрены характерные режимы стационарного течения полимеров в канале прямоугольного сечения, близкие по своим качественным особенностям к течениям Пуазейля и Куэтта.

Получены разрешающие уравнения модели для различных значений феноменологического параметра β ($0 < \beta < 1$), характеризующего анизотропию среды, определяемую ориентацией макромолекулярного клубка полимера. В предположении о малости β рассмотрена линейная часть разложения неизвестных функций модели в ряд по параметру β . В результате задача сведена к решению двух уравнений Пуассона для определения продольной компоненты скорости течения. В случае произвольных β задача сведена к решению квазилинейного уравнения эллиптического типа. Для указанных уравнений поставлены однородные краевые условия Дирихле.

Приближённые решения полученных краевых задач найдены с помощью нелокального численного метода, основанного на идеях алгоритмов без насыщения К.И. Бабенко. Данный метод использует интерполяционные полиномы с узлами в нулях многочлена Чебышёва и позволяет получать высокую точность в задачах с заведомо гладкими решениями при малом количестве узлов интерполяции.



Профиль скорости течения полимера: а – $\beta \ll 1$; б – $\beta = 0.5$.

Список литературы

1. Алтухов Ю. А., Гусев А. С., Пышнограй Г. В. *Введение в мезоскопическую теорию течущести полимерных систем*. Барнаул: АлтГПА, 2012.
2. Блохин А. М., Семисалов Б. В. *Стационарное течение несжимаемой вязкоупругой полимерной жидкости в канале с эллиптическим сечением*. Сибирский журнал индустриальной математики. 2014. Т. XVII. №4 (60). С. 38–47.

К МОДЕЛИРОВАНИЮ ТРАНСЗВУКОВОГО ПЕРЕХОДА: МОДЕЛИ, ПОДХОДЫ, ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ТЕЧЕНИЕМ

А. Н. Богданов¹, В. Н. Диесперов², В. И. Жук³

¹ НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

² Московский физико-технический институт, Долгопрудный

³ Вычислительный центр им. А.А.Дородницына, Москва

Трансзвуковой режим течения газа имеет значительные отличия по сравнению и с дозвуковым, и со сверхзвуковым режимами, сочетая в себе и их общие свойства, и присущие

каждому из них в отдельности особенности (ударные волны или углы Маха в сверхзвуковом потоке, возможность прохождения слабых возмущений вверх по потоку в дозвуковых течениях); качественно различно поведение малых возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых течениях (в сверхзвуковом течении возмущения сохраняют амплитуду вдоль характеристик, в дозвуковом течении -затухают при удалении от источника). Столь сложные свойства определили мнение [1], что при исследовании околозвуковых течений едва ли можно полагаться на физическую интуицию или на соображения правдоподобности.

Не является окончательно установленным ряд существенных сторон явления трансзвукового перехода (стационарность процесса и причины возникновения нестационарных режимов, условия непрерывности течения, устойчивость наблюдаемых режимов, в частности, характер поведения слабых возмущений и нелинейных структур и проч.). По-прежнему актуальным является создание новых моделей явления. Вместе с этим возрастает круг актуальных для изучения смежных вопросов (ламинарно-турбулентный переход, отрыв потока, псевдоскачки и т.д.).

При анализе режимов взаимодействия в трансзвуковом диапазоне скоростей, проведенном [2] на трехпалубной модели [3], в качестве условия на внешней границе пограничного слоя использовалась формула Аккерета, имеющая особенность при достижении течением звуковой скорости. Использование вместо указанной формулы зависимости, экстраполированной по экспериментальным данным, позволяет уточнить границы применимости различных моделей нестационарного взаимодействия ламинарного пограничного слоя с трансзвуковым потоком, провести разграничение режимов до- и сверхзвукового взаимодействия.

Уединенные волны-солитоны обнаружили [4] свою значимость для понимания процессов поведения пограничных слоев в связи с появлением принципиально новой концепции о солитонной природе интенсивных "всплесков-шипов" при так называемом К-режиме перехода к турбулентности. Именно, в изменение ранних представлений о характере К-режима разрушения, было сформулировано заключение, что наблюдаемые на осциллограммах "всплески-шипы" (отрицательной амплитуды) представляют собой определенно сформировавшиеся периодические структуры с постоянными свойствами, возникающие в процессе постепенного усиления и синхронизации высших гармоник основной волны Толлмина-Шлихтинга. Один из основных выводов экспериментального исследования [5] развития неустойчивости дозвукового пограничного слоя также заключается в том, что эти "всплески-шипы" несомненно обладают солитонной природой. Обнаружение [6] существования нелинейных волн (солитонов) в пограничном слое, взаимодействующем с невязким течением в околозвуковом режиме, оставляет открытым вопрос об их поведении при достижении невязким течением скорости звука.

Для верификации новых численных пакетов для расчета трансзвуковых течений нужны новые аналитические решения, построение которых может вызывать определенные сложности [7].

Список литературы

1. Guderley K. G. *The theory of transonic flow*. Pergamon Press, 1962. Т. 3. (Имеется перевод: Гудерлей К.Г. *Теория околозвуковых течений*. Перевод с немецкого Г.А. Вольперта под редакцией Л.В. Овсянникова. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 419 с.)
2. Рыжов О. С., Савенков И. В. *Об устойчивости пограничного слоя при трансзвуковых скоростях внешнего потока*. ПМТФ. 1990. № 2. С. 65–71.
3. Диесперов В. Н., Липатов И. И. *Модели процессов взаимодействия течения в ламинарном пограничном слое с трансзвуковым потоком*. Изв.РАН. МЖГ. 2003. № 5. С.

4. Качанов Ю. С., Рыжов О. С. *Формирование солитонов в переходном пограничном слое, теория и эксперимент*. Сиб. физ.тех. журнал. 1992. Вып. 1. С. 34–51.
5. Бородулин В. И., Качанов Ю. С. *Роль механизма локальной вторичной неустойчивости в К-разрушении пограничного слоя*. Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1988. № 18.
6. Жук В. И. *Волны Толлмина-Шлихтинга и солитоны*. М.: Наука, 2001. 167 с.
7. Богданов А. Н., Диеперов В. Н. *О влиянии вязкости на набегающий поток при трансзвуковом обтекании точки излома профиля*. ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 5. С. 816–826.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ РАЗВИТИЯ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЯХ

В. В. Боголепов, И. И. Липатов, М. И. Липатов

Центральный Аэрогидродинамический Институт им. проф. Н. Е. Жуковского, Жуковский

Один из видов неустойчивости течений в пограничных слоях является неустойчивость, связанная с полем центробежных сил. Эта неустойчивость может возникать в течении вблизи вогнутой поверхности или в общем случае в течениях с кривизной линий тока. Вихри Гертлера, возникающие в поле центробежных сил, были исследованы центробежных сил были исследованы в ряде работ, обзор их можно найти в [1].

Одно из направлений исследований связано с линейной фазой развития неустойчивости. Такие исследования необходимы для определения положения ламинарно турбулентного перехода. Вихри Гертлера могут существенно изменить профиль продольной скорости ламинарного пограничного слоя и в результате привести к развитию волн Толлмина-Шлихтинга.

Для многих реальных течений характерны большие числа Рейнольдса. Этот факт позволяет использовать асимптотические методы. Структура возмущенных течений для всех длин волн с растущими амплитудами была проанализирована в [2] для линейных и нелинейных режимов. Результаты, полученные на основе асимптотического анализа, могут рассматриваться как существенное дополнение к результатам, полученным на основе физических и численных экспериментов. Аналитический подход позволяет оценить роль различных физических процессов в формировании организованных вихревых структур, возможность определить параметры подобия и т.д.

В данной работе построены математические модели для описания нелинейной фазы развития неустойчивости в сжимаемых течениях сформулированы для больших значений чисел Рейнольдса и Гертлера. Проанализированы структуры возмущенных течений вблизи искривленных поверхностей, а также течений между вращающимися цилиндрами.

Список литературы

1. Saric W.C. Gortler vortices // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1994. V. 26. PP. 379–409.
2. Bogolepov V.V., Lipatov I.I. To the asymptotic theory of Goertler vortices in fluid // *PMTF.* 1992, N 3. pp. 58-68. С. 24–31.

РАСПРЕДЕЛЕННОЕ ПОРОЖДЕНИЕ ВОЛН ТОЛЛМИНА-ШЛИХТИНГА

В. И. Бородулин, А. В. Иванов, Ю. С. Качанов, Д. А. Мищенко, А. А. Феденкова

*Институт Теоретической и Прикладной Механики им. С. А. Христиановича СО
РАН, Новосибирск*

Настоящие эксперименты направлены на изучение одного из основных механизмов порождения волн Толлмина-Шлихтинга (ТШ) в пограничном слое - за счет рассеяния трехмерных, нестационарных вихрей набегающего потока на двумерных, распределенных по продольной координате неоднородностях поверхности (задача восприимчивости). Исследования представляют собой продолжение предыдущей работы [1], в которой соответствующие эксперименты проведены для классического случая пограничного слоя Блазиуса. Целью настоящей работы является изучение влияния неблагоприятного градиента давления на все основные характеристики указанного механизма восприимчивости, включая коэффициенты распределенной восприимчивости.

Эксперименты проведены в малотурбулентной аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО РАН с использованием метода контролируемых нестационарных возмущений. Измерения выполнены в автомодельном пограничном слое на плоской пластине с параметром градиента давления $\beta_H = -0.115$. Скорость основного потока U_e в области измерений изменялась от 8,88 до 8,61 м/с. Вихри свободного потока создавались вибрирующей проволокой, установленной в набегающем потоке перпендикулярно плоскости пластины. Однородная по размаху периодическая неоднородность поверхности модели создавалась специальными накладками с заданными параметрами - продольной длиной волны и амплитудой. Тщательные измерения возмущений пограничного слоя и свободного потока были выполнены датчиком термоанемометра в 5 режимах, в которых параметры задачи были выбраны таким образом, чтобы для трехмерных волн ТШ (с определенным поперечным волновым числом) обеспечить выполнение условия резонанса продольных волновых чисел (волн неустойчивости, вихрей набегающего потока и неровностей поверхности) [1].

Эксперименты показали, что порождаемые распределенным образом волны ТШ могут нарастать вниз по потоку значительно быстрее, чем в соответствующей задаче линейной устойчивости пограничного слоя. В работе успешно решена сложная, математически некорректная, обратная задача нахождения количественных характеристик исследуемого явления - коэффициентов распределенной восприимчивости. В докладе будут приведены результаты прямого сопоставления всех основных характеристик исследованного механизма распределенной восприимчивости с результатами работы [1] и выявлено влияние неблагоприятного продольного градиента давления.

Работа поддержана РФФИ (грант № 15-08-07818)

Список литературы

1. Бородулин В. И., Иванов А. В., Качанов Ю. С., Феденкова А. А. *Распределенная восприимчивость пограничного слоя к нестационарным вихревым возмущениям с нормальной к стенке завихренностью в присутствии неровностей поверхности*. Теплофизика и аэромеханика. - 2004. - Т. 11. № 3. С. 365–403.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СРЕД С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОСТИ И НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ПАРАМЕТРОВ

В. В. Булатов, Ю. В. Владимиров

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

Доклад посвящен фундаментальным проблемам волновой динамики природных стратифицированных сред (океан, атмосфера). Изложены основные математические модели, описывающие процессы возбуждения и распространения внутренних гравитационных волн в стратифицированных по вертикали, неоднородных по горизонтали и нестационарных средах. Представлены разработанные асимптотические методы, являющиеся обобщением пространственно - временного лучевого метода (метода геометрической оптики). Проведено сравнение получаемых аналитических результатов с данными натурных измерений гидрофизических полей в океане [1–3]. Показано, что универсальный характер разработанных асимптотических методов позволяет эффективно рассчитывать волновые поля и качественно анализировать полученные решения. Это дает возможности анализа волновых картин в целом, что важно для правильной постановки основных математических моделей волновой динамики, а также для проведения экспресс оценок при натурных измерениях волновых полей в реальных природных средах. Построенные математические модели и методы их решения представляют значительную ценность для практики, поскольку позволяют решать задачи математического моделирования волновых гидрофизических полей в широком классе приложений [1–4].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №14-01-00466).

Список литературы

1. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. *Динамика негармонических волновых пакетов в стратифицированных средах*. М.: Наука, 2010.
2. Vulatov V. V., Vladimirov Yu. V. *Wave dynamics of stratified mediums*. М.: Наука, 2012.
3. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. *Волновые движения стратифицированных сред: теория и приложения*. Saarbrucken: Palmarium Academic Publishing, 2012.
4. Булатов В. В., Владимиров Ю. В. *Дальние поля внутренних гравитационных волн в неоднородных и нестационарных стратифицированных средах*. Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2013. Т. 6. № 2. С. 55–70.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ

Д. В. Быстриков, С. В. Стуколов

Кемеровский государственный университет

Данная работа посвящена моделированию процесса генерации периодических волн на поверхности жидкости конечной глубины. Данная проблема возникает при исследовании многих прикладных задач воздействия периодических волн на плавающие и закрепленные конструкции. В лабораторных условиях используются специальные волнопродукторы, смоделировать работу которых при математическом моделировании довольно затруднительно [1].

Однако в ряде случаев для сопоставления численных результатов с экспериментальными данными достаточно обойтись заданием в численном моделировании волн, совпадающих с экспериментальными по амплитуде и периоду, не прибегая к моделированию работы волнопродуктора.

Задача решается в полной нелинейной потенциальной постановке методом конечных элементов. Для моделирования процесса генерации периодических волн на одной из вертикальных стенок бассейна задается граничное условие, полученное на основе решения уравнений мелкой воды в задаче о периодических волнах в линейной постановке [2, 3].

Помимо генерации поверхностных периодических волн в экспериментальных установках используются волногасители, основное назначение которых состоит в уменьшении влияния отражающихся волн на исследуемый процесс. Моделирование работы волногасителя при численном решении заменяется заданием искусственной границы расчетной области, на которой задается неотражающее граничное условие [3, 4].

В результате работы получены граничные условия, позволяющие заменить сложные для математического моделирования процессы работы экспериментальных волнопродуктора и волногасителя.

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание № 1.630.2014/К).

Список литературы

1. Афанасьев К. Е., Стуколов С. В. Численное моделирование работы опытового генератора одиночных поверхностных волн. Вестник КемГУ. 2013. Т. 3. № 3(55). С. 6–14.
2. Сретенский Л. Н. Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 816 с.
3. Хакимянов Г. С., Шокин Ю. И., Барахнин В. Б., Шокина Н. Ю. Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2001. 394 с.
4. Ильгамов М. А., Гильманов А. Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2003. 240 с.

РАЗЛЁТ КОНЕЧНОЙ МАССЫ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА, "СЖАТОГО В ТОЧКУ И РАСШИРЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ

Х. В. Валиев, А. Н. Крайко

ФГУП "ЦИАМ им. П.И. Баранова"

Рассмотрена одномерная нестационарная задача о разлёте из точки в пустоту конечной массы m невязкого и нетеплопроводного совершенного газа с показателем адиабаты γ . Начальные скорость звука a_0 , давление p_0 и плотность ρ_0 газа, сжатого в точку, бесконечны, его скорость $u_0 = 0$, а энтропия (или $s = a^2/\rho^{\gamma-1}$) конечна. Так как эта задача автомодельна, то её решение ищется в форме

$$\tau = \frac{Ct}{x^k}, u = n \frac{x}{t} U, a = n \frac{x}{t} A, \rho = \frac{m}{x^3} R, p = n^2 \frac{m}{xt^2} P, n = \frac{1}{k}, k = 1 + \frac{3}{2}(\gamma - 1), P = \frac{1}{\gamma} A^2 R.$$

Здесь τ — автомодельная переменная, U , A , R и P — функции τ , x — расстояние от центра разлёта (ЦР), t — время (разлёт начинается при $t = 0$), а найденная из анализа размерностей

вместе с показателем автомодельности k константа $C = (m^{\gamma-1} s_0)^{1/2}$. Автомодельное течение описывается двумя дифференциальными уравнениями и интегралом энтропии

$$\frac{dA}{dU} = \frac{Af_2}{4(U-1)f_1}, \quad \frac{1}{\tau} \frac{d\tau}{dU} = \frac{4kf}{(U-1)f_1}, \quad R = (A/\tau)^{2/(\gamma-1)}, \quad f = (1-U)^2 - A^2, \quad (1)$$

$$f_1 = U(U-k) - 3A^2, \quad f_2 = 2[(2k+1-\gamma)U - 2k](U-1) + 3(\gamma-1)^2U - 4A^2.$$

Первое уравнение сводит решение задачи к анализу его интегральных кривых (ИК). Кроме того, в рассматриваемой задаче выполняется "интеграл масс": $R(U-1) = K$ с постоянной K , разной на разных ИК. Так, $K = 0$ на прямых $U = 1$ и $A = 0$ - ИК первого уравнения (1). Интегральной кривой $U = 1$ отвечают два решения: с пустотой и без нее в окрестности ЦР. В этих решениях траектории частиц - линии постоянства τ , $u = nx/t$, $s = s_0$, а a , ρ и p монотонно растут к внешней границе расширяющегося газового шара.

Для разрешения возникшего парадокса "пустоты" (отличия от нуля давления на границе газа, расширяющегося в пустоту) была решена плоская неавтомодельная задача. В ней газ с $\gamma = 3$ при $t = 0$ и конечных m и s_0 ограничен сферой радиуса $x_0 > 0$. При $x_0 \rightarrow 0$ её решение становится автомодельным: $U(\tau) = k$, $A(\tau) = 0$, $0 \leq \tau \leq \infty$. Отвечая особой точке первого уравнения (1), оно, разрешив парадокс пустоты, справедливо при любых γ . В найденном решении $\rho \equiv 0$, скорость $u = x/t$ растёт неограниченно, а траектории частиц — лучи, расходящиеся из начала координат. Это — естественное следствие нулевой плотности и давления газа, что — столь же естественный результат мгновенного разлета газа на все пространство. Легко показать, что решение: $\rho \equiv 0$, $0 \leq u = x/t \leq \infty$ описывает изэнтропический разлёт из точки любых газов, а не только совершенного.

При применении найденного решения к расширению Вселенной, время жизни которой t_0 , постоянная Хаббла $H_0 = 1/t_0$. Если, как это принято, t_0 измерять в 10^9 лет, а H_0 в км/(с·Мпк), то $H_0 = 977.813/t_0$ км/(с·Мпк). При $t_0 = 13.8$ млрд. лет $H_0 \approx 71$ км/(с·Мпк), а принятая в настоящее время её величина $H_0 \approx 68$ км/(с·Мпк). Сравнение всех взятых с сайта NASA (<http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/parameters.cfm>) более 200 результатов обработки четырёх наборов наблюдательных данных с привлечением нескольких десятков всевозможных космологических теорий показало, что решение $u = x/t$ и его следствие, простейшая формула $H_0 = 1/t_0$, всегда обеспечивает лучшую корреляцию времён жизни Вселенной t_0 со значениями величины H_0 .

Релятивистское ограничение u скоростью света приведёт к ненулевой, хотя и малой плотности расширяющегося газа. Вместе с последующим учётом гравитации это должно слегка уменьшить величину H_0 , определяемую полученным решением.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 14-01-00146 и 14-01-31057).

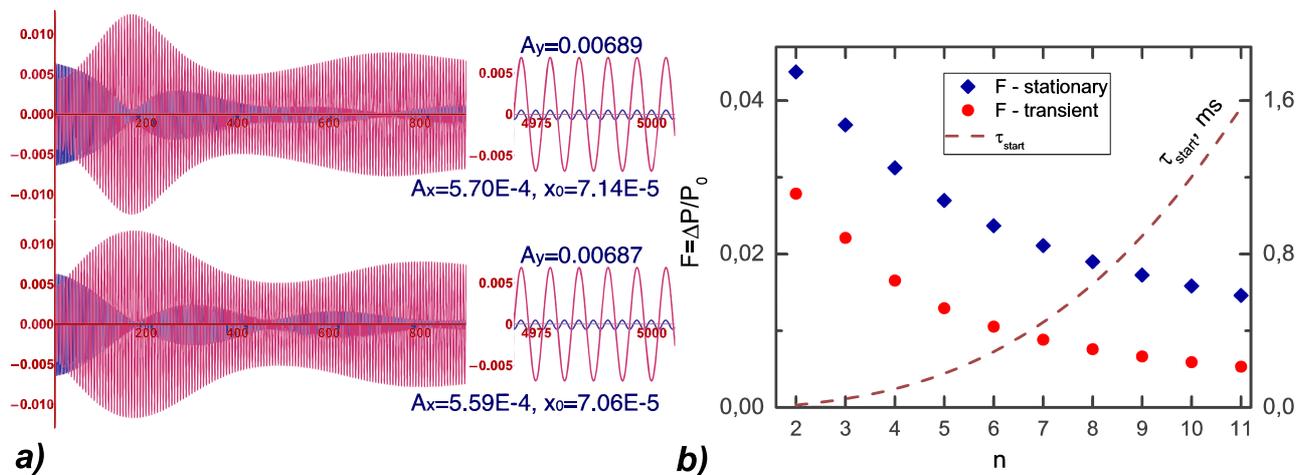
УСЛОВИЕ РЕЗОНАНСНОГО ДРОБЛЕНИЯ ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ В ЖИДКОСТИ

В. В. Вановский, А. Г. Петров

*Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
Московский физико-технический институт (государственный университет)*

Основная цель нашей работы - получить оценку для амплитуды акустической волны, при которой пузырьки резонансного радиуса (отношение частот радиальной и n -ой деформационной мод равно 2) начинают дробиться. Для описания движения пузырька с затуханием мы используем гамильтоновы уравнения [1] с искусственно введёнными вынуждающей силой и затуханием. Связать их с амплитудой давления в волне и настоящим затуханием помогает теория из [2]. Задача о перекачке энергии между радиальной и n -ой осесимметричной

деформационной модой решается с помощью метода усреднения Крылова-Боголюбова. Доказывается устойчивость полученного решения и результаты сравниваются с численными расчётами. Выводится оценочный критерий дробления пузырька.



На рис. 1а сравнены результаты точного численного моделирования (сверху) и аналитическое решение (снизу) для переходного процесса установления колебаний пузырька в поле волны. Отметим, что начальное поведение системы описывается качественно, а выход на стационарные колебания (справа) с большой точностью количественно. На рис. 1б изображены условия дробления для воздушного пузырька в воде при атмосферном давлении. Штриховой линией изображено характерное время старта акустической волны, чтобы её можно было считать быстрой. Ромбами и кружками отмечена минимальная амплитуда давления акустической волны резонансной частоты в долях от среднего давления в жидкости при медленном и быстром старте волны для пузырьков соответствующих условию резонанса 2:1 между радиальной модой и n -ой деформационной осесимметричной модой.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-01633).

Список литературы

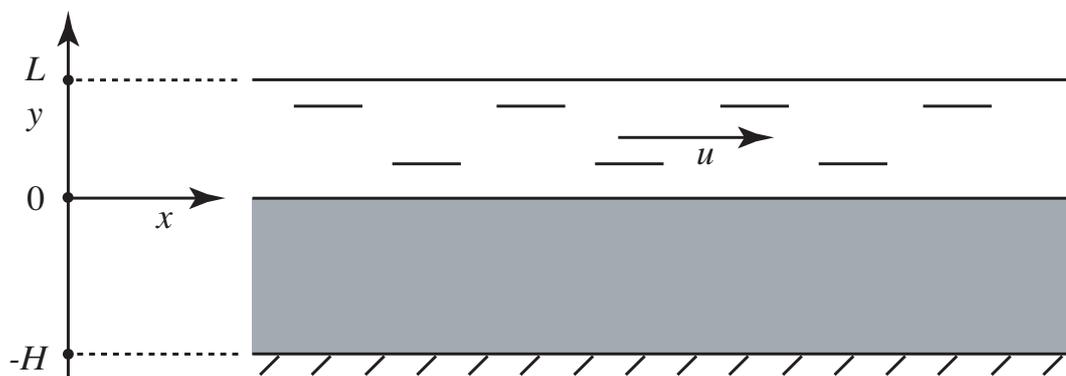
1. Вановский В. В., Петров А. Г. *Резонансный механизм дробления газового пузырька в жидкости*. ДАН. 2012. Т. 444. № 4. С. 385–389.
2. Нигматуллин Р. И. *Динамика многофазных сред*. М.: Наука, 1997.

ВОЛНЫ В ВЯЗКОУПРУГОМ СЛОЕ, РАСПОЛОЖЕННОМ ПОД СЛОЕМ ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

В. В. Веденеев

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва

Исследуется поведение линейных волн в слое вязкоупругого материала толщиной H , с одной стороны прикреплённого к абсолютно жёсткой плоскости, поверх которого находится слой невязкой несжимаемой жидкости толщиной L (рисунок). Жидкость в общем случае движется с постоянной скоростью u параллельно границе раздела.



Получено дисперсионное уравнение для движения волн, которое в безразмерных переменных выглядит так:

$$\left\langle \left[(2 - c^2)^2 \left(\text{ch}(k\alpha) \text{ch}(k\beta) - \frac{\text{sh}(k\alpha) \text{sh}(k\beta)}{\alpha\beta} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + 4 (\text{ch}(k\alpha) \text{ch}(k\beta) - \alpha\beta \text{sh}(k\alpha) \text{sh}(k\beta)) - 4 (2 - c^2) \right] - \right. \\ \left. - (m - 1) \frac{g}{k} \frac{1}{\beta} c^2 \{ \text{ch}(k\alpha) \text{sh}(k\beta) - \alpha\beta \text{sh}(k\alpha) \text{ch}(k\beta) \} \right\rangle \times \left(1 - \frac{g}{k(u - c)^2} \text{th}(kL) \right) = \\ = mc^2(u - c)^2 \frac{1}{\beta} \left(\text{th}(kL) - \frac{g}{k(u - c)^2} \right) \times [\text{ch}(k\alpha) \text{sh}(k\beta) - \alpha\beta \text{sh}(k\alpha) \text{ch}(k\beta)]$$

Здесь c и k — фазовая скорость и волновое число, $\alpha(c)$ и $\beta(c)$ — заданные функции, g — ускорение свободного падения, m — плотность жидкости. Проанализировано поведение корней уравнения и показано, что при превышении определённой скорости потока возникает неустойчивость. Аналитически найдена граница устойчивости для коротких и для длинных волн, численно проанализировано поведение волн произвольной длины и установлено, что раньше всех теряют устойчивость короткие волны.

Задача рассматривается в контексте снижения турбулентного трения в пограничном слое за счёт использования податливых покрытий. На основании полученных результатов предложена модификация методики подбора покрытий, обеспечивающих наиболее эффективное взаимодействие с турбулентным пограничным слоем [1].

Работа поддержана грантами РФФИ 14-01-00052 и Президента РФ МД-4544.2015.1.

Список литературы

1. Kulik V. M., Lee I., Chun H. H. Wave properties of coating for skin friction reduction // *Physics of Fluids*, 20, 075109, 2008.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ИЗЛУЧИН РЕК

А. Ф. Воеводин, В. С. Никифоровская, Т. В. Протопопова

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск

Излагаются предварительные результаты математического моделирования плановых деформаций открытого потока, русло которого сложено из несвязных грунтов, при различных

режимах неустановившегося движения воды с разной степенью насыщенности её наносами [1–4].

Естественные (гидрометеорологические условия) и антропогенные (водохозяйственная деятельность) воздействия приводят к нарушению динамического равновесия русловых процессов в водотоке. При стремлении водотока вновь обрести динамическое равновесие в изменившихся условиях происходит переформирование русла (размыв его дна и берегов) различной интенсивности. Размыв русла вглубь, и особенно в ширину (плановые деформации), нередко наносят большой материальный ущерб (сход оползней, обрушение берегов, нарушение условий судоходства и др.). Процесс формирования излучин рек является многофакторным процессом. Его скорость зависит с одной стороны от динамических характеристик потока (руслоформирующего расхода, транспортирующей способности потока, уклона его водной поверхности) и от характеристик самого русла, обеспечивающих формирование сил сопротивления потоку (геометрическая форма русла, материал дна и берегов, размер зёрен материала и т.д.) с другой стороны.

Совместно рассматриваются уравнения движения воды (уравнения Сен-Венана) и баланса твердого материала. Обсуждаются механизм расширения русла и факторы, влияющие на скорость размыва берега. Дается сравнение различных способов расчета береговых деформаций. Приводятся примеры численных расчетов.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта № 4.8 Программы фундаментальных исследований Президиума РАН.

Список литературы

1. Воеводин А. Ф., Никифоровская В. С., Овчарова А. С. *Численные методы решения задачи о неустановившемся движении воды на устьевых участках рек*. Тр. Аркт. и Антаркт. научн.-исслед. ин-та. 1983. Т. 378. С. 23–34.
2. *Рекомендации по учету руслового процесса при проектировании ЛЭП*. 1973. Ленинград: Гидрометиоиздат, 179 с.
3. Базилевич В.А., Козицкий В.В. *Методика расчёта пространственных деформаций русел равнинных рек. - Гидрофизические процессы в реках и водохранилищах*. 1985. Наука. С. 115–121.
4. Ikeda S., Parker G., Sawai R. *Bend theory of river meanders, 1. Linear development*. J. Fluid Mech. 1981. V. 112. Pp. 363–377.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА МЕЖДУ НЕПОДВИЖНОЙ И ПОДВИЖНОЙ ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ СТЕНКАМИ

В. Ф. Габдулхаев

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

В книге [1] предложена методика решения полной системы уравнений Навье-Стокса с помощью тригонометрических рядов. При этом решение представляется в виде, когда к заданному фону прибавляются тригонометрические ряды по пространственным переменным с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени. Для этих коэффициентов получена

бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений. С помощью тождественных преобразований, эта система сведена к виду, который требует выполнения существенно меньшего числа арифметических операций при вычислении правых частей системы обыкновенных дифференциальных уравнений по сравнению с первоначальным представлением.

Для численного построения решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений берется конечное число слагаемых в тригонометрических рядах и, соответственно, конечная система обыкновенных дифференциальных уравнений.

В данной работе в качестве фонового течения взято одно точное решение полной системы уравнений Навье-Стокса, описывающего движение газа между двумя горизонтальными стенками, одна из которых движется, другая неподвижна. Приведены результаты расчетов, описывающих стабилизацию потока к фоновому течению.

Список литературы

1. Баутин С. П., Замыслов В. Е., Скачков П. П. *Математическое моделирование тригонометрическими рядами одномерных течений вязкого теплопроводного газа*. Новосибирск.: Наука; Екатеринбург.: Изд-во УрГУПС, 2014.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ВИХРЕВОГО СЛЕДА ЗА САМОЛЕТОМ

А. М. Гайфуллин

*Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского,
Жуковский*

Сходящая с самолета вихревая пелена образует вихревой след, который живет за летательным аппаратом с крылом большого удлинения достаточно длительное время: около одной-двух минут, за которые самолет успевает пролететь расстояние в несколько десятков километров. Структура ближнего вихревого следа зависит от режима полета самолета. На посадочном режиме механизация крыла отклонена, и поэтому формируется многовихревая система, на крейсерском режиме полета образуется двухвихревая система. Вихри в ближнем поле участвуют в двух физических процессах. Первый – слияние одинаково закрученных вихрей. Второй – потеря циркуляции каждого вихря из-за взаимодействия с противоположно закрученным вихрем. В результате этих двух процессов многовихревая система превращается в двухвихревую. Обычно это происходит на расстоянии пяти - десяти размахов за крылом. Далее след превращается в две прямолинейные удлиненные противоположно вращающиеся вихревые структуры. Интенсивность и время жизни вихревого следа в основном зависят от двух факторов: от самолета-генератора следа и от состояния турбулентной атмосферы. Чем крупнее самолет, тем интенсивнее след за ним и тем больше время его жизни. Чем интенсивнее атмосферная турбулентность, тем быстрее затухает циркуляция следа и сокращается время его жизни.

В дальнем следе длинноволновые синусоидальные возмущения нарушают прямолинейность вихревых структур. По мере удаления от самолета амплитуда возмущений растет, затем вихри сталкиваются, образуя вихревые кольца. Разрушение вихревых колец завершает стадии развития интенсивного вихревого следа. Благодаря эффекту конденсации водяного пара след иногда становится видимым для земного наблюдателя. Если при этом частицы жидкости затягиваются в концевые вихри, то земному наблюдателю предоставляется возможность наблюдать эволюцию следа сразу во всех фазах его развития.

Известно, что большинство стандартных моделей турбулентности, дают завышенную диффузию завихренности в ядре вихря. В работе предложена модификация стандартной модели турбулентности для адекватного описания диффузии завихренности в ядре вихря. Раскрыт механизм потери циркуляции вихревого следа по мере удаления его от самолета. Для описания эволюции вихрей и определения времени жизни вихревого следа, как на большой высоте, так и вблизи подстилающей поверхности, построены теории пространственной длинноволновой неустойчивости в идеальной жидкости и в турбулентной атмосфере. Результаты расчетов по созданным моделям и теориям показали хорошее соответствие с экспериментальными данными.

Исследуется поведение самолета попавшего в вихревой след от впереди летящего самолета. Создана математическая модель аэродинамики такого самолета. Модель работает в режиме реального времени и предназначена для авиационных тренажеров и пилотажных стендов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 13-01-00247 и 13-08-00346).

ЭФФЕКТ КУМУЛЯЦИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ОБТЕКАЕМЫХ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ГАЗОВЫМИ ПУЗЫРЯМИ

П. Ю. Георгиевский¹, В. А. Левин², О. Г. Сутырин¹

¹*НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва*

²*Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток*

Выполнено численное исследование взаимодействия обтекаемых сверхзвуковым потоком затупленных тел с газовыми пузырями эллипсоидальной формы, заполненными газом пониженной или повышенной плотности. Эффект кумуляции заключается во внезапном повышении давления и плотности в критической точке тела до значений существенно превышающих значения, рассчитанные из решения одномерных задач Римана о взаимодействии головной ударной волны с неоднородностью для параметров на оси симметрии течения. Ранее эффект отмечался в [1], однако причины кумуляции не были до конца объяснены.

В настоящей работе показано, что основной причиной внезапного повышения давления и плотности в критической точке затупленного тела является предшествующая ей фокусировка ударных волн в малом аксиальном объеме внутри ударного слоя вследствие взаимодействия головного скачка уплотнения с неоднородностями. Сценарий фокусировки соответствует известным механизмам фокусировки при взаимодействии плоской ударной волны с газовыми пузырями пониженной и повышенной плотности [2] с учетом некоторой специфики, обусловленной наличием тела.

Для случая газовых пузырей пониженной плотности происходит фокусировка на коротком участке оси симметрии внутри ударного слоя слабой внутренней сходящейся ударной волны, формирующейся при отражении проходящей по газовому пузырю головной ударной волны от его дальней криволинейной границы. Для газовых пузырей повышенной плотности реализуется схлопывание на оси симметрии головной ударной волны, огибающей пузырь, что приводит к сильной кумуляции. В обоих случаях всплеск давления и плотности в критической точке тела является результатом взаимодействия отраженной от точки фокусировки ударной волны с поверхностью тела. Для реализации отмеченных эффектов фокусировки ударных волн внутри ударного слоя и последующей кумуляции давления и плотности в критической точке тела существенное значение имеют размеры газового пузыря по сравнению с размерами тела.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 14-11-00773) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 14-01-00891).

Список литературы

1. Георгиевский П. Ю., Левин В. А. *Нестационарное взаимодействие сферы с атмосферными температурными неоднородностями в сверхзвуковом потоке*. Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 174–183.
2. Георгиевский П. Ю., Левин В. А., Сутырин О. Г. *Эффект кумуляции при взаимодействии скачка уплотнения с локальной областью газа повышенной или пониженной плотности*. Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 6. С. 146–154.

ПРИТОК ФЛЮИДА К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ ПРИ НАЛИЧИИ СИСТЕМЫ ГИДРОРАЗРЫВОВ ПЛАСТА

С. В. Головин^{1,2}, К. А. Гадыльшина²

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Технология гидроразрыва пласта (ГРП) широко используется при разработке низкопроницаемых коллекторов. Для поиска оптимальной стратегии разработки месторождения необходимо проводить оценку притока флюида, динамики развития зон депрессии, с учётом геометрии скважины и системы трещин гидроразрыва, проницаемости породы и гидравлического сопротивления в скважине.

На основе подхода, предложенного в статье [1] построена двумерная гидравлическая модель течения флюида в горизонтальной скважине, при наличии системы трещин ГРП произвольной геометрии, с учётом фильтрации жидкости из пласта и течения по трещинам и скважине с конечным гидравлическим сопротивлением. В предположении ламинарности потоков, модель описывает течение флюида по скважине на основе закона Гагена-Пуазейля и в трещинах ГРП, на основе формулы Буссинеска для случая "чистой" трещины и закона фильтрации Дарси для трещины заполненной пропантом. Однофазная фильтрация жидкости в пласте моделируется в соответствии с законом Дарси и уравнением неразрывности. Взаимодействия фильтрационных потоков между скважиной, системой трещин и пластом описывается граничным условием второго рода. Модель переформулирована в слабой форме, что позволило совместить задачи для областей разных размерностей: трехмерной области резервуара, двумерной трещин и одномерной скважины. Таким образом, пропала необходимость в отдельной проверке условий согласования решения на внутренних границах области течения. Двумерная модель получена усреднением давления по высоте для случая, когда трещины ГРП простираются от кровли коллектора до подошвы.

Численное решение задачи в слабой постановке построено с применением метода конечных элементов. Преимуществом предлагаемого алгоритма численного решения в том, что распределение давления вычисляется во всех сегментах расчётной области на одном временном шаге. Для реализации алгоритма использовался программный пакет FreeFEM++. Численные эксперименты продемонстрировали зависимость притока на забойной зоне от дизайна системы ГРП и параметров среды, согласование с аналогичными результатами, полученными в работе [1]. Приведены результаты расчёта для системы ветвящихся и самопересекающихся

трещин ГРП. Построенная модель может быть использована для проведения оптимизационных расчётов при проектировании дизайна системы ГРП, а также для получения начальных данных, используемых в коммерческих пакетах моделирования разработки пласта.

Работа выполнена при поддержке программы ОЭММПУ РАН IV.4.12 и Президентского гранта поддержки ведущих научных школ НШ-2133.2014.1.

Список литературы

1. Кашеваров А. А. *Гидравлическая модель разработки газовых и нефтяных месторождений*. ПМТФ. 2010. Т. 51. № 6. С. 111–120.

ОПТИМИЗАЦИЯ УСКОРЕНИЯ ЖИДКОГО ТЕЛА

А. Н. Голубятников

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

Дано точное решение задачи об оптимизации ускорения тела, состоящего из вязкой однородной несжимаемой жидкости, под действием подходящего распределения поверхностных сил. Заданы масса, начальный и конечный (меньший) поперечный габариты, время разгона и конечный импульс. Требуется минимизировать затраты энергии на ускорение тела из состояния покоя, включая энергию начального удара.

На первом этапе независимо минимизируется величина энергии диссипации, что приводит к осесимметричному потенциальному движению с однородной деформацией. При этом уравнения Навье – Стокса служат только для определения распределения давления. Далее задача становится чисто алгебраической. Оптимальная начальная форма — эллипсоид вращения с определенным соотношением полуосей.

Однако эллипсоид приводит к наличию касательных поверхностных сил, практическая реализация которых может быть затруднительной. Поэтому, чтобы обеспечить существование только нормальных нагрузок (распределение давления), задача оптимизации решается в классе цилиндров, что дает увеличение затрат энергии всего на 0,05.

Исследуется устойчивость ускорения цилиндра относительно малых возмущений его начальной формы при том же внешнем давлении. На малых временах характерно влияние «малого знаменателя» — отношения толщины к радиусу, на достаточно больших развивается неустойчивость Рэлея – Тейлора. Этому может препятствовать малое время разгона или специальные средства, связанные с учетом упругих напряжений [1].

Существенно, что при решении с однородной деформацией из уравнений движения выпадают вязкие напряжения (любые нелинейные относительно компонент тензора скоростей деформаций, но с выпуклой функцией диссипации). То же имеет место и для упругих напряжений, где выпуклость упругой энергии не обязательна. Поэтому данная постановка задачи может быть распространена и на широкий класс вязкоупругих жидкостей Фойгта. Тепловые эффекты не рассматриваются.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 14-01-00056 и 15-01-00361).

Список литературы

1. Голубятников А. Н., Зоненко С. И., Чёрный Г. Г. *Новые модели оболочек, метаемых взрывом*. ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 5. С. 727–743.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ КАВИТАЦИОННОЙ ОБЛАСТИ ВБЛИЗИ МЕЖФАЗНОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ РЕЖИМОВ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИХ МАКСИМАЛЬНОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВЕЩЕСТВ

Р. Н. Голых, В. Н. Хмелёв, А. В. Шалунов

Бийский технологический институт АлтГТУ, Бийск

Скорость реализации большинства физико-химических процессов ограничивается поверхностью раздела взаимодействующих веществ или фаз. Значительное число таких процессов происходит в двухфазных системах «жидкость-газ» (ЖГ) (мокрая очистка газов; абсорбция и др.) и «жидкость-твёрдое тело» (ЖТ) (поверхностные химические реакции; растворение кристаллических веществ и т. д.). Очевидно, что для максимальной эффективности данных процессов необходимо обеспечить, в первую очередь, как можно большую площадь границы контакта жидкости с газовой или твёрдой фазой. Один из наиболее энергетически выгодных способов увеличения поверхности раздела – введение ультразвуковых (УЗ) колебаний в жидкую фазу [1] с частотой 20...70 кГц для создания кавитационных пузырьков и микроскопических ударных волн, изменяющих структуру межфазной границы. В частности, при воздействии ударных волн на границу «жидкость-газ» увеличение её площади достигается за счёт образования и возможного распада капиллярных волн [1], а на границу «жидкость-твёрдое тело» – за счёт диспергирования частиц твёрдого вещества.

Для выявления оптимальных режимов УЗ воздействия по частоте и амплитуде колебаний, обеспечивающих максимальную площадь границы раздела, была разработана физико-математическая модель взаимодействия кавитационной области с межфазной поверхностью ЖГ и ЖТ. Модель основана на граничных интегральных уравнениях течения жидкой фазы, позволяющих учесть асимметричное схлопывание кавитационного пузырька [2] вблизи поверхности раздела разнородных сред, и уравнениях распространения ударной волны в жидкой среде для расчёта перепадов давления, возникающих на межфазной границе и изменяющих её структуру. Предложенная модель позволила выявить зависимости кратности увеличения поверхности раздела фаз от режимов УЗ воздействия и физических свойств жидкости. Из зависимостей установлено, что 60 кГц – наиболее целесообразная частота УЗ воздействия, при которой достигается увеличение межфазной поверхности до 3-х раз и более.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №14-08-31716 мол_а.

Список литературы

1. Хмелёв В. Н., Леонов Г. В., Барсуков Р. В., Цыганок С. Н., Шалунов А. В. *Ультразвуковые multifunctional и специализированные аппараты для интенсификации технологических процессов в промышленности, сельском и домашнем хозяйстве*. Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2007.
2. Красильников В. А., Крылов В. В. *Введение в физическую акустику*. М.: Наука, 1984.

КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ С ИСПАРЕНИЕМ НА ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА: МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ

О. Н. Гончарова, Е. В. Резанова

Алтайский государственный университет, Барнаул
Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

Математическое моделирование течений жидкостей (или жидкости и газа) предполагает изучение различных механизмов конвекции и учета ряда факторов, связанных, в частности, с массопереносом на границе раздела в результате испарения, а также с наличием эффектов термодиффузии и диффузионной теплопроводности в газовой фазе. В настоящей работе конвективные течения изучаются в стационарном случае на основе уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска. На твердых непроницаемых стенках горизонтального канала выполняются условия прилипания, и задано распределение температуры, линейное относительно продольной координаты. На термокапиллярной границе раздела выполняются кинематическое и динамическое условия, условия непрерывности скорости и температуры, уравнение баланса массы, условие для тепловых потоков. Получено соотношение для определения концентрации насыщенного пара на границе раздела. Точные решения, описывающие конвективные двухслойные течения жидкости и газа в бесконечном канале, построены в случае заданного расхода газа для задачи в различных постановках, связанных с учетом эффектов Соре и Дюфура и с видом граничного условия для концентрации пара на твердой стенке канала. Построенные решения могут быть названы обобщением известного решения [1] (см. также [2]).

Представлены примеры профилей скорости и температуры для системы "жидкость-газ" типа "HFE7100-азот" "HFE7100-воздух" "этанол-азот" "этанол-воздух" для различных значений толщины слоя жидкости, продольных градиентов температуры на границах канала и расхода газа в верхнем слое. Обнаружены качественные и количественные отличия в течениях различных жидкостей при одних и тех же внешних условиях. Точные решения позволяют сравнить аналитические результаты с экспериментальными данными [3], отражающими зависимость интенсивности испарения с границы раздела от расхода газа и толщины жидкого слоя.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00163) и Минобрнауки России (идентификатор проекта RFMEFI61314X0011).

Список литературы

1. Бирих Р. В. *О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости*. ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
2. Шлиомис М. И., Якушин В. И. *Конвекция в двухслойной бинарной системе с испарением*. Ученые записки Пермского Госуниверситета. Серия Гидродинамика. 1972. № 4. С. 129–140.
3. Lyulin Yu. V., Kabov O. A. *Evaporative convection in a horizontal liquid layer under shear-stress*. Int. J. Heat and Mass Transfer. 2014. N. 70. P. 599–609.

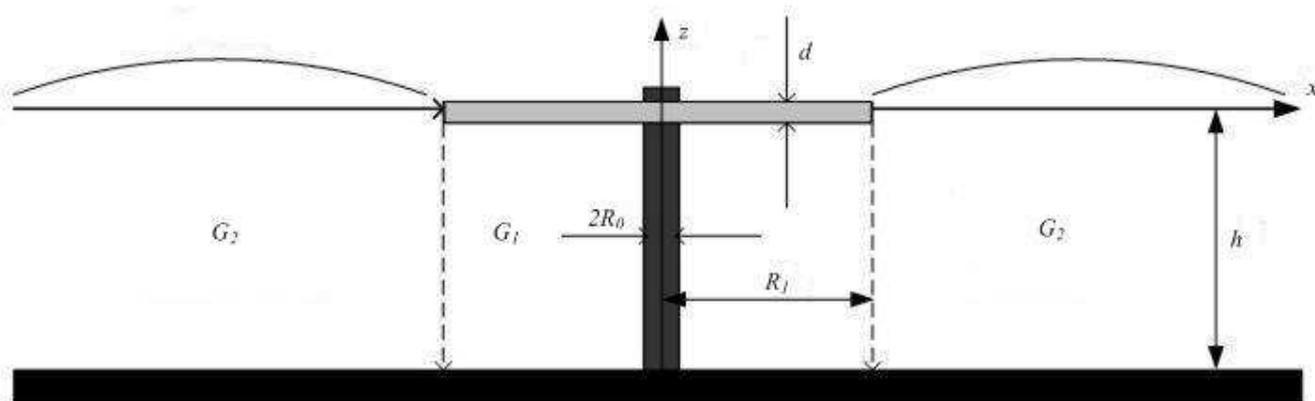
ДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОПОРУ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ СОБСТВЕННЫМИ И КВАЗИСОБСТВЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

А. Г. Грешилов, С. В. Сухинин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Цель работы. Целью настоящей работы является исследование динамических воздействий на вмороженную опору, обусловленных собственными и квазисобственными колебаниями льдины. В настоящей работе собственные и квазисобственные колебания упругой пластины, плавающей на поверхности идеальной, несжимаемой жидкости будут рассматриваться в рамках линейной теории мелкой воды.

Актуальность. Интерес к этой работе обусловлен широкой применимостью её во многих практических приложениях при инженерных расчетах, например, таких как проектирование плавающих платформ, установка буровых вышек в полярных условиях, проектирование аэродромов на льду и многое другое. Нужно заметить, что в настоящее время уже существуют проекты гигантских плавучих объектов (аэропортов и островов), в основе которых лежит концепция плавающей пластины.



Данная краевая задача сводится к решению дифференциального уравнения 6-го порядка относительно потенциала скоростей жидкости для области с упругой пластиной. Рассматриваются два случая для пластины, примороженной к опоре: в бассейне ограниченных размеров, и в бассейне бесконечного размера. Численно рассчитываются значения собственных и квазисобственных частот в зависимости от различных вариаций геометрических параметров. Оцениваются динамические нагрузки на опору со стороны пластины. Определяются формы гравитационно – изгибных колебаний упругой пластины.

Установлено, что первая мода колебаний упругой пластины создает перерезывающие силы и моменты, действующие на опору со стороны упругой пластины, тем самым задавая периодическую выдергивающую опору силу. При увеличении радиуса бассейна при собственных колебаниях пластины есть тенденция увеличения нагрузки на опору со стороны выдергивающих сил. При увеличении радиуса бассейна значения собственных частот колебаний пластины уменьшаются и стремятся к собственным частотам плескания ограниченного бассейна.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ КРИТИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ РЕЙНОЛЬДСА ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА ТЕРМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОГО ГАЗА

Ю. Н. Григорьев, И. В. Ершов

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

В докладе представлены результаты численных и аналитических исследований устойчивости плоского течения Куэтта колебательно-возбужденного газа в сверхзвуковом режиме. Исходной математической моделью служила система уравнений двухтемпературной газовой динамики. Расчеты проводились в рамках классической линейной теории устойчивости, а также на основе альтернативной нелинейной энергетической теории.

Линейная устойчивость течения Куэтта в условиях сильного отклонения от термодинамического равновесия до последнего времени не исследовалась. Следует отметить, что в немногочисленных работах, посвященных этому вопросу, влияние объемной вязкости, отражающей слабую неравновесность внутренних степеней свободы молекул газа, исключалось с помощью соотношения Стокса. Поэтому обращение к линейной теории с целью исследования влияния термической неравновесности на характеристики устойчивости классического течения представляет самостоятельный интерес. Используемая модель двухтемпературной газодинамики при отсутствии возбуждения колебательных мод переходит в модель совершенного газа, что позволяло провести сравнение с имеющимися в литературе результатами.

В результате для невязкого предела течения Куэтта с параболическим профилем температуры для растущих возмущений найдено в явном виде необходимое обобщенное условие точки перегиба и уточнено достаточное условие в теореме о полукруге. Двумя независимыми способами – методом “стрельбы” и методом коллокаций – выполнены расчеты инкрементов нарастания двумерных четных и нечетных невязких мод. Рассчитаны спектры собственных значений, инкременты нарастания и кривые нейтральной устойчивости вязких возмущений в диапазоне чисел $M = 2 \div 5$ и $Re = 10^5 \div 10^7$. Найдены критические числа Рейнольдса $Re_{cr} = (2 \div 5) \cdot 10^4$.

В рамках нелинейной энергетической теории гидродинамической устойчивости проведено исследование сверхзвукового плоского течения Куэтта колебательно-возбужденного двухатомного газа в диапазоне чисел Маха $M = 2 \div 5$. Соответствующая спектральная задача для критических значений числа Рейнольдса Re_{cr} , определяющих возможное начало ламинарно-турбулентного перехода, решалась численно с использованием библиотеки Matlab. В результате было показано, что в исследованном диапазоне сверхзвуковых чисел Маха критические числа Рейнольдса лежат в пределах $Re_{cr} = 0,5 \cdot 10^2 \div 1,5 \cdot 10^3$. Таким образом, в сверхзвуковом течении Куэтта имеет место сближение критических чисел Рейнольдса, рассчитанных с использованием альтернативных теорий, хотя остается разница примерно в один порядок.

Можно констатировать, что расчеты по обеим теориям показывают, что возбуждение внутренних степеней свободы снижает инкременты нарастания возмущений и оказывает стабилизирующее воздействие на течение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00274).

АКУСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В УЗКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

А. А. Губайдуллин^{1,2}, А. В. Яковенко¹

¹Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Тюмень

²Тюменский государственный университет, Тюмень

Акустическое течение - это устойчивый средний по времени перенос массы устойчивыми вихрями, возникающими помимо периодического движения среды в звуковом поле. Акустическое течение в пограничном слое называют шлихтинговским течением. Акустическое течение вне акустического пограничного слоя называют рэлеевским течением [1]. Если отношение радиуса полости к толщине акустического пограничного слоя меньше или равно 5.7, наблюдается только шлихтинговское течение, и полость называется "узкой" [2].

Рассмотрим цилиндрическую полость (трубу) с непроницаемыми торцами. Полость заполнена совершенным вязким газом (воздухом). Пусть изначально газ в полости находится в состоянии покоя при постоянной температуре и постоянном давлении. Система выводится из равновесия вибрационным воздействием $A \cos(\omega t)$. Рассмотрим случаи теплоизолированных стенок полости и стенок, поддерживаемых при постоянной температуре. Задача решена численно в осесимметричной постановке после перехода в подвижную систему отсчёта. Диапазон частот вибрации охватывает как слабые воздействия, когда процесс может быть описан с помощью приближённого аналитического решения [2], так и сильные воздействия, ведущие к проявлению нелинейных эффектов.

Исследования показали, что тип термических граничных условий существенно влияет на возникающее в полости акустическое течение. В случае границ, поддерживаемых при постоянной температуре, направление вращения вихрей акустического течения противоположно их направлению вращения при теплоизолированных стенках полости и отличается от теоретического представления о вихрях шлихтинговского течения. Нелинейные эффекты [3] также оказывают влияние на акустическое течение.

Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (Грант НШ-2669.2014.1).

Список литературы

1. Зарембо Л. К. *Акустические течения. В кн. Мощные ультразвуковые поля/ под ред. Розенберга* М.: Наука, 1968.
2. Hamilton M. F., Ilinskii Y. A., Zabolotskaya E. A. *Thermal effects on acoustic streaming in standing waves*. J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 114. P. 3092–3101. С. 24–31.
3. Губайдуллин А. А., Яковенко А. В. *Численное исследование поведения совершенного газа в вибрирующей цилиндрической полости с теплоизолированными стенками*. Теплофизика и аэромеханика. 2014. Т. 21. № 5. С. 617–627.

К НЕУСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЙ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ ВЛАСОВА–ПУАССОНА

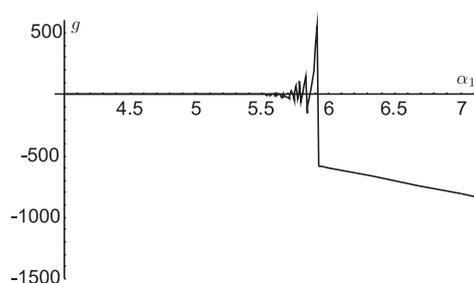
Ю. Г. Губарев

*ФГБУН Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
ФГАОУ ВО «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет»*

Модель безграничной бесстолкновительной электронейтральной плазмы в электростатическом приближении — плазмы Власова–Пуассона — продолжает оставаться одной из базовых математических моделей современной физики плазмы. Это обусловлено как простотой и наглядностью данной модели, так и очевидной ее полезностью для решения проблемы управляемого термоядерного синтеза (УТС).

Несмотря на то, что плазма Власова–Пуассона интенсивно изучается уже в течение длительного времени, с точки зрения математической теории устойчивости для нее удалось установить, по большому счету, лишь достаточные условия устойчивости ряда состояний динамического равновесия, причем хотя и относительно как малых, так и конечных возмущений, но из несамостоятельных подклассов.

В настоящем докладе прямым методом Ляпунова доказано, что одномерные состояния динамического равновесия плазмы Власова–Пуассона, которая содержит в себе электроны со стационарной функцией распределения, изотропной по пространству, но неизотропной по скоростям, и один сорт ионов, чья функция распределения в фазовом пространстве постоянна, абсолютно неустойчивы по отношению к одномерным же малым возмущениям. При этом обращено известное достаточное условие линейной устойчивости настоящих состояний динамического равновесия и строго описана область его применимости. Более того, получены достаточные условия практической линейной неустойчивости, сконструирована априорная экспоненциальная оценка снизу и охарактеризованы начальные данные для растущих малых возмущений. Наконец, построен иллюстративный аналитический пример рассматриваемых одномерных состояний динамического равновесия и наложенных на них одномерных же малых возмущений, нарастающих во времени согласно сконструированной оценке (см. ниже на рисунок с графическим изображением решения дисперсионного соотношения $g(\alpha_1) = 0$, где α_1 — вещественная часть собственной частоты (инкремент роста) собственных же колебаний электронов исследуемой плазмы Власова–Пуассона).



Все результаты настоящего доклада новые, не имеют аналогов в мировой научной литературе и могут пригодиться в процессе создания экспериментальных установок для осуществления УТС (например, с их помощью можно заранее рассчитывать устойчивые режимы работы различных опытных устройств для удержания плазмы).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ КРОВИ В БИФУРКАЦИИ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Н. С. Денисенко¹, А. А. Тулунов², А. К. Хе³, А. А. Черевко³, А. П. Чупахин³, А. А. Янченко¹

¹Новосибирский государственный университет

²Международный Томографический Центр СО РАН, Новосибирск

³Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Тройник – бифуркация сосудов – является неотъемлемым элементом кровеносной системы и многих технических устройств. Его изучение имеет как фундаментальный интерес, так и очевидные многочисленные приложения. Исследование нестационарного течения вязкой жидкости в упругом тройнике является важной задачей как фундаментальной гидродинамики, так и гемодинамики. Для понимания особенностей кровотока в кровеносных сосудах нужно знать поведение потока в окрестности бифуркации. Поток в окрестности бифуркации сосудов является существенно трехмерным. Необходимым этапом при изучении такого рода течений является проведение экспериментов на лабораторных моделях

Представлены результаты натуральных и численных экспериментов на лабораторной модели бифуркации сонной артерии (СА) с использованием насоса CompuFlow. Жидкость, заполняющая модель СА по своим свойствам подобна крови. Движение жидкости обеспечивается специальным насосом способным воспроизводить течение аналогичное течению в кровеносном сосуде. Насос позволяет программировать произвольные зависимости расхода от времени, что дает возможность использовать клинические данные о течении в сосудах, полученные во время нейрохирургических операций в ННИИПК им. ак. Е. П. Мешалкина. Измерения проводились на двух аппаратных стендах: при помощи внутрисосудистого датчика Combo Wire (ННИИПК) и томографа Philips с силой поля 1.5 Т (МТЦ СО РАН). Построены графики зависимости скорости и давления от времени, фазовые диаграммы скорость-давление и расход-поток энергии. Эти диаграммы дают важную информацию о динамике течения. Проведены численные 3D расчеты течения в пакете ANSYS. Численные расчеты показывают хорошее совпадение с результатами экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00036) – проведение экспериментов с датчиком ComboWire, РНФ (проект № 14-35-00020) – проведение экспериментов на томографе Philips.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ В ИСКУССТВЕННОМ СЕРДЕЧНОМ КЛАПАНА

Д. А. Долгов, Ю. Н. Захаров

Кемеровский государственный университет

В данной работе мы предлагаем математическую модель, которая описывает динамику течения крови в искусственном сердечном клапане, а также численный метод решения этой задачи. Мы рассматриваем нестационарную задачу о течении крови внутри сосуда к клапаном. Кровь состоит из плазмы и взвешенных в ней форменных элементов. Клапан и стенки сосуда являются гибкими и изменяют свою форму под воздействием течения крови. Будем моделировать кровь как вязкую несжимаемую двухкомпонентную жидкость, а клапан и стенки сосуда – как непроницаемую поверхность, обладающую заданной жесткостью. Для описания динамики створок искусственного сердечного клапана и гибких стенок сосуда мы определяем силы, возвращающие их в равновесное положение [1]. Задача о течении крови описывается нестационарной системой дифференциальных уравнений Навье-Стокса [2]

с переменными вязкостью и плотностью. Т.к. физически кровь является неоднородной, то концентрацию примеси будем описывать уравнением конвекции [2].

Полученную задачу мы решаем с помощью метода погруженной границы [1]. Влияние клапанов на течение будем учитывать с помощью добавления массовых сил в уравнение движения жидкости [1]. Т.о. алгоритм решения будет следующим - на прямоугольной сетке с помощью схем расщепления по физическим факторам вычисляется значение скорости жидкости; затем решаем уравнение конвекции, т.е. определяем концентрацию примеси в области решения и пересчитываем значение плотности и вязкости. Далее вводим новую лагранжевую сетку, на которой определяем деформацию створок клапана под воздействием движения жидкости, и вычисляем значение сил, противодействующих деформации. После этого находим новое распределение массовых сил в уравнении движения жидкости.

Полученная модель и численный метод решения были применены для задач о течении крови в искусственном аортальном клапане, а также о развитии аневризмы сосуда. В рамках первой задачи получены результаты движения клапанов при различных перепадах давления. Для второй задачи были проведены расчеты, демонстрирующие возможность возникновения аневризмы стенок сосуда, а также ее влияние на распространение примеси.

Исследование проводится совместно с НИИ КССЗ (Кемеровский кардиоцентр), в целях улучшения конструкции создаваемых искусственных клапанов в рамках проектной части госзадания номер 1.630.1.2014/К.

Список литературы

1. Griffith B. E. *Immersed boundary model of aortic heart valve dynamics with physiological driving and loading conditions*. International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering, 28(3) 2012, 317–345.
2. Miloshevich H. Gaydarov N. A. Zakharov Y. N. *Model of incompressible viscous fluid flow driven by pressure difference in a given channel*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 62, July 2013.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЖАТИЯ ПЛАНЕТ: ТЕОРИЯ ОТ НЬЮТОНА ДО НАШИХ ДНЕЙ

А. В. Доманский

Институт морской геологии и геофизики ДВО РАН, Южно-Сахалинск

Исходя из предположения, что Земля представляет собой сплюснутый на полюсах вращающийся самогравитирующий однородный шар и условия гидростатического равновесия столбов жидкости, "пробуренных" от полюса и экватора до центра Земли, Ньютон получил сжатие $1/230$. Сжатие - это отношение разности экваториального и полярного радиусов к экваториальному радиусу. Общая формула сжатия ε , полученная Ньютоном $\varepsilon = 5q/4$, $q = \omega^2 R^3 / GM$, где ω - угловая скорость вращения, G - гравитационная постоянная, M - масса, R - экваториальный радиус [1]. Гюйгенс использовал принцип перпендикулярности силы тяжести к поверхности и получил сжатие планеты $\varepsilon = q/2$ [2]. Если слабо-сжатая планета является упруго-деформируемой, то для малых сжатий верна формула Кельвина $\varepsilon = (5\lambda + 4\mu)R_0^2\rho\omega^2 / (2\mu(19\lambda + 14\mu))$, ρ - средняя плотность планеты, λ , μ - коэффициенты упругости Ламе [3]. Пуанкаре, анализируя уравнение Клеро для поверхности уровня неоднородной гидростатически равновесной планеты, получил оценку ее сжатия $q/2 \leq \varepsilon \leq 5q/4$ [2].

Уточним эту оценку. Геопотенциал U равен [4]

$$-U = GM/r - GMJ_2P_2(\sin \varphi)R^2/r^3 - \omega^2r^2(P_2(\sin \varphi) - 1)/3, P_2(\sin \varphi) = (3 \sin^2 \varphi - 1)/2,$$

где J_2 - неизвестный коэффициент. Радиус-вектор r сфероида при малых сжатиях равен $r = R_0(1 - \varepsilon(\sin^2 \varphi - 1/3))$, $R_0 = R(1 - \varepsilon)^{1/3}$ - радиус равного сфероиду по объему шара. На широтах $\sin^2 \varphi = 1/3$, $\varphi_1 = \pm 35^{\circ}15'52''$ геопотенциал $-U_0 = GM/R_0 + \omega^2R_0^2/3$. Тогда для определения ε и J_2 есть два уравнения - геопотенциал, записанный на полюсе и экваторе, - решение которых при малых сжатиях $\varepsilon = q_0$, $J_2 = q_0/3$, $q_0 = \omega^2R_0^3/GM$. Отсюда в частности, следует $d\varepsilon/\varepsilon = 2d\omega/\omega$. Эта формула связывает геометрию - относительное изменение сжатия планеты, - с динамикой вращения - относительным изменением угловой скорости. Это значит, что вариации угловой скорости непременно должны отражаться на сжатии планеты и, соответственно, на ее сейсмической активности.

В общем анализ теорий сжатия вращающихся планет показал: существует однозначная универсальная связь между сжатиями гидростатически равновесной и упруго-деформируемой планет и квадратом угловой скорости вращения этих планет; для определения сжатия слабо-сжатой гидростатически равновесной планеты нет необходимости знать распределение масс внутри нее; гидростатическое сжатие представляет собой отношение центробежной силы на широтах φ_1 к силе тяжести на этих же широтах; реальное сжатие планет почти всегда меньше гидростатического сжатия.

Список литературы

1. Ньютон И. *Математические начала натуральной философии*. М.: Наука, 1989.
2. Тодхантер И. *История математических теорий притяжения и фигуры Земли*. М.: УРСС, 2002.
3. Лейбензон Л.С. *Собрание трудов, Т.4*. М.: Изд-во АН СССР, 1955.
4. Stacey F., Davis P. *Physics of the Earth*. Cambridge University Press, 2008.

КАСКАД ЭНЕРГИИ В АТТРАКТОРАХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Е. В. Ерманюк^{1,2}, К. Брузе², И. Н. Сибгатуллин^{3,4}, С. Жубо², Т. Доксуа²

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Laboratoire de Physique ENS de Lyon

³НИИ механики МГУ, Москва

⁴Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва

Описание каскада механической энергии в океане является актуальной задачей физической гидродинамики [1]. Каскад энергии в поверхностных волнах [2] и процессы перемешивания в поверхностном слое океана изучены достаточно подробно. Значительно менее изучен каскад энергии в глубинных слоях океана [3].

В докладе предложена экспериментальная и численная модель, реализующая в ограниченном объеме стратифицированной жидкости полный энергетический каскад от крупномасштабного входного возмущения к мелкомасштабным внутренним волнам и перемешиванию. Каскад энергии наблюдается в аттракторах внутренних волн. Свойства аттракторов в линейной постановке достаточно хорошо изучены [4, 5]. Высокая концентрация энергии в аттракторах внутренних волн приводит к появлению неустойчивости [6]. В настоящей работе

исследуются волновые режимы, которые устанавливаются на временах порядка сотен периодов возмущающего воздействия. Выполнение условий триадного резонанса проанализировано с помощью преобразования Гильберта и построения биспектров. Показано, что с течением времени происходит развитие каскада триадных взаимодействий, приводящего к появлению статистически значимого количества локальных опрокидываний внутренних волн, вызывающих перемешивание. Статистика экстремальных событий в системе исследована с помощью исследования многоточечного распределения плотности вероятности завихренности. Численное моделирование в плоской и пространственной постановках выполнено с помощью метода спектральных конечных элементов [7]. Получено хорошее качественное и количественное соответствие расчетных и экспериментальных данных.

Работа была поддержана грантами РФФИ 15-01-06363 и министерства образования и науки Российской Федерации (уникальный идентификатор соглашения RFMEFI60714X0090), ONLITUR (ANR-2011-BS04-006-01), европейской программой Marie Curie International Incoming Fellowships.

Список литературы

1. Huang R. X. *Ocean, Energy flows in*. Encyclopedia of Energy. 2004. V. 4. P. 497–509.
2. Nazarenko S. *Wave turbulence. Lecture notes in Physics*. Berlin.: Springer, 2011.
3. Munk W., Wunsch C. *Abysal recipes II: energetics of tidal and wind mixing*. Deep Sea Res. I. 1998. V. 45. P. 1977–2010.
4. Maas L. R. M., Benielli D., Sommeria J., Lam F. P. A. *Observations of an internal wave attractor in a confined stably stratified fluid*. Nature. 1997. V. 388. P. 557–561.
5. Grisouard N., Staquet C., Pairaud I. *Numerical simulation of a two-dimensional internal wave attractor*. J. Fluid Mech. 2008. V. 614. P. 1–14.
6. Scolan H., Ermanyuk E. V., Dauxois T. *Nonlinear fate of internal wave attractor*. Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 234501.
7. Fischer P., Ronquist E. *Spectral element methods for large scale parallel Navier–Stokes calculations*. Comp. Meth. Appl. Mech. & Engng. 1994. V. 116. P. 69–76.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМОВАНИЯ ШЛИКЕРА ОКСИДА БЕРИЛЛИЯ

У. К. Жапбасбаев¹, Г. И. Рамазанова¹, З. К. Саттинова², С. А. Шахов³

¹Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Казахстан

²Евразийский национальный университет им. Л. Гумилева, Астана, Казахстан

³Сибирский государственный университет путей сообщения, Новосибирск, Россия

Развитие новых областей науки и направлений техники выдвигает повышенные требования к уровню свойств и качеству керамических изделий, все в большей степени становятся востребованными изделия сложной конфигурации из новых неметаллических материалов. Технология горячего литья под давлением [1,2] остается основной при получении длинномерных, многоканальных и сложно фасонных керамических изделий из непластичных порошков.

Литейные массы, используемые для получения керамики этим методом, представляют собой высококонцентрированную систему, в которой одной из фаз является высокотеплопроводный твердый минеральный порошок, а другой - термопластичная связка на основе парафина, олеиновой кислоты и воска. Особую сложность представляет получение методом горячего литья керамических изделий из дисперсных материалов с аномальными физическими свойствами, таких как оксид бериллия. Трудности получения качественных изделий вызваны в первую очередь теплофизическими свойствами BeO , в частности, его уникальной теплопроводностью [2].

В настоящей работе приводятся результаты расчётов процесса формования шликера оксида бериллия в формообразующей полости в сравнении с данными экспериментов.

Теплофизические и реологические свойства шликера изменяются в зависимости от температуры. По опытным данным затвердевание шликера происходит в интервале температур от 54 до 40 °С. Это связано с тем, что связка в шликере находится в аморфном состоянии и в зоне затвердевания переходит из жидкого аморфного состояния в твердопластичное [1, 2].

Процесса формования описывается системой уравнений законов сохранения массы, импульса и энергии неньютоновской жидкости с использованием реологической модели Шведова-Бингама. Скрытая теплота фазового перехода шликера была учтена методом кажущейся теплоемкости [3]. Реологические и теплофизические свойства термопластичного шликера оксида бериллия были найдены на основе опытных данных. Коэффициенты теплообмена и теплопередачи на стенках полости были определены путем сравнения экспериментальных и расчетных данных. В расчетах получены поля температуры шликерной массы в жидком (вязкопластическом) и твердопластическом состояниях, найдены изотермы верхней и нижней границ положения зоны затвердевания.

Данные экспериментов и анализ результатов расчетов показывает возможность управления процессом затвердевания термопластичного шликера оксида бериллия в литейной форме при помощи подбора расхода, температуры горячей и холодной воды в контуре охлаждения, скорости литья.

Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов, и демонстрируют физическую обоснованность предложенной математической модели процесса затвердевания термопластичного шликера оксида бериллия.

Список литературы

1. Добровольский А. Г. *Шликерное литье*. М.: Металлургия, 1977.
2. Шахов С. А., Бицоев Г. Д. *Применение ультразвука при производстве высокотеплопроводных керамических изделий*. – Усть-Каменогорск: 1999. С. 24–31.
3. COMSOL. Inc. URL: <http://www.comsol.com/> [accessed: August/12/2014]

ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ И РАСПАД СЛОЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРА

А. В. Жук¹, П. Н. Конон¹, В. Я. Шкадов²

¹*Белорусский государственный университет*

²*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова*

Рассмотрено плоское движение слоя вязкой жидкости на внутренней поверхности горизонтального вращающегося с постоянной угловой скоростью цилиндра в поле сил поверхностного натяжения, гравитации и инерции. Исследования движения слоя на внешней поверхности цилиндра проведены в [1]. Движение вязкой жидкости рассматривается в относительной полярной системе координат, связанной с вращающимся цилиндром, и описывается уравнениями Навье-Стокса, неразрывности и неизвестной свободной поверхности. В случае достаточно быстрого вращения цилиндра из системы уравнений движения вязкой жидкости получены уравнения первого приближения, подобные уравнениям пограничного слоя. Решения полученной системы ищется прямым методом с учетом граничных условий прилипания на поверхности цилиндра и отсутствия вязкого взаимодействия с окружающей средой на свободной поверхности.

В результате исследований получена система дифференциальных уравнений в частных производных типа Капицы-Шкадова для определения эволюции свободной поверхности плоского слоя конечной толщины при умеренных и больших числах Рейнольдса Re в поле центробежных сил. При пренебрежении инерционными членами из полученной системы выводится уравнение, полученное В.В. Пухначевым [2] для тонкой пленки. Разработан численно-аналитический метод и решена нестационарная задача о движении плоского слоя вязкой жидкости на внутренней поверхности вращающегося цилиндра. Проведенное сравнение с экспериментальными данными дает хорошее согласование по видам свободной поверхности. Найдена зависимость времени распада слоя на цилиндре от числа Re . Проведены также исследования для двухслойных течений жидкостей на вращающемся цилиндре.

Учет нелинейного взаимодействия возмущений позволил проследить за механизмом эволюции поверхности слоя при $Re \gg 1$. Результаты исследований могут быть использованы в металлургии при центробежном литье металлов.

Список литературы

1. Епихин В.Е., Конон П.Н., Шкадов В.Я. О возмущенном движении слоя вязкой жидкости на поверхности вращающегося цилиндра // ИФЖ.-1994.- Т.66, N 6. - С. 689-694.
2. Пухначев В.В. Движение жидкой пленки на поверхности вращающегося цилиндра в поле тяжести // ПМТФ.- 1977.- N 3.- С. 78-88.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ ПОТОКОВ С НЕНЬЮТОНОВСКИМИ СВОЙСТВАМИ, ДВИЖУЩИХСЯ ПО СКЛОНАМ ПОСТОЯННОГО И ПЕРЕМЕННОГО УКЛОНА

Ю. С. Зайко¹, М. Э. Эглит¹, А. Е. Якубенко²

¹Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова, Москва

²НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва

Рассматривается движение склоновых потоков, моделирующих распространение лавин, селей и оползней. Изучение движения подобных природных потоков важно для защиты различных сооружений и построек в горной местности. В данной работе численно решаются неосредненные по глубине уравнения. Моделируется асимптотическое поведение потока при движении по длинному однородному склону как постоянного, так и переменного уклона. Учитывается способность потока захватывать и вовлекать в движение материал склона. Для моделирования процесса захвата донного материала применяется гипотеза, предложенная в [1], она используется для определения зависимости полной глубины потока H от времени t . Особенность задачи в том, что граничное условие не содержит явно величину H . Важным является вопрос, каково реологическое соотношение для движущейся среды. Разными исследователями используются различные виды реологических соотношений [2, 3]. В этой работе исследовалось поведение потока, описываемого средой Хершеля-Балкли [3], причем в программе реологическое соотношение с пределом текучести аппроксимировалось соотношением с двумя вязкостями. Как предельный случай с нулевым пределом текучести рассмотрена степенная жидкость. Получено, что для разных моделей скорость потока растет при движении по склону постоянного уклона. Профили скорости на склонах постоянного уклона для различных значений углов и при движении по склонам переменного уклона имеют вблизи дна линейный участок. В верхней части потока возникает слой с очень большой вязкостью, так как на свободной поверхности ставится условие равенства нулю силы трения и скорость сдвига в верхнем слое мала. Глубина потока растет как линейная функция времени при больших временах со времени начала захвата, то есть скорость захвата постоянна. При движении по склону с уменьшающимся углом наклона к горизонту скорость потока уменьшается, скорость захвата также уменьшается, при этом оставаясь линейной функцией времени.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 15-01-08023, 15-01-00361, 13-08-00084).

Список литературы

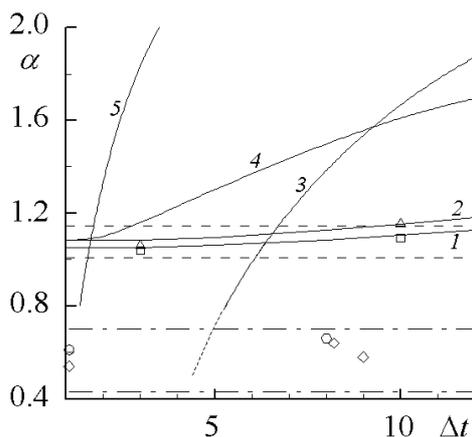
1. Issler D, Pastor Perez M. *Interplay of entrainment and rheology in snow avalanches; a numerical study*. Annals of Glaciology. 2011. № 52(58). P. 143-147.
2. Eglit M. E., Yakubenko A. E. *Numerical modeling of slope flows entraining bottom material*. Cold Reg. Sci. Technol. 2014. № 108. P. 139-148.
3. Kern M. A., Tiefenbacher F., McElwaine J. N. *The rheology of snow in large chute flows*. Cold Reg. Sci. Technol. 2004. № 39. P. 181-192.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРИСТЕНОЧНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ЭНЕРГИИ НА СВЕРХЗВУКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ

В. П. Замураев, А. П. Калинина

*ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Моделирование течения в канале переменного сечения с импульсным периодическим подводом энергии связано с решением задачи управления газодинамическими процессами в камере сгорания ГПВРД. Для ее решения важно оценить снижение числа Маха в секции постоянного сечения, определить условия запираия. Рассмотрены пристеночные и поверхностные источники с мощностью, эквивалентной либо горению водорода, либо электрическому разряду. Для анализа течения используются одни и те же наборы критериев. Получены аналитические оценки условий запираия. Постановка задачи, форма канала и критерии для поперечных источников изложены в [1]. Для пристеночных источников вводится дополнительный критерий перекрытия, демонстрирующий, какую часть размера секции затрагивает сильное возмущение от источника подвода энергии. На рисунке изображена диаграмма: "нормированная мощность α на единицу площади сечения" – "период Δt подвода энергии".



Кривые 1-5 относятся к поперечному источнику и описаны в [1]. Пунктирные линии дают аналитическую оценку для коридора значений, когда возмущение продвигается вверх по потоку в случае поперечного источника, штрихпунктирные линии – для пристеночного источника. Ромбы и квадраты дают численное решение без запираия для поперечных и пристеночных источников соответственно, треугольники и кружки – с запираием. Значения критической мощности для поперечных источников значительно больше, чем для пристеночных.

Работа выполнена в рамках проекта СО РАН III.22.6.2 (№ 01201351870) и при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 14-08-00820).

Список литературы

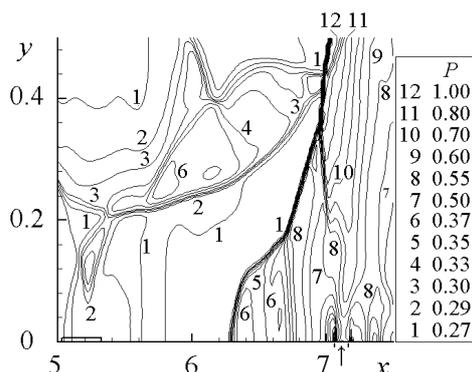
1. Замураев В. П., Калинина А. П. Численно-аналитическое моделирование структуры сверхзвукового течения в канале переменного сечения с подводом энергии. ИФЖ. 2015. Т. 88. № 1. С. 210–219.

АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПРИПОВЕРХНОСТНОГО ИСТОЧНИКА ЭНЕРГИИ И СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В ТРАНС- И СВЕРХЗВУКОВЫХ ПОТОКАХ

В. П. Замураев, А. П. Калинина, С. М. Аульченко

ИТПМ им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Исследование транс- и сверхзвукового обтекания поверхностей при наличии источников энергии связано с решением задач по управлению процессами в задачах аэрокосмической техники и теплоэнергетики. В качестве управляющего энергетического воздействия может быть использован, например электрический разряд. При этом возникает задача предварительного выбора параметров источника для проведения исследований. Общим в этих задачах является следующее: источники энергии находятся достаточно близко к обтекаемой поверхности; в области течения присутствуют зоны до-, сверх- и околосвуковых скоростей; канал и профиль являются объектами конечной протяженности. Геометрия этих систем и параметры потока на входе фиксированы, варьируются параметры подвода энергии. Для прогноза формирующейся ударно-волновой структуры в обоих случаях можно выбрать близкие наборы критериев: критерий гомохронности Ho_r по длине зоны энергоподвода; критерий интенсивности воздействия β ; критерий трансформации течения H_λ ; критерий сдвига скачка Ho .



На рисунке показан фрагмент ударно-волновой структуры сверхзвукового течения в канале ($M=2$) при взаимодействии источника энергии (прямоугольник возле нижней стенки) с скачком уплотнения от поперечной струи (стрелка под осью x). Критерии: $Ho_r = 0.76$, $\beta = 4.6$, $H_\lambda = 0.40$, $Ho = 0.27$. Значения критериев для взаимодействия источника и скачка уплотнения в канале предсказывают ту же ударно-волновую структуру, что и при трансзвуковом ($M=0.85$) обтекании профиля [1]. Из-за взаимодействия источника с скачком уплотнения возникает предвестник, распространяющийся вверх по потоку. Наблюдается тройная конфигурация с висячим скачком.

Работа выполнена в рамках проекта СО РАН III.22.6.2 (№ 01201351870) и при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 14-08-00820).

Список литературы

1. Аульченко С. М., Замураев В. П., Калинина А. П. Критериальный прогноз ударно-волновой структуры при трансзвуковом обтекании крылового профиля и локальном подводе энергии. ТПТ. 2014. Т. 6. № 11. С. 482–488.

УПРАВЛЕНИЕ ОБТЕКАНИЕМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ЛОКАЛЬНОГО ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Б. Ю. Занин

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Представлены результаты экспериментов, в которых изучались отрывные течения, имеющие место на моделях тел в форме крыльев при малых скоростях потока воздуха (до 50 м/сек). Исследования проведены в двух аэродинамических трубах, имеющих различный уровень турбулентности потока. Изучение таких отрывных течений имеет большое практическое значение для нового направления в авиации – малоразмерных летательных аппаратов различного назначения, которые в настоящее время получают все более широкое распространение.

В работе рассмотрены различные варианты и формы отрывных течений, возникающих на моделях крыльев при малых дозвуковых скоростях. Показано, что характер отрыва потока зависит от скорости движения, формы поверхности крыла, и угла, под которым крыло расположено к воздушному потоку. Обнаружены как общие свойства отрывных течений, выражающиеся в образовании крупномасштабных парных вихрей, вращающихся в плоскости крыла, так и отличия в топологии вихревых структур в зависимости от типа отрыва, краевых условий, удлинения крыла и других факторов. Существование таких вихрей открывает новое направление в изучении турбулентного отрыва и срыва потока, так как принципиально изменяет физическую картину течения, первоначально предполагавшуюся двумерной, и требует создания новой модели явления отрыва с учетом его трехмерности. Экспериментально проверены новые способы управления обтеканием, основанные на воздействии на вихревую структуру течения при срыве потока.

Предотвращение срыва потока является одной из основных задач по управлению отрывными течениями. Новый способ улучшения обтекания, предложенный в данной работе – это воздействие именно на крупномасштабные вихри, возникающие в зоне срыва. Оказалось, что эти вихри обладают восприимчивостью к внешним возмущениям, и это их свойство дает новые возможности для управления течением на поверхности крыла. В описанных в докладе экспериментах проведено подробное изучение картин течения при использовании выступов различной формы и размеров. Показано, как меняется эффективность воздействия в зависимости от местоположения выступов и от угла скольжения крыла. Исследовано влияние турбулентного следа, попадающего на модель крыла. Экспериментально показано, что след за тонкой нитью является эффективным средством управления обтеканием, позволяющим полностью устранить срыв потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00395).

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. Н. Захаров¹, А. И. Зимин², В. В. Рагулин¹

¹*Кемеровский государственный университет*

²*Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск*

В настоящее время остается актуальной задача поиска, проведения исследований и численных расчетов новых моделей движения сложных сред в гидродинамике (таких как, например, многофазные или многокомпонентные среды). Результаты такого численного моделирования могут быть успешно использованы для прогнозирования во многих областях прикладной гидродинамики: метеорологии, водной экологии, океанологии и гидрологии (фильтрация

несмешивающихся жидкостей, перенос глиняных и песчаных отложений, воздействие волновых явлений на береговые образования и сооружения и т.д.).

В данной работе рассматривается модель двухкомпонентной вязкой несжимаемой жидкости. Она описывается нестационарной системой уравнений Навье-Стокса (с учетом переменных вязкости и плотности), уравнением конвекции-диффузии (для определения концентрации компонент) и уравнениями для определения вязкости и плотности, зависящими от концентрации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \sum_j v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = f_i + \frac{1}{\rho} \left(-\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(2\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \right) + \right. \\ \left. + \sum_{j \neq i} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right) \right), \\ \sum_{i=1}^3 \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 v_i \frac{\partial C}{\partial x_i} = D \Delta C, \\ \mu = C(\mu_2 - \mu_1) + \mu_1, \\ \rho = C(\rho_2 - \rho_1) + \rho_1, \end{array} \right. \quad i = 1, 2, 3,$$

где $\mu_1, \mu_2, \rho_1, \rho_2$ - вязкости и плотности первой и второй компонент соответственно.

Численно полученная система уравнений решается методом сеток на разнесенных сетках.

Данный подход был использован для моделирования задач двух типов. Первый относится к задачам размыва связного грунта около платформы гравитационного типа, второй - к задачам распространения волн на поверхности вязкой несжимаемой жидкости. Проведены двухмерные и трехмерные расчеты.

Работа выполнена при поддержке государственного задания министерства науки и образования, проект № 1.630.2014/К.

ВИХРЕВАЯ ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ПРИСТЕНОЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ ОВАЛЬНЫМИ УДЛИНЕННЫМИ ЛУНКАМИ

С. А. Исаев^{1,2}, А. И. Леонтьев³

¹Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации

²Казанский национальный исследовательский технический университет им. А. Н. Туполева – Казанский Авиационный Институт, Татарстан

³Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

На основе численного решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса, замкнутых с помощью модифицированной с учетом влияния кривизны линий тока модели переноса сдвиговых напряжений (MSST) [1], проанализирована перестройка отрывного обтекания овальной наклоненной под углом 45° лунки на стенке узкого плоскопараллельного канала при ее уширении с сохранением глубины и площади пятна. Рассматривается конвективный теплообмен в узком канале шириной 2.5 и высотой 0.33. Число Рейнольдса Re равно 10^4 . Масштабы обезразмеривания - среднемассовая скорость U , диаметр пятна сферической лунки D . Лунки располагаются на расстоянии $3D$ от входа в канал. Радиус скругления кромок принимается равным $0.025D$. На выходе канала длиной порядка $7D$ задаются мягкие граничные условия. Полуширина овальной лунки Δ варьируется от $0.17D$ до $0.5D$, а угол наклона к направлению

потока в канале равен 45° . С уменьшением полуширины лунки Δ при сохранении площади пятна растет ее удлинение (от 1 до 6), а значит и степень воздействия лунки на течение в ближнем следе. Гидравлические потери определяются, как описано в [2]. Компьютерная визуализация вихревых структур демонстрирует перестройку отрывного обтекания овальной лунки с ростом ее удлинения и ее растущую эффективность как генератора спиралевидных вихрей. С уменьшением Δ кардинально интенсифицируется вторичное течение в лунке, определяемое величиной поперечной составляющей скорости, достигающей 0.82 среднemasсовой скорости в канале. Интенсификация течения несжимаемой вязкой жидкости в генерируемых спиралевидных вихрях сопровождается выходом на максимальное значение гидравлических потерь, а затем их падением ниже уровня потерь в канале со сферической лункой. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (код проекта № 14-19-00003) и при частичной государственной поддержке научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах (ведущий ученый – С. Исаев, КНИТУ-КАИ, г. Казань) по гранту Правительства России № 14.Z50.31.0003.

Список литературы

1. Быстров Ю. А., Исаев С. А., Кудрявцев Н. А., Леонтьев А. И. *Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб*. СПб: Судостроение, 2005.
2. Isaev S. A., Kornev N. V., Leontiev A. I., Hassel E. *Influence of the Reynolds number and the spherical dimple depth on the turbulent heat transfer and hydraulic loss in a narrow channel*. Int. J. Heat Mass Transfer. 2010. Vol. 53. Issues 1-3. P. 178–197.

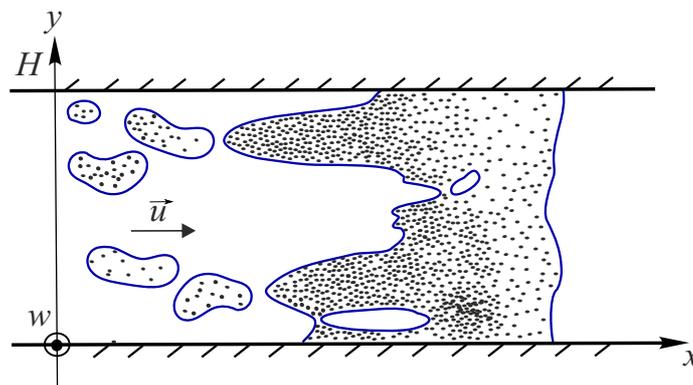
МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА

М. Ю. Казакова, С. В. Головин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Современные технологии гидроразрыва пласта подразумевают использование неоднородных жидкостей гидроразрыва, в частности, закачку расклинивающего агента (пропанта) с большой концентрацией. Движение неоднородных жидкостей по трещине гидроразрыва может приводить к существенному перераспределению давления, что в свою очередь сказывается на геометрических характеристиках получаемой трещины. Неоднородное двумерное распределение концентрации пропанта в трещине является важным фактором, влияющим на развитие трещины. В частности, слишком высокая концентрация пропанта может привести к формированию зон низкой проницаемости, влияющими на скорость роста трещины.

В работе предложена математическая модель, позволяющая в рамках одномерного приближения исследовать особенности двумерного распределения компонент жидкости гидроразрыва и дать описание влияния распределения компонент на скорость роста трещины. Рассматривается течение жидкости гидроразрыва в симметричной вертикальной прямоугольной трещине высоты H . Раскрытие трещины w считается постоянным по высоте (см. Рисунок). Жидкость гидроразрыва представляется двухфазной жидкостью, вязкости и скорости фаз которой различны.



Общее течение описывается гиперболической системой следствий из законов сохранения массы. Для этой системы в случае постоянного раскрытия трещины $w(t, x)$ решена задача о распаде произвольного разрыва. Реализован алгоритм численного интегрирования. Процесс роста трещины под действием неоднородного давления рассчитывается в соответствии с моделью [1]. Проведен численный анализ длины трещины в зависимости от концентрации закачиваемой жидкости при различных значениях эффективности жидкости гидроразрыва (отношение объема трещины к объему закачанной жидкости, определяемое скоростью фильтрационных утечек).

Список литературы

1. S.V. Golovin, V.I. Isaev, A.N. Baikin, D.S. Kuznetsov, A.E. Mamontov. Hydraulic fracture numerical model free of explicit tip tracking // Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. 2015. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2015.03.003.

РАСЧЕТ ПЛОСКИХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ, СОГЛАСУЮЩИХСЯ С ДАННЫМИ НАТУРНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ИЗ УТОЧНЕННОЙ ШКАЛЫ ФУДЗИТЫ

А. О. Казачинский

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

Для описания трехмерных нестационарных течений в придонных частях торнадо различной интенсивности используется подход, предложенный в книге [1] для моделирования течений в восходящих закрученных потоках. В данной работе трехмерные нестационарные течения в окрестности непроницаемой горизонтальной плоскости $z=0$ представляются как решения системы уравнений газовой динамики в виде сходящихся рядов по степеням z . Коэффициенты рядов определяются при решении характеристической задачи Коши стандартного вида [2]. Для построения коэффициентов при нулевой степени z используются данные натурных наблюдений за торнадо из уточненной шкалы Фудзиты. При этом вначале решается специальная система обыкновенных дифференциальных уравнений и с помощью полученных результатов ставятся начально-краевые условия для системы уравнений гиперболического типа. Эта система решается численно с помощью одной модификации метода характеристик. Приведены результаты численных расчетов, в том числе время выхода на стационарный режим течений в торнадо различной интенсивности.

Список литературы

1. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты*. Новосибирск.: Наука, 2013.
2. Баутин С. П. *Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике*. Новосибирск.: Наука, 2009.

ОБ ОРИЕНТАЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СЛОЯ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

А. Г. Калугин

МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва

В представленной работе предложено возможное теоретическое описание причин возникновения периодических структур, наблюдаемых в слое лиотропного нематического жидкого кристалла [1]. В начальном состоянии единичный вектор ориентации (директор) \mathbf{n} направлен вдоль стенок, однако в силу граничных условий минимуму поверхностной энергии для ориентации соответствует его перпендикулярное к границе направление, поэтому с течением времени в слое начинается происходить процесс переориентации, обычно наблюдаемый в виде фронта. Когда фронт переориентации перпендикулярен начальному положению директора, в невозмущенной зоне могут возникать периодические структуры с волновым вектором, перпендикулярным вектору ориентации, при этом они существуют достаточно продолжительное время, а их период практически не меняется при продвижении фронта переориентации и с хорошей точностью линейно зависит от толщины слоя.

С учетом особенностей изучаемой среды энергия упругости ориентации Франка рассматривается в общем виде:

$$2F_V = K_1(\operatorname{div}\mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n}, \operatorname{rot}\mathbf{n})^2 + K_3|[\mathbf{n}, \operatorname{rot}\mathbf{n}]|^2 + K_{24}(\nabla_i n_j \nabla^j n^i - (\nabla_k n^k)^2).$$

В работе изучено, как меняется вид уравнений равновесия, граничных условий, а следовательно, и возможных периодических решений по сравнению с обычно применяемым одноконстантным приближением $K_1 = K_2 = K_3$ [2]. Показано, что неодноконстантное приближение лучше описывает такого вида решения с линейной зависимостью периода от толщины слоя. В предположении о малом влиянии поверхностных сил с учетом имеющихся экспериментальных данных получено соотношение, связывающее константы Франка

$$4\pi^2 K_{24}^2 = (\exp(\pi) - \exp(-\pi))^2 (K_1 - K_2 + \lambda K_{24} - \lambda K_1 + \lambda K_2)^2, \quad \lambda = \frac{K_1 + K_2}{K_1 - K_2},$$

которое может быть использовано в дальнейшем для определения, например, величины коэффициента K_{24} , не измеренной в настоящее время для многих изучаемых жидкокристаллических сред.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-01-0361).

Список литературы

1. Голованов А. В., Казначеев А. В., Сонин А. С. *Ориентационная неустойчивость лиотропного нематика при течении*. Известия РАН: серия физическая. 1998. Т. 62. № 8. С. 1658–1661.

2. Калугин А. Г. *О равновесии слоя нематического жидкого кристалла с неоднородной границей*. Известия РАН: механика жидкости и газа. 2015. № 2. С. 3–7.

ДИНАМИКА СЛОЕВ НИЗКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ВЗВЕСЕЙ

Ю. И. Капранов

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Снижение, часто на несколько порядков, проницаемости пористой среды - широко распространенное явление при перемещении жидкостей, содержащих диспергированную в ней фазу. Причины, вызывающие подобные изменения, довольно многочисленны. Сюда относятся механическая закупорка пор, когда поток содержит взвешенные твердые частицы [1]. Часто несущая жидкость включает в себя различного вида добавки, типа глинистых частиц или полимеров, которые в процессе течения могут увеличивать свой объем [2]. В ряде ситуаций оказывается возможным выпадение из потока частиц, типа коллоидов, которые сужают доступное для перемещения пространство [3]. Основная сложность моделирования подобного типа течений вызвана не только трудностями описания возможных физико-химических аспектов взаимодействия присутствующих в потоке активных компонентов с материалом пористой среды, но в значительно большей степени - с особенностями изменения структурных характеристик последней [4].

В предлагаемом сообщении приводится краткий обзор исследований в данной области, обсуждаются основные проблемные моменты, возникающие при попытках построения математических моделей для указанного класса явлений. На примере жидкостей, содержащих примесь в виде взвешенных в ней твердых частиц, показывается, насколько сложны процессы возникновения и последующего развития зон, где имеют место резкие изменения проницаемости [5]. Полученные в этом направлении соответствующие асимптотические оценки говорят о сильной зависимости размеров этих скин-слоев, а также их внутренних свойств, от интенсивности потока и начальных значений параметров, характеризующих структуру системы пор.

Список литературы

1. Bedrikovetsky P., Santos A., Siqueira A., Souza A.L. and Shecaira F. *Quantitative theory for fines migration and formation damage*. SPE International Symposium and Exhibition of Formation Damage Control held in Louisiana, USA, 10-12 February. 2010.
2. Push R. and Yang R. *Microstructure of Smectite Clays and Engineering Performance*. New York: Taylor and Francis. 2006.
3. Hahn M.W. and O'Melia C.R. *Deposition and reentrainment of Brownian particles in porous media under favourable chemical conditions: Some concepts and applications*. Environ. Sci. Technol. 2004. V. 32.
4. Капранов Ю. И. *О фильтрации взвеси твердых частиц*. ПММ. 1999. Т. 63. Вып. 4.
5. Капранов Ю. И. *Изменения поровой структуры в потоке монодисперсной взвеси*. ПМТФ. 2000. Т. 41. № 2.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ОБРУШАЮЩИХСЯ ВОЛН МЕТОДОМ ЕСТЕСТВЕННЫХ СОСЕДЕЙ

С. Н. Карабцев, С. О. Михайлов

Кемеровский государственный университет, г. Кемерово

Довольно давно известные из морских наблюдений природные явления, такие как: образование уединенных волн (солитонов) и волн цунами, образование острых гребней на профиле стационарных волн, опрокидывание волн, превращение нелинейных волн в цуг солитонов представляют огромный интерес для ученых. Глубокое понимание происходящих процессов и возможность их математического моделирования [1] является залогом успешного развития морской техники и технологий строительства различных прибрежных и подводных конструкций промышленного назначения. В последнее время наблюдается интенсивное развитие теории обрушающихся волн. Экспериментальная и вычислительная гидродинамика обратили свое внимание на качественное описание процессов обрушения волн, диссипации энергии, образования двух-, трехмерных вихрей, вовлечения воздуха гребнем волны, а также моделирование волновых ударов (wave impact), гидродинамических процессов в зоне прибоя и взаимодействие волн с телами. Большинство зарубежных авторов для решения обозначенных выше проблем использует для численного моделирования систему уравнений Навье-Стокса для двухфазной жидкости с применением различных моделей турбулентности и методик определения границ раздела жидкость-воздух [2]. Данная работа направлена на комплексное исследование процессов обрушения и последующего распространения нелинейных уединенных волн в прибрежной зоне, взаимодействие волн с телами, расположенными на дне. Математическое моделирование указанных процессов проводится условно-бессеточным методом естественных соседей (NEM) в рамках модели идеальной несжимаемой жидкости в полной постановке. Ранее авторы работы [3] провели модификацию метода NEM для решения задач гидродинамики в плоском случае, однако наибольший интерес вызывает численное моделирование течений в пространстве. В настоящее время авторы проводят работу по адаптации метода NEM для численного моделирования движения уединенных волн и их взаимодействия с твердыми телами в пространстве. Численные расчеты выполняются с применением многопроцессорных ЭВМ.

Работа выполнена в рамках задания КемГУ №2014/64 на выполнение государственной работы «Организация проведения научных исследований».

Список литературы

1. Хажоян М.Г., Хакимзянов Г.С. Численное моделирование взаимодействия поверхностных волн с подводными препятствиями // Вычислительные технологии, 2003. Т. 8. С. 108–123.
2. Iafrati A. Air-water interaction in breaking waves. Proceedings of International Conference on Violent Flows, Japan. 2007.
3. Карабцев С.Н., Стуколов С.В. Численное моделирование задачи о взаимодействии уединенной волны с подводной ступенькой методом естественных соседей // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2008. Т. 8. № 2. С. 120–127.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПНОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ЖИДКОСТЬ-ПАР В ВОДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Д. И. Карпов, Д. А. Медведев, А. Л. Куперштох

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет

Разработан и реализован алгоритм вычисления статической диэлектрической проницаемости [1] воды в широком диапазоне температур и плотностей. Алгоритм включает в себя: генерацию ансамбля из 5000 молекул воды заданной плотности, расчет эволюции ансамбля при фиксированной температуре методом молекулярной динамики, обработку массива данных о координатах электрических зарядов атомов кислорода и водорода и расчет дипольного момента ансамбля через равные промежутки времени, усреднение по времени дипольного момента и квадрата дипольного момента.

Для температуры $T = 670$ К в диапазоне плотности от 0.03 г/см³ до 1.113 г/см³ вычислены значения статической диэлектрической проницаемости воды в рамках модели SPC/E [2]. На основании этих данных выполнена теоретическая оценка сдвига критической точки в экстремально сильном электрическом поле.

Численные расчеты методом решеточного уравнения Больцмана выполнялись на 2 графических ускорителях NVIDIA TITAN BLACK, включенных параллельно. Расчеты проводились в прямоугольной области на сетке размером $256 \times 256 \times 64$ узлов. Методом решеточного уравнения Больцмана исследован спинодальный распад однородной полярной жидкости в экстремально сильном электрическом поле. Использовалось уравнение состояния Ван-дер-Ваальса и полученные в молекулярно-динамических расчетах зависимости диэлектрической проницаемости от плотности и температуры. Наблюдаемый распад происходит анизотропно, поверхности раздела возникают в среднем вдоль линий электрического поля, образуются парогазовые каналы с низкой плотностью вещества приблизительно цилиндрической формы.

Распад наблюдался в полях с напряженностью ~ 10 МВ/см. Полученные результаты совпадают с теоретическими расчетами. Кроме того, полученная оценка напряженности электрического поля, при котором зарождается стримерный канал, по порядку величины согласуется с теми оценками (поле на острие), которые наблюдаются в экспериментах по импульсному пробою воды в диапазоне длительностей напряжения от сотен наносекунд до микросекунды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00763).

Список литературы

1. Lomba E., Lombardero M. *New aspects in the simulation and behavior of polar molecular fluids*. Molecular Physics. 1989. V. 68, N 5. P. 1067–1078.
2. Berendsen H. J. C., Grigera J. R., Straatsma T. P. *The missing term in effective pair potentials*. J. Phys. Chem. 1987. V. 91. P. 6269–6271.

РЕГУЛЯРНЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Н. Н. Картавых, Б. Л. Смородин

*Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь*

Регулярные и хаотические колебательные режимы течений слабопроводящей жидкости в переменном поле плоского конденсатора исследованы для конечного времени релаксации заряда в рамках модифицированной модели Лоренца [1]. Численное моделирование проведено для параметров, соответствующих трансформаторным и конденсаторным маслам.

Для различных частот внешнего поля построены бифуркационные диаграммы решений: зависимости среднего за период числа Нуссельта от электроконвективного параметра. На плоскости обратная частота - амплитуда внешнего поля найдены области существования устойчивых решений: синхронных, квазипериодических и хаотических колебаний. Для трех типов синхронного отклика проанализирована пространственно-временная эволюция полей функции тока, температуры и заряда. Изучены гистерезисные переходы между режимами электроконвекции. Определены области синхронизации колебаний жидкости с частотой внешнего поля. Проанализированы сценарии перехода к хаотическим колебаниям. Показано, что в зависимости от собственной частоты электроконвективной системы и частоты внешнего поля переход от регулярных к хаотическим колебаниям может реализоваться через квазипериодичность, субгармонический каскад или перемежаемость.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00171-а).

Список литературы

1. Ильин В. А., Смородин Б. Л. *Нелинейные режимы конвекции слабопроводящей жидкости*. Письма в Журнал технической физики. 2007. Т. 33. Вып. 8. С. 81–87.

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ В ТЕХНОГЕННЫХ И ПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

В. К. Кедринский

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Волновые процессы в многофазных средах относятся к одному из приоритетных направлений в науке, а связанные с ними проблемы часто оказываются на стыке механики жидкости, наук о Земле, акустики, физики и механики высокоэнергетических процессов. Фундаментальные проблемы науки в этих областях как правило связаны не только с экспериментом, но и с разработкой адекватных физико-математических моделей. Результаты представленных в докладе исследований основаны на математических моделях пузырьковых и кавитирующих сред, которые базируются в основном на ИКВ-модели (уравнения неразрывности и Навье-Стокса газовой динамики) и отличаются системой уравнений кинетики, описывающих конкретные, характерные для рассматриваемого явления, физические процессы. В докладе рассматриваются свободные пассивные (типа кольцевых кластеров, [1]) и активные пузырьковые системы в жидкости, их возбуждение при УВ-воздействии и возможность построения на

их основе своего рода акустических аналогов лазерных систем. Использование для химически активной пузырьковой смеси в качестве кинетики условия мгновенной детонации газа в пузырьках за фронтом ударных волн, соответствующего мгновенному скачку давления и показателя адиабаты, позволяет построить схему гидродинамической ударной трубки со скачками сечений - мощного источника взрывного акустического излучения [2]. Обнаружение эффекта детонации пузырьковой смеси при столкновении в ней волн разрежения позволило сформулировать один из возможных механизмов крупномасштабных взрывов, наблюдаемых при разгерметизации емкостей с сжиженными легковоспламеняющимися жидкостями [3]. Использование сложной кинетики процессов, сопутствующих и влияющих на развитие структуры потока тяжелой кавитирующей магмы в волнах декомпрессии взрывного характера, позволило детально исследовать динамику состояния магматического расплава [4] и предложить новую, отличную от известных модель цикличности выбросов при взрывных вулканических извержениях [5]. В докладе предполагается обсуждение результатов численного анализа и проблем экспериментального моделирования.

Список литературы

1. Кедринский В. К., Вшивков В. А., Дудникова Г. И., Шокин Ю. И., Лазарева Г. Г. *Фокусировка осциллирующей ударной волны, излученной тороидальным облаком пузырьков*. ЖЭТФ. 2004. Т. 125. № 6. С. 1302–1310.
2. Кедринский В. К., Маслов И. В., Таратута С. П. *Структура волнового поля в активных пузырьковых системах в ударных трубах со скачками сечений*. ПМТФ. 2002. Т. 43. № 2. С. 101–109.
3. Kedrinskiy V. *A role of cavitation effects in mechanisms of destruction and explosive processes*. Shock Waves. 1997. V. 7. N 2. P. .
4. Kedrinskiy V. *Hydrodynamics aspects of explosive eruptions of volcanoes: simulation problems*. Shock Waves. 2009. V. 18. N 6. P. 451–464.
5. Кедринский В. К. *Роль плотности зародышей как "скрытого" параметра в формировании аномальных зон в тяжелой кавитирующей магме*. ПМТФ. 2014. Т. 55. № 2. С. 101–107.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДОВОГО СОСТАВА ВОЗМУЩЕНИЙ ИМПУЛЬСНОЙ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЫ

С. В. Кириловский, Т. В. Поплавская, И. С. Цырюльников

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича
СО РАН, Новосибирск*

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Знание структуры течения необходимо при исследовании устойчивости и ламинарно-турбулентного перехода в пограничных слоях. Турбулентные вихри пограничного слоя излучают медленные акустические волны, распространяющиеся под ненулевыми углами к оси соплового тракта [1]. Другим источником возмущений в ядре потока импульсных аэродинамических труб могут быть быстрые акустические волны, распространяющиеся из форкамеры сопла вследствие кратковременного электрического разряда.

Эксперименты по определению модового состава возмущений [2] проводились при истечении воздуха ($M_\infty=5.7$; $Re_{1\infty} = 8 \cdot 10^6 \text{ м}^{-1}$). С помощью высокоскоростной цифровой камеры (Phantom-310) была получена временная последовательность шпирен-снимков потока в рабочей части аэродинамической трубы с визуализацией возмущений. Для каждой точки плоскости теневой картины потока по последовательности кадров проводилось преобразование Фурье сигнала яркости от времени. Далее для различных частот пульсаций строились зависимости фазы волн от координаты вдоль потока. Зависимости оказались практически линейными, и по углу их наклона с достаточной точностью можно было определить продольную фазовую скорость возмущений Uf .

В численном моделировании рассматривалось течение воздуха при полном давлении $P_0 = 200$ бар и температуре $T_0=3000$ К в форкамере трубы. Из спектрального разложения нормированных амплитуд пульсаций давления вдоль оси соплового тракта видно, что на выходе из соплового тракта, помимо быстрых акустических волн, распространяющихся вдоль оси соплового тракта, присутствуют медленные акустические волны с меньшей амплитудой и углом распространения $\alpha=60^\circ$ при $f=40$ кГц.

Таким образом, расчётные и экспериментальные исследования показывают, что распространяющиеся в сопловом тракте возмущений представляют собой суперпозицию быстрых и медленных акустических волн, при этом быстрые акустические волны имеют существенно большую амплитуду.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ (Договор № 14.Z50.31.0019) для поддержки исследований под руководством ведущих ученых.

Список литературы

1. Laufer J. *Some statistical properties of the pressure field radiated by a turbulent boundary layer*. Phys. Fluids. 1964. V. 7(8). P. 1191–1197.
2. Цырюльников И. С., Маслов А. А., Миронов С. Г., Поплавская Т. В., Кириловский С. В. *Об эффективности метода звукопоглощающих покрытий в колебательно возбужденном гиперзвуковом потоке*. Письма в ЖТФ. 2015. Том 41. Вып. 4. С. 61–67.

РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ СМЕСИ КОЛЕБАТЕЛЬНО ВОЗБУЖДЕННЫХ ГАЗОВ

С. В. Кириловский, Т. В. Поплавская, И. С. Цырюльников

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича
СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Свойства реального газа играют значительную роль в устойчивости и ламинарно-турбулентном переходе в гиперзвуковых сдвиговых течениях. В частности, процессы возбуждения и неравновесности колебательных степеней свободы молекул газов [1] оказывают существенное воздействие, как на характеристики среднего течения, так и на развитие возмущений в гиперзвуковых ударных и пограничных слоях.

В ИТПМ СО РАН в высокоэнтальпийной аэродинамической трубе ИТ-302 были проведены эксперименты по обтеканию пластины гиперзвуковым потоком смесей CO_2 с воздухом. Одновременно было проведено численное моделирование обтекания пластины гиперзвуковым ($M_\infty=6-10$) потоком смесей CO_2 с воздухом при температурах торможения 2000-4000К с помощью пакета ANSYS Fluent на основе решения двумерных уравнений Навье–Стокса,

дополненных уравнениями сохранения колебательной энергии каждой колебательной степени свободы молекул углекислого газа и встраиваемыми в пакет модулями для реализации двухтемпературной модели колебательной релаксации углекислого газа. Получены данные по динамике развития возмущений в широком диапазоне определяющих параметров.

Одним из перспективных методов управления ламинарно-турбулентным переходом в сверх- и гиперзвуковых пограничных слоях является метод звукопоглощающих пористых покрытий поверхности обтекаемого тела [2]. В данной работе выполнено сравнительное исследование обтекания гиперзвуковым высокотемпературным потоком смесей углекислого газа и воздуха сплошной пластины [3] и пластины с пористо-ячеистой звукопоглощающей вставкой [4]. Показано, что интенсивность возмущений в высокотемпературном потоке смеси углекислого газа и воздуха ослабляется звукопоглощающим покрытием на 10-20% в зависимости от частоты начальных возмущений.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ (Договор № 14.Z50.31.0019) для поддержки исследований под руководством ведущих ученых.

Список литературы

1. С. А. Лосев *Газодинамические лазеры*. Москва. Наука. 1977.
2. Fedorov A., Shplyuk A., Maslov A., et al. *Stabilization of a hypersonic boundary layer using an ultrasonically absorptive coating*. J. Fluid Mech. 2003. V. 479. P. 99–124.
3. Кириловский С. В., Маслов А. А., Поплавская Т. В., Цырюльников И. С. *Влияние колебательной релаксации на развитие возмущений в ударном слое на пластине*. ЖТФ. 2015. Т. 85. Вып. 5. С. 12–22.
4. Цырюльников И. С., Маслов А. А., Миронов С. Г., Поплавская Т. В., Кириловский С. В. *Об эффективности метода звукопоглощающих покрытий в колебательно возбужденном гиперзвуковом потоке*. Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. Вып. 4. С. 61–67.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕАКЦИИ СИНТЕЗА ИНТЕРМЕТАЛЛИДА Ti-Al МЕТОДОМ МОЛЕКУЛЯРНОЙ ДИНАМИКИ

С. П. Киселев

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО
РАН, Новосибирск*

В различных областях науки и техники широкое применение получили интерметаллиды типа Ti-Al. Это связано с тем, что они обладают низкой плотностью и сохраняют прочностные свойства при высоких температурах. В работах [1–3] методом молекулярной динамики исследованы процессы синтеза интерметаллида Ti-Al при постоянном давлении и объеме. В данных тезисах представлены результаты численного моделирования синтеза интерметаллида Ti-Al при постоянном объеме. Задача о синтезе интерметаллида Ti-Al решалась методом молекулярной динамики при постоянном объеме, аналогично работе [3].

Сначала нанокристаллы Al и Ti приводились в соприкосновение друг с другом. Сверху находился нанокристалл Al, а снизу – нанокристалл Ti. Затем нанокристаллы Al и Ti нагревались при постоянном объеме до температуры порядка 1350 К. После этого происходила

диффузия, которая приводила к перемешиванию атомов Al и Ti и протеканию реакции образования интерметаллида Ti-Al. Протекание реакции сопровождалось разогревом образца до температуры 2400 К, поэтому образовавшийся интерметаллид находился в расплавленном состоянии. При охлаждении образца ниже 1800 К, на нижней границе образца возникла волна кристаллизации, которая распространялась вверх образца. При охлаждении образца ниже 1500 К, на верхней границе образца возникла встречная волна кристаллизации. Несимметрия (верх-низ) распространения волн кристаллизации связана с тем, что перед охлаждением образца концентрация атомов Ti вблизи нижней границы была выше, чем вблизи верхней границы образца. В процессе охлаждения скорость кристаллизации нижней волны выходила на постоянное значение 40 м/с. Образовавшийся при охлаждении интерметаллид Ti-Al представлял собой нанокристалл с атомной решеткой L10, который содержал большое число дефектов в виде двойников и дислокаций. Дислокации играют важную роль в процессе роста кристалла, поскольку место выхода дислокации является центром кристаллизации. Образование двойников связано с протеканием кристаллизации в условиях одноосного сжатия образца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (Грант № 14-01-00352-а).

Список литературы

1. Levchenko E. V., Evteev A. V., Lorscheider T. et al *Molecular dynamics simulation of alloying in an Al-coated Ti*. Comp. Mater. Sci. 2013. V. 79. P. 316–325.
2. Levchenko E. V., Evteev A. V., Lowisch G. et al *Molecular dynamics simulation of alloying in an a Ti-coated Al nanoparticle*. Intermetallics. 2012. V. 22. P. 193–202.
3. Kiselev S. P., Zhironov E. V. *Molecular-dynamics simulation of the synthesis of intermetallic Ti-Al*. Intermetallics. 2014. V. 49. P. 106–114.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИММОБИЛИЗАЦИИ ПРИМЕСИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА СЛУЧАЙНЫХ БЛУЖДАНИЙ

Л. С. Клименко, Б. С. Марышев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Настоящая работа посвящена разработке макроскопической модели, описывающей процессы осаждения примеси и закупорки пор для произвольных значений концентрации примеси. Исследуется задача о дрейфе твердых взаимодействующих частиц в капилляре. На входе и выходе из капилляра задан постоянный перепад давления, в результате внутри канала в начальный момент времени возникает течение Пуазейля [1]. Расположение частиц на входе в капилляр задается случайным образом по времени и пространству. Задача решена в плоском случае, в предположении, что капилляр имеет прямоугольную форму с характерными размерами для ширины 10–100 мкм и высоты 50–500 мкм. Размеры частиц лежат в диапазоне 50–100 нм.

Межчастичное взаимодействие и взаимодействие частиц со стенками описывается с помощью механизма Ван-дер-Ваальса, учет взаимодействия частиц с потоком производится в приближении Стокса. Оценки для сил межчастичного взаимодействия показывают, что эти силы будут сравнимы с силой Стокса только на расстоянии 10^{-5} радиуса частицы [2]. Это позволяет считать, что частицы переносятся вместе с потоком. Однако есть случайные столкновения, вызванные диффузией. Для частиц рассматриваемого размера число Пекле имеет

порядок единицы, таким образом учет диффузии необходим. Уравнение движения частицы имеет вид:

$$\vec{r} = \vec{U}t + \langle \vec{r}_D \rangle + f. \quad (1)$$

Здесь \vec{U} - скорость потока, $\langle \vec{r}_D \rangle$ - среднеквадратичное отклонение, f - случайная функция. Задача решена в рамках модели случайных блужданий. Частицы, сталкиваются между собой и со стенкой, при столкновении происходит слипание под действием сил Ван-дер-Ваальса (оценки показывают, что при сближении частиц на расстояние 10^{-6} от их размера силы притяжения на три порядка превосходят как силу Стокса, так и силу отталкивания). Таким образом налипающие частицы изменяют форму стенок капилляра. При этом изменяется форма течения в капилляре. Для расчета течения на каждом шаге решается система уравнений Навье-Стокса и несжимаемости.

Получены зависимости скорости оседания частиц от скорости потока и начальной концентрации частиц в потоке. Исследована зависимость проницаемости канала от начальной концентрации частиц, средней скорости потока и объема осевших частиц. Произведены оценки времени закупорки канала.

Работа выполнена при поддержке Гранта президента РФ (МК-6851.2015.1).

Список литературы

1. М. Маскет *Течение однородных жидкостей в пористой среде*. НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Ижевск, 2004.
2. M. Elimelech, J. Gregory, X. Jia, R. A. Williams, *Particle Deposition and Aggregation. Measurement, Modelling and Simulation*. Butterworth-Heinemann, Woburn, 1995.

МЕТОД ПРЕДИКТОР-КОРРЕКТОР ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА И НАВЬЕ — СТОКСА

В. М. Ковеня^{1,2}, П. В. Бабинцев², А. А. Еремин²

¹ФГБУН Институт вычислительных технологий, Новосибирск

²ФГБОУ ВПО Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск

В работе рассмотрены неявные конечно-разностные и конечно объемные схемы для численного решения уравнений Эйлера и Навье — Стокса сжимаемого теплопроводного газа, основанные на идеологии расщепления и методе предиктор-корректор. Основное внимание уделено построению экономичных алгоритмов типа предиктор-корректор при специальном расщеплении уравнений на этапе предиктора, что позволяет свести их решение на дробных шагах к скалярным прогонам. Исходные уравнения аппроксимируются со вторым порядком. Для погашения осцилляций вводится монотонизирующие поправки второго порядка малости. Предложенные алгоритмы являются обобщением методов расщепления по физическим процессам и пространственным направлениям [1].

По предложенным алгоритмам проведены расчеты плоских и осесимметричных течений для различных чисел Маха и Рейнольдса, подтвердившие их эффективность. В рамках уравнений Эйлера исследован режим нерегулярного отражения скачков в угловых конфигурациях. В приближении уравнений Навье — Стокса проведены расчеты обтекания торца цилиндра с иглой различных конфигураций сверхзвуковым потоком газа. При стационарном обтекании

тел подтвержден пульсационный режим течения, наблюдаемый в экспериментах. Исследовано сверхзвуковое обтекание полого цилиндра с юбкой с возникновением зон возвратного течения.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00191).

Список литературы

1. Ковеня В. М. *Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогазодинамики*. Новосибирск: Рос. акад. наук, Сиб. отделение, 2014. 280 с.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ И ИХ ГОРЕНИЕ (ОБЗОР)

В. В. Козлов

*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО
РАН, Новосибирск*

В докладе приведён обзор последних работ по неустойчивости струйных течений и влиянию неустойчивости потока на процессы горения. Представлены результаты большого цикла экспериментальных исследований структуры и характеристик развития дозвуковых круглых и плоских макро - и микроструй [1]. Показаны особенности развития данных течений в зависимости от изменений начальных условий на срезе сопла и акустического воздействия. Установлена возможность управлять структурой круглой и плоской макро - струи, изменяя профиль скорости на срезе сопла с "ударного" на параболический [2]. Впервые представлен сценарий взаимодействия кольцевых вихрей с полосчатыми структурами. Обнаружены новые явления при воздействии поперечного акустического поля на микрострую и микроструйное горение [3,4]. К ним относятся: уплотнение и раздвоение круглой микроструи и пламени, при горении пропана и водорода в ней, раздвоение и закрутка плоскости плоской микроструи и пламени, при горении пропана в ней, на ее краях в направлении переменного вектора скорости потока, создаваемого поперечным акустическим полем.

Список литературы

1. Грек Г. Р., Козлов В. В., Литвиненко Ю. А. *Устойчивость дозвуковых струйных течений и горение*. Учебное пособие: Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2013. 239 стр.
2. Козлов В. В., Грек Г. Р., Литвиненко Ю. А., Козлов Г. В., Литвиненко М. В. *Дозвуковые круглая и плоская макро- и микроструи в поперечном акустическом поле*. Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2010. Т. 5. Вып. 2. С. 28–42.
3. Козлов В. В., Грек Г. Р., Катасонов М. М., Коробейничев О. П., Литвиненко Ю. А., Шмаков А. Г. *Особенности горения пропана в круглой и плоской макро - и микроструе в поперечном акустическом поле при малых числах Рейнольдса*. ДАН. 2014. Том 459. № 5. С. 562–566.
4. Козлов В. В., Грек Г. Р., Коробейничев О. П., Литвиненко Ю. А., Шмаков А. Г. *Особенности горения водорода в круглой и плоской микроструе в поперечном акустическом поле и их сравнение с результатами горения пропана в тех же условиях*. Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. 2014. Т. 9. Вып. 1. С. 79–86

О РАЗДЕЛЕНИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТЕРМОДИФФУЗИОННОЙ КОЛОННЕ

С. В. Козлова, И. И. Рыжков

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск
Сибирский федеральный университет, Красноярск

Эффект термодиффузии связан с возникновением потока массы компонентов смеси под действием градиента температуры. Этот эффект играет важную роль в ряде природных и технологических процессов [1, 2]. Для описания и предсказания термодиффузионных процессов необходимо знать коэффициенты диффузии и термодиффузии. Одним из экспериментальных методов измерения последних является термодиффузионная колонна (вертикальный слой между твердыми стенками, поддерживаемыми при различных температурах). Благодаря вертикальной конвекции и термодиффузионному разделению смеси в горизонтальном направлении образуются вертикальные градиенты концентраций. Их измерение в условиях устойчивого стационарного конвективного течения позволяет определить коэффициенты термодиффузии. Теория плоской колонны для многокомпонентных смесей была разработана в [3].

В данной работе проведено теоретическое исследование процесса разделения многокомпонентной смеси в цилиндрической термодиффузионной колонне (вертикальный слой между коаксиальными цилиндрами с радиусами r_1 и r_2 , $r_2 > r_1$ и высотой $2H$). Смесь движется в вертикальном направлении, движение в радиальном и азимутальном направлениях отсутствует. Предполагается, что плотность смеси линейно зависит от температуры и концентрации компонентов. Полный поток массы компонентов смеси определяется суммой конвективного и диффузионного потоков. Для замкнутой колонны в стационарном состоянии расход смеси и полный поток массы компонентов через поперечное сечение равны нулю. На стенках ставятся условия прилипания и равенства нулю потока массы, а также задаются различные постоянные температуры.

Построено точное решение для полей скорости, температуры и концентрации. Исследование выполнено в цилиндрических координатах с целью учета влияния кривизны и отношения r_1/r_2 на процесс разделения [4]. Решение имеет различный вид при различных значениях управляющих параметров. Показано, что при $r_1/r_2 \rightarrow 1$ результаты сводятся к случаю плоской колонны.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (15–01–03293–а).

Список литературы

1. Firoozabadi A. *Thermodynamics of hydrocarbon reservoirs*. McGraw–Hill Professional., 1999.
2. Рабинович Г. Д. *Разделение изотопов и других смесей термодиффузией*. М.: Атомиздат, 1981. 144 с.
3. Рыжков И. И. *Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость*. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013. 200 с.
4. Ryzhkov I. I., *On double diffusive convection with Soret effect in vertical layer between co-axial cylinders*. Physica D, V. 215 (2006). P. 191–200.

СОБСТВЕННЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ОКОЛО ЦЕПОЧКИ ПЛАСТИН ТИПА ТАНДЕМ В КАНАЛЕ

А. П. Константинов, С. В. Сухинин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Акустические резонансные явления в неограниченных областях обусловлены наличием чисто точечного спектра погруженного в непрерывный спектр самосопряженного расширения оператора Лапласа для соответствующей задачи Неймана. В работе [1] доказана теорема существования чисто точечного спектра акустических колебаний для любых размеров тонкой пластины в однородном канале и проведены численно-аналитические исследования зависимости частот чисто точечного спектра от геометрических параметров задачи. В [2] экспериментально подтверждены результаты [1]. В работах [3] и [4] проведены исследования чисто точечного спектра частот колебаний для решеток типа биплан в однородных каналах. В [5] проведены исследования спектра оператора Лапласа для задачи Неймана с периодической цепочкой пластин типа тандем в однородном канале.

В настоящей работе при помощи численно-аналитических методов исследованы частоты и вид собственных функций соответствующих чисто точечному спектру колебаний газа около конечных цепочек тонких пластин типа тандем, расположенных последовательно и параллельно стенкам канала в двумерной постановке. Обнаружено явление бифуркации частот чисто точечного спектра по параметру, связанному с расстоянием между пластинами, найдены зависимости частот чисто точечного спектра от геометрических параметров задачи. Описан вид собственных функций для различных положений пластин.

Результаты работы могут быть использованы в теории волноводов акустических и электромагнитных волн и других разделах науки и техники.

Список литературы

1. Сухинин С. В. *Собственные колебания около пластины в канале* // ПМТФ. 1989. № 2. С. 78–90.
2. Сухинин С. В., Бардаханов С. П. *Эоловы тона пластины в канале* // Прикл. механика и техн. физика. 1998. № 2. С. 69–77.
3. Сухинин С. В. *Волноводное, аномальное и шепчущее свойства периодической цепочки препятствий* // Сиб. журн. индустр. математики. 1998. Т. 1, № 2. С. 175–198.
4. Сухинин С. В. *Эффект шепчущей поверхности* // Прикл. математика и механика. 1999. Т. 63. Вып. 6. С. 923–937.
5. Сухинин С. В., Юрковский В. С. *Волны в однородном канале с периодической цепочкой тонкостенных пластин* // Сиб. журн. индустр. математики. 2013. Т. 16. № 1. С. 106–117.

СПОСОБ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЗАИМОДИФФУЗИИ БИНАРНЫХ ЖИДКИХ СМЕСЕЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ЯЧЕЙКЕ

Я. И. Красноперов, М. С. Скляренко

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Измерение коэффициента диффузии веществ в жидкостях имеет важное прикладное значение во многих отраслях производства для оценки качества выпускаемой продукции. В настоящее время наибольшее распространение получили оптические методы. В данных методах используется вертикальная плоскопараллельная ячейка, в начальный момент времени в которой создается резкий перепад концентрации по вертикали. Эволюция поля концентрации или ее градиента (в зависимости от метода) измеряется оптической аппаратурой. Использование вертикальных ячеек позволяет подавить конвекцию (снизу помещается более плотная жидкость). Основными недостатками существующих методов являются сложность в создании резкого начального перепада концентрации, а также высокая стоимость измерительного оборудования.

Использование горизонтальной ячейки позволило бы обеспечить независимость от начального распределения концентрации и, как следствие, упростило бы проведение эксперимента. Кроме того, использование двумерного распределения концентрации (вместо одномерного, как в вертикальной ячейке) позволяет в два раза сократить время проведения эксперимента.

Применение горизонтальной ячейки в большинстве случаев приводит к возникновению недиффузионного массопереноса. В нашей работе [1] экспериментально доказано, что конвекция может быть устранена при использовании тонкой (пороговое диффузионное число Рэлея составляет порядка 3000) закрытой ячейки.

В работе предлагается фотометрический способ измерения, в качестве альтернативы классическому фотометру используется цифровой фотоаппарат. С его помощью можно измерять поле концентрации, что позволяет проводить расчет коэффициента диффузии не по измерениям концентрации в нескольких точках, а по отслеживанию эволюции гармоник концентрации.

В докладе рассматриваются различные варианты измерительных ячеек и экспериментальных установок. Предлагаемый метод был апробирован на нескольких смесях типа вода-краситель и обладает относительной погрешностью не более 10% и может применяться для экспресс-оценки коэффициентов взаимодиффузии.

Список литературы

1. Красноперов Я. И., Скляренко М. С. *Экспериментальная зависимость скорости массопереноса красителя в плоском горизонтальном слое воды от его толщины*. Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2012. № 158. С. 85–91.

РАЗВИТИЕ ДОННЫХ ВОЛН В НАПОРНОМ КАНАЛЕ

Ю. Г. Крат

Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

В докладе сформулирована одномерная задача устойчивости песчаного дна напорного канала. Математическая модель задачи включает в себя линеаризованные уравнения движения водного потока, уравнение сохранения песчаной массы, определяющее эволюцию донной поверхности и оригинальную формулу движения влекомых наносов [1], учитывающая влияние

физико-механических характеристик донного материала и неровности донной поверхности на транспорт влекомых наносов.

Для линеаризованной постановки сформулированной задачи получена аналитическая зависимость [2], позволяющая определить длину донной волны для различных физико-механических и гранулометрических характеристик донного материала

Для полученной аналитической зависимости выполнено сравнение с экспериментальными данными, приведенными в работах [3–5]. Сравнительный анализ полученной аналитической зависимости с экспериментальными данными показал хорошее количественное и качественное согласование.

Список литературы

1. Петров А. Г., Потапов И. И. *О развитии возмущений песчаного дна канала*. ДАН. 2010. Т. 431. № 2. С. 191–195.
2. Крат Ю. Г., Потапов И. И. *Об устойчивости песчаного дна напорного канала: препринт №197*. Хабаровск: Вычислительный центр ДВО РАН, 2014.
3. Nakagawa H., Tsujimoto T. *Spectral analysis of sand bed instability*. J. Hydraul. Eng. 1984. V. 110(4). P. 467–483.
4. Kuru W. C., Leighton D. T., McCreedy M. J. *Formation of waves on a horizontal erodible bed of particles*. Int. J. Multiphase Flow. 1995. V. 21(6). P. 1123–1140.
5. Stephen E. Coleman, Juan J. Fedele, Marcelo H. Garcia. *Closed-conduit bed-forms initiation and development*. J. of Hydraulic Engineering. 2003. V. 129. № 2. P. 956–965.

ТРЕХМЕРНЫЕ НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПРИДОННЫХ ЧАСТЯХ ТОРНАДО И ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ

И. Ю. Крутова¹, А. О. Казачинский²

¹Снежинский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета МИФИ, Снежинск

²Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

Математически моделируются трехмерные нестационарные течения идеального политропного газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. Для системы уравнений газовой динамики поставлена начально-краевая задача, решение которой описывает течение, возникающее при плавном стоке газа через поверхность вертикального цилиндра заданного ненулевого радиуса в окрестности непроницаемой плоскости $z=0$. Доказано, что данная задача также является характеристической задачей Коши стандартного вида и поэтому при условии аналитичности входных данных у нее существует единственное аналитическое решение. Анализ первых коэффициентов ряда по степеням z показал, что при начале радиального стока внутрь цилиндра сразу возникает окружное движение газа, закрученное в Северном полушарии в положительном направлении и в отрицательном направлении для случая Южного полушария. Установленные факты являются математическим обоснованием результатов соответствующих экспериментов в части возникновения закрутки и направления этой закрутки. Начальный отрезок ряда, задающий это аналитическое решение, используется для моделирования трехмерного нестационарного придонного течения таких природных вихрей как

торнадо и тропические циклоны. Коэффициенты начальных отрезков рядов численно строятся при решении соответствующих систем гиперболического типа. Приведены результаты расчетов и их сравнения с данными натуральных наблюдений за торнадо различных классов и среднего по своим характеристикам тропического циклона.

Список литературы

1. Баутин С. П. *Торнадо и сила Кориолиса*. Новосибирск.: Наука, 2008.
2. Баутин С. П., Обухов А. Г. *Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей*. Новосибирск.: Наука, 2012.
3. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. *Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты*. Новосибирск.: Наука, 2013.

НОВЫЕ ПОСТАНОВКИ В ИССЛЕДОВАНИИ КАВИТАЦИОННОЙ ЭРОЗИИ

В. Т. Кузавов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В существующей модели эрозионного разрушения [1, 2] имеются два возможных механизма кавитационной эрозии: за счет воздействия ударных волн, возникающих при схлопывании пузырьков, давление в которых может достигать 103 Мпа (показано теоретически); вследствие удара кумулятивных струй, образующихся при несимметричном схлопывании пузырьков вблизи твердой поверхности, скорость которых может достигать до 500 м/с. Расчетные величины давлений в центре схлопывания пузырьков у многих авторов меняются от 2200 до 582000 кг/см² и не дают представления об истинных значениях в момент схлопывания. Если принять струйный механизм эрозионного разрушения, то с увеличением твердости материалов их эрозионная стойкость должна возрастать. Многими авторами показано, что не обнаружено никакой связи энергии деформации, предела текучести, предела прочности или твердости с эрозионной стойкостью [3, 4].

В представленной работе проведены экспериментальные исследования эрозионного разрушения в новой постановке. Эксперименты проводились в стандартной постановке вибрационной эрозии для различных материалов. Оказалось, что эрозионное разрушение исследуемых материалов начинается на небольшой глубине от свободной поверхности (20–100 мкм), а не со свободной поверхности, как это происходит в существующей модели. В исследуемых материалах формируются новые волновые структуры, кавитационные трубки, не описанные в литературе. Кавитационные трубки имеют сложную высокочастотную спиральную и гладкую структуру. Диаметр их меняется от 10–15 до 100 мкм и более, и образуются по всей толщине исследуемого материала. Представлен возможный механизм эрозионного разрушения в новой постановке.

Список литературы

1. Кнэпп Р. Кавитация. М., Мир, 1974.
2. Прис К. Эрозия. М., Мир, 1982.

3. Кузавов В. Т., Дегтярев В. В. *Новые постановки в исследовании кавитационной эрозии*. Известия высших учебных заведений. 2019. №9.
4. Кузавов В. Т. *Структура и особенности разрушений материалов при кавитационной эрозии в новой постановке*. Известия высших учебных заведений. 2010. №7.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ГИДРОАГРЕГАТОВ

В. Б. Курзин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Эксплуатация гидротурбин всегда сопровождается нестационарными гидродинамическими процессами, которые могут привести к нежелательным последствиям, какое, в частности, произошло на Саяно-Шушенской ГЭС. Еще при вводе в эксплуатацию этой станции в результате натурных испытаний был зафиксирован повышенный уровень вибраций ее турбин по отношению к расчетному в такой степени, что проектная их мощность оказалась не достижимой. С целью определения механизма этого явления было выполнено несколько работ, первой из которых является работа докладчика. В них рассмотрено влияние сжимаемости воды на уровень пульсаций давления в ее проточной части, обусловленное возможностью жидкости совершать собственные гидроакустические колебания в ограниченных областях, которое не было учтено при проектировании станции. Было показано, что низкочастотные собственные гидроакустические колебания в проточной части гидроагрегатов С.-Ш. ГЭС на форсированных режимах их эксплуатации при взаимодействии акустических волн с турбиной являются неустойчивыми, и, как следствие, могут возникнуть гидроакустические автоколебания. На основе результатов этих работ были введены ограничения на режимы эксплуатации гидроагрегатов С.-Ш. ГЭС.

Однако, при анализе результатов сейсмического мониторинга, который имел место в процессе аварии, возник ряд вопросов, ответа на которые полученные ранее теоретические результаты не дают. Так как характер процесса аварии, зафиксированный в мониторинге, по многим признакам является автоколебательным, то была проведена работа по совершенствованию модели гидроакустических автоколебаний, результаты которой представлены в настоящем докладе.

Полагая, что гидроакустические автоколебания в проточной части гидроагрегатов возникают за счет энергии основного потока, при построении модели этого явления в качестве обратной связи колебательной системы с потоком рассмотрено взаимодействие турбины с соответствующим нестационарным потоком, а также ее взаимодействие с колебаниями, индуцируемыми нестационарной составляющей вихревой пелены, сбегаящей при истечении жидкости. При этом учтена связанность продольных собственных гидроакустических колебаний в проточной части гидроагрегата различных мод между собой, в предположении, что она может иметь существенное влияние на общий характер автоколебательного процесса, подобно связанности изгибных и крутильных колебаниях крыла при его флаттере.

Сравнение полученных теоретических результатов с экспериментальными данными и с результатами сейсмического мониторинга процесса аварии показало, что каждая из указанных выше составляющих данной модели играет важную роль в механизме рассматриваемого автоколебательного процесса. В различных условиях эксплуатации турбоагрегатов и во время аварии, как правило, одна из этих составляющих играла определяющую роль в развитии соответствующего автоколебательного процесса.

МОДЕЛЬ НЕИДЕАЛЬНОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

В. Ф. Куропатенко

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е.И. Забабахина, г. Снежинск

Рассмотрен общий подход к построению модели неидеальной сплошной среды. В случае, когда девиатор тензора напряжений равен нулю, среда называется идеальной. Законы сохранения массы, импульса и энергии идеальной сплошной среды в форме Эйлера-Гельмгольца содержат только шаровую часть тензора напряжений — давление. Оно связано с шаровой частью тензора деформаций — удельным объёмом. Эта связь называется уравнением состояния. Как термодинамическая величина давление зависит кроме удельного объёма ещё от одной из термодинамических величин (температура, энтропия, удельная внутренняя энергия и др.) Теория уравнений состояния в последние десятилетия хорошо проработана. Современные уравнения состояния описывают свойства вещества в различных агрегатных состояниях и фазовые переходы (полиморфные, плавление, испарение). Следствием законов сохранения идеальной среды является постоянство энтропии вдоль траектории частицы. В неидеальной среде девиаторы напряжений, скоростей напряжений, скоростей деформации описывают как обратимые деформации (упругость) так и необратимые (вязкость, пластичность). В случае необратимых деформаций энтропия частицы возрастает. Общий подход к построению модели неидеальной среды следует из самой модели сплошной среды. С помощью простых постулатов устанавливается связь девиатора напряжений, девиатора скоростей напряжений и девиатора скоростей деформаций — уравнения вязкости и упругости. В законе сохранения энергии, независимо от других видов энергии, вводится удельная внутренняя энергия упругой дисторсии. Её поведение определяется специальным уравнением так, что при нагрузке она растёт до некоторого значения, которое остаётся постоянным в последующем пластическом течении. При смене знака нагрузки упругая энергия дисторсии убывает. Таким образом совершенно естественно описываются петля гистерезиса и эффект Баушингера.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (код проекта 13-01-00072).

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ УДАРНОЙ ВОЛНЕ В ГАЗОВОМ ШАРЕ В ЛАГРАНЖЕВЫХ КООРДИНАТАХ

В. Ф. Куропатенко¹, Е. С. Шестаковская²

¹*Российский Федеральный Ядерный Центр – Всероссийский НИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина, Снежинск*

²*Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет), Челябинск*

В лагранжевых координатах построено точное решение задачи о сходящейся ударной волне и о динамическом сжатии газа, находящегося в сферическом сосуде с непроницаемой стенкой. В начальный момент времени скорость газа равна нулю, а на границе задана отрицательная скорость. Т.о. в условиях задачи задан произвольный разрыв, после которого в газ начинает распространяться ударная волна. Граница шара будет двигаться по определенному закону, согласованному с движением ударной волны. В лагранжевых координатах траектория границы является прямой линией. Получены уравнения, определяющие структуру течения газа между фронтом ударной волны и границей, как функции времени и лагранжевой

координаты. Амплитуда ударной волны изменяется в зависимости от её положения. Соответственно, образуется зависимость энтропии от лагранжевой координаты. После прохождения через фронт ударной волны энтропия каждой частицы сохраняется неизменной вплоть до момента фокусировки волны.

Задача о динамическом сжатии газового шара конечных размеров принципиально отличается от ранее полученных решений задачи о сжатии автомодельной ударной волны к центру симметрии и её отражении от центра. Во всех таких постановках отсутствует граница газа, и решение отыскивается в эйлеровых координатах. В лагранжевых координатах задача решена впервые.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (ГРАНТ №13-01-00072).

ИССЛЕДОВАНИЕ ГИПЕРБОЛИЧНОСТИ ОДНОМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ МОДЕЛЕЙ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ТРУБОПРОВОДЕ

Н. А. Лебедева¹, В. Д. Жибаядов^{1,2}, К. Ф. Синьков^{1,3}

¹Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, Москва

²Московский государственный университет, Москва

³Московский физико-технический институт, Москва

В нефтегазовой индустрии для описания движения двухфазных газожидкостных течений в длинных трубопроводах наибольшее распространение получили два подхода [1]: модель дрейфа и многожидкостная модель. Модель дрейфа включает два уравнения баланса массы для газовой и жидкой фазы, а также одно уравнение баланса импульса для смеси. Многожидкостная модель основана на многоконтинуальном подходе и описывается уравнениями баланса массы и импульса для каждой из фаз. Для замыкания таких моделей используются ряд дополнительных упрощающих предположений, которые приводят к тому, что система определяющих уравнений теряет гиперболичность и математическая постановка начально-краевой задачи становится некорректной. Таким образом, актуальным является поиск критериев гиперболичности существующих моделей, а также построение новых моделей двухфазного течения, основанных на гиперболических системах уравнений.

В настоящей работе приведен характеристический анализ систем уравнений модели дрейфа в двух формулировках, отличающихся формой уравнения закона сохранения импульса смеси, и сделаны выводы о знакоопределенности собственных значений, позволяющие определить количество приходящих и исходящих характеристик на границах вычислительной области и определить корректную постановку краевой задачи [2]. В рамках двуконтинуального подхода рассматриваются две модификации классической модели, позволяющие расширить ее область гиперболичности: учет градиента уровня жидкой фазы [3] и учет межфазных сил давления [4]. На основе аналитических и численных исследований в пространстве параметров, характерных для нефтегазовых течений, устанавливаются границы областей, где модели сохраняют гиперболичность.

Авторы выражают благодарность руководству компании Шлюмберже за возможность опубликовать данную работу.

Список литературы

1. Bratland O. Pipe Flow 2: Multi-phase Flow Assurance. 2009.

2. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1978. 688 с.
3. Kadri U. et al. Prediction of the transition from stratified to slug flow or roll-waves in gas-liquid horizontal pipes //International Journal of Multiphase Flow. 2009. Т. 35. №. 11. С. 1001–1010.
4. Stuhmiller J. H. The influence of interfacial pressure forces on the character of two-phase flow model equations //International Journal of Multiphase Flow. 1977. Т. 3. №. 6. С. 551–560.

САМОПОДОБИЕ ДАЛЬНОГО СЛЕДА ЗА ТОНКИМ ДИСКОМ В ВОДНОМ КАНАЛЕ

И. В. Литвинов¹, И. В. Наумов¹, Р. Ф. Миккельсен², В. Л. Окулов²

¹Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе, Новосибирск

²Датский технический университет, Люнгби, Дания

В работе были изучены закономерности затухания осесимметричного турбулентного следа позади неподвижного диска в водном канале ($Re = 1.5 - 2.4 \cdot 10^5$), полученные методами ЛДА и PIV. Сопоставление с экспериментом [1], выполненным ранее за неподвижным диском в аэродинамической трубе при меньших числах Рейнольдса ($Re = 1.3 - 2.6 \cdot 10^4$), подтвердило существование в обоих случаях одинаковой степенной зависимости для затухания следа и сохранение подобия профилей радиальных распределений скорости вниз по потоку. Согласно работе [2], поперечное распределение скорости в турбулентном следе отличается от распределения гаусса (штрихпунктирная линия на рисунке), и имеет вид G-модели:

$$\frac{U_0 - U_z(r)}{\Delta U} = a(r - r_0)^{-\frac{2}{3}}(1 + ar^2 + br^4)e^{(-cr^2 - dr^4)} \quad (1)$$

где, $a = 0.049$, $b = 0.128$, $c = 0.345$ и $d = 0,134$ (сплошная линия на рисунке). Согласно с результатами для более низких чисел Рейнольдса из [2] полученные здесь экспериментальные профили для дефицита скорости при $x/D = 7.5, 10$ и 14 соответствуют распределению (1) в большей степени, чем Гауссову.

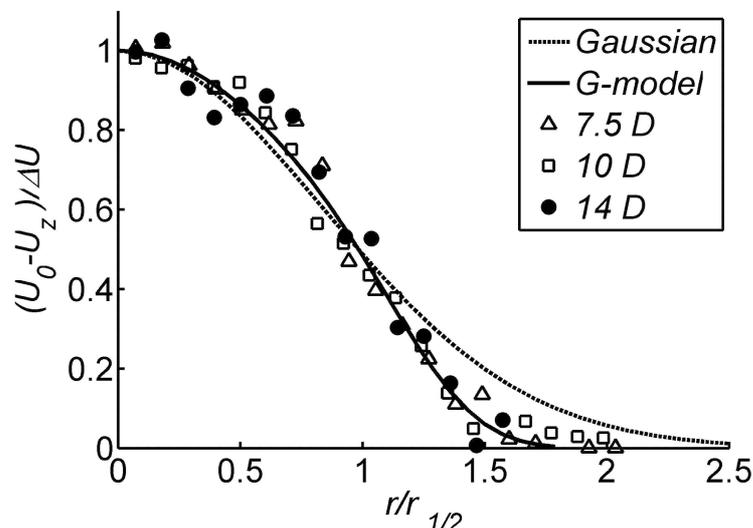


Рис. 1: Распределение профиля скорости в поперечном сечении за диском.

Представленные данные подтвердили существование самоподобия профилей скорости в следе за диском в водном канале на удалениях $5 < x/D < 20$ при больших значениях чисел Рейнольдса, чем исследовалось ранее. Ограничение в возможности распознавания самоподобной структуры следа определяется уровнем турбулентности набегающего потока, как и в работе [1].

Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда № 14-29-00093.

Список литературы

1. Johansson P. B., George W. K. *The far downstream evolution of the high-Reynolds number axisymmetric wake behind a disk. Part 1. Single-point statistics.* J. Fluid Mech. 2006. Vol. 555. Pp. 363–385.
2. Johansson P. B., George W. K., Gourlay M. J. *Equilibrium similarity, effects of initial conditions and local Reynolds number on the axisymmetric wake.* Phys. Fluids. 2003. Vol. 15. Pp. 603–617.

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН ГЕТЕРОГЕННОГО ГОРЕНИЯ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Н. А. Луценко

Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, Владивосток
Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

Одним из видов фильтрационного горения является гетерогенное горение пористых сред, при котором происходит экзотермическая реакция между конденсированным горючим компонентом, содержащимся в твердой пористой среде, и окислителем из движущегося через поры газа [1]. При моделировании подобных процессов часто поток газа задается либо постоянным во всём пористом объекте, либо постоянным на входе в объект, что не позволяет моделировать горение пористых сред при естественной конвекции, когда заранее не известен расход проходящего газа.

Настоящая работа посвящена численному исследованию нестационарных двумерных процессов течения газа в поле силы тяжести через пористые объекты с очагами гетерогенного горения как при вынужденной фильтрации, так и естественной конвекции. Предложенная математическая модель строится в предположении взаимодействующих взаимопроникающих континуумов [2] с использованием классических подходов теории фильтрационного горения [1] и включает в себя уравнения энергии, движения, неразрывности и состояния для каждой компоненты (твердой и газообразной). В модели учитывается изменение объема и массы фаз при взаимодействии, наличие диффузии окислителя. Процессы горения описываются одностадийной химической реакцией первого порядка по отношению к каждой компоненте. Отличительной особенностью модели является то, что расход проходящего через пористый объект газа заранее неизвестен, а известно только лишь давление газа на его границах - в объекте происходит саморегуляция расхода проходящего через него газа. Такой подход позволяет моделировать нестационарное гетерогенное горение пористых сред в условиях как естественной конвекции, так и принудительной фильтрации. Для исследования двумерных нестационарных течений газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения предложен оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно разностных схем.

Результаты численных экспериментов показали, что двумерные нестационарные волны гетерогенного горения в пористых средах распространяются, как и одномерные волны горения [3, 4], в двух режимах, различающихся степенью выгорания твердого горючего компонента. Но при неоднородных начально-краевых условиях в пористых объектах при естественной конвекции могут возникать сложные вихревые течения, приводящие к сложным движениям фронтов горения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (договор 14.Y26.31.0003), ДВО РАН (проект 15-I-4-021), ДВФУ. Автор благодарит академика В.А. Левина за поддержку и ценные замечания.

Список литературы

1. Алдушин А. П., Мержанов А. Г. *Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований*. // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 9–52.
2. Нигматулин Р. И. *Основы механики гетерогенных сред*. М.: Наука, 1978. 336 с.
3. Lutsenko N. A. *Modeling of Heterogeneous Combustion in Porous Media under Free Convection*. Proceedings of the Combustion Institute. 2013. Vol. 34. No. 2. Pp. 2289-2294.
4. Lutsenko N. A., Levin V. A. *Effect of Gravity Field and Pressure Difference on Heterogeneous Combustion in Porous Media*. Combustion Science and Technology. 2014. Vol. 186. No. 10-11. Pp. 1410-1421.

ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ СЛОИ СМЕШЕНИЯ И ТУРБУЛЕНТНЫЕ СТРУИ В МЕЛКОЙ ВОДЕ

В. Ю. Ляпидевский, А. А. Чесноков

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Моделирование движения жидкости в открытых каналах и руслах рек с учетом плановой неоднородности потока, обусловленной формой русла и влиянием трения, в ряде случаев сводится к анализу нелинейных интегродифференциальных уравнений. Предложенная в [1] модель горизонтально-сдвигового течения позволила обобщить понятия докритичности и сверхкритичности потока, а также построить и исследовать течения, возникающие при обтекании локального сужения или расширения канала. Дальнейшее совершенствование модели горизонтально-сдвигового течения жидкости связано с необходимостью описания нелинейной стадии развития неустойчивости Кельвина — Гельмгольца и формирования турбулентного слоя смешения.

Метод построения одномерных математических моделей распространения нелинейных длинноволновых возмущений в пространственно-неоднородном течении жидкости с учетом турбулентного перемешивания и массообмена основан на применении теории многослойной мелкой воды [2]. Этот подход был использован в [3] для вывода моделей развития приповерхностного турбулентного слоя в плоскопараллельных течениях жидкости со сдвигом скорости. Численное моделирование течений с использованием “слоистых” моделей показало хорошее совпадение с известными экспериментальными данными о профилях турбулентных боров, что дает основание для применения данного подхода к другим классам течений.

Целью данной работы является вывод и анализ уравнений трехслойного планового течения однородной жидкости со свободной поверхностью с учетом завихренности промежуточного слоя, а также решение в рамках данной модели задачи об эволюции слоя смешения и турбулентной струи. Выполнено построение стационарных решений задачи об эволюции горизонтального слоя смешения в открытом канале и формировании турбулентной струи. В частности, решена задача о структуре потока в сверхкритическом течении и исследованы условия формирования локальной докритической зоны перед препятствием. Проведено численное моделирование течений. Сравнение с расчетами по двумерным уравнениям теории мелкой воды показывает, что предложенная трехслойная модель достаточно точно определяет границы слоя смешения и формирования крупных вихревых структур.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00249).

Список литературы

1. Ляпидевский В. Ю., Чесноков А. А. *Докритические и сверхкритические горизонтально-сдвиговые течения в открытом канале переменного сечения*. Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 6. С. 123–138.
2. Ляпидевский В. Ю., Тешуков В. М. *Математические модели распространения длинных волн в неоднородной жидкости*. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
3. Ляпидевский В. Ю., Чесноков А. А. *Слой смешения под свободной поверхностью*. ПМТФ. 2014. Т. 55. № 2. С. 127–140.

О ФИЛЬТРАЦИИ СМЕСИ ЧЕРЕЗ ЗАМКНУТУЮ ПОЛОСТЬ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ С УЧЕТОМ ЗАКУПОРКИ

Б. С. Марышев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

При медленной фильтрации смеси состоящей из несущей жидкости и тяжелой примеси в вертикальном фильтре благодаря диффузионному переносу возникает переходный слой между чистой жидкостью и смесью. Со временем толщина переходного слоя растет. При прошествии критического времени в этом слое развивается неустойчивость Релея-Тейлора [1] в результате чего концентрационное поле приобретает характерный вид "пальцев". Перенос любой нерастворимой примеси в пористой среде сопровождается процессом ее осаждения на стенки пор - иммобилизацией. Иммобилизация "тормозит" перенос тем самым увеличивая критическое время необходимое для формирования неустойчивой стратификации. Иммобилизованная примесь занимает часть объема пор, тем самым уменьшая пористость и проницаемость среды. Последнее обстоятельство дополнительно увеличивает устойчивость системы.

В настоящей работе решается задача об устойчивости однородного вертикального течения смеси в замкнутой области пористой среды с учетом иммобилизации примеси. Боковые границы области считаются непроницаемыми на верхней и нижних границах заданы поток примеси и скорость жидкости. Иммобилизация примеси учитывается в рамках линейной ММ модели [2]. Зависимость проницаемости от пористости в рамках модели Козени-Кармана [3]. Задача решается в квазистатическом приближении, то есть предполагается, что характерное время формирования неустойчивой стратификации много больше характерного времени развития неустойчивости Релея-Тейлора. Такое предположение позволяет отделить задачу о

переносе примеси, от задачи об устойчивости такого переноса. Сначала решается одномерная концентрационная задача для получения вертикального распределения примеси в мобильной и немобильной фазах. После чего предполагается, что такое распределение стационарно и решается задача об устойчивости вертикального течения смеси с заданным распределением примеси. Получены зависимости критического времени и формы наиболее опасных возмущений от параметров иммобилизации и числа Релея-Дарси. Получены карты устойчивости в пространстве параметров системы, также изучена ситуация при которой критическое время настолько велико, что критическая толщина переходного слоя больше чем длина области, в этом случае неустойчивости не возникает.

Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта Президента Российской Федерации (код проекта МК-6851.2015.1).

Список литературы

1. Riaz A., Hesse M., Tchelepi H. A., Orr F. M. *Onset of convection in a gravitationally unstable diffusive boundary layer in porous media* J. Fluid Mech. 2006. V. 548.
2. van Genuchten M. Th. *A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils* Soil Sci. Soc. Am. J. 1980. V. 44.
3. Kozeny J. *Ueber kapillare Leitung des Wassers im Boden* Sitzungsber Akad. Wiss. 1927. V. 136. № 2a.

ФОРМИРОВАНИЕ, ЭВОЛЮЦИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ В КОНЦЕНТРАЦИОННОМ АНАЛОГЕ ЗАДАЧИ ХОРТОНА-РОДЖЕРСА-ЛЭПВУДА С УЧЕТОМ ИММОБИЛИЗАЦИИ ПРИМЕСИ

Б. С. Марышев

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Задача Хортон-Роджерса-Лэпвуда [1] это классическая задача об устойчивости фильтрационного течения в бесконечном горизонтальном слое пористой среды при подогреве снизу. Концентрационный аналог этой задачи об устойчивости течения смеси в слое на границах которого поддерживаются постоянные значения концентрации. Таким образом, концентрационная задача рассматривается вместо тепловой. Известно, что течение смеси в пористой среде зачастую осложнено иммобилизацией примеси, то есть взаимодействием частиц примеси с твердым скелетом среды. На практике примесь прилипает к скелету, таким образом, ее перенос замедляется. Иммобилизация моделируется с помощью классической линейной модели мобильно/немобильных сред (ММ) [2].

В настоящей работе изучается конвекция, возникающая при горизонтальной прокачке смеси через бесконечный горизонтальный слой пористой среды, на границах которого поддерживаются постоянные значения концентрации с учетом иммобилизации примеси. Произведен линейный анализ устойчивости относительно двумерных возмущений, получено, что структура возникающего конвективного течения представляет собой периодические конвективные ячейки в плоскости слоя. При этом учет иммобилизации приводит к возникновению зависимости порога устойчивости от скорости прокачки. Показано, что порог повышается по сравнению с результатами работы [3]. Представлены результаты слабонелинейного анализа,

получено уравнение типа Ландау, описывающее динамику развития конвективного течения. Произведен численный счет полных нелинейных уравнений с помощью спектрального метода. Показано, что при увеличении безразмерного числа Рейля-Дарси режим течения изменяется и возникает волна, бегущая вверх по потоку. Получены карты устойчивости периодической структуры течения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-96010 урал а).

Список литературы

1. Horton C. W., Rogers F. T. *Convection currents in a porous medium* J. Appl. Phys. 1945. V. 16.
2. van Genuchten M. Th. *A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils* Soil Sci. Soc. Am. J. 1980. V. 44.
3. Prats M. *The effect of horizontal fluid flow on thermally induced convection currents in porous mediums* J. Geophys. Res. 1966. V. 71.

ДВУХФАЗНАЯ МОДЕЛЬ ТЕРМИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СЛАНЦЕВ С УЧЕТОМ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗООБРАЗНЫХ ПРОДУКТОВ

А. Л. Маслов¹, С. М. Мартемьянов²

¹Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

²Томский государственный политехнический университет, Томск

Продукты термического разложения горючих сланцев являются перспективным энергетическим сырьем. Одним из методов его газификации является нагрев сланцев непосредственно в пласте с извлечением продуктов через скважины. Для изучения особенностей такого процесса предлагается математическая модель.

Сланец представляется состоящим из пористого твердого каркаса и заполняющего поры газа. Модель включает в себя уравнения теплопроводности для твердого тела и газа, уравнения химической кинетики, уравнения состояния, и уравнения динамики газа. Учитываются явления межфазного тепло- и массообмена, химические реакции считаются проходящими в несколько стадий. Считается, что в порах изначально содержится некоторое количество газа G_R . При нагреве твердофазный реагент, образующий каркас сланца разлагается на твердый продукт B_S и газ B_G , поступающий в поры и смешивающийся с идентичным по составу газом G_R . В свою очередь, G_R при нагреве превращается в газ G_P . Течение газа в порах описывается законом Дарси.

Решение осуществлено численно с использованием неявной схемы расщепления по координатам и покоординатной прогонки. Проанализированы частные варианты процесса инициирования реакции разложения: 1) поджигание слоя сланца поверхностным источником тепла; 2) его разложения при нагреве в объеме (в двумерной постановке).

Ход разложения зависит от целого ряда факторов: пористости, разности потенциалов, взаимодействия конкурирующих стадий разложения с различными тепловыми эффектами и т.д. В зависимости от условий нагрева возможно разложение в различных режимах. Вследствие тепловыделения в реакции в порах возможен быстрый нагрев сланца, влекущий ускорение реакций разложения и в твердой фазе и увеличение давления в газе. Теоретически возможен выход процесса во взрывной режим.

Выражаю благодарность профессору А. Г. Князевой за существенную помощь в проведении работы.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОДЗЕМНОГО ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ УРАНА

А. М. Мейрманов

НИУ БелГУ, Белгород

Настоящий доклад посвящен описанию химических и физических процессов происходящих на границах, где твердое тело взаимодействует с жидкостью, содержащую активную компоненту (кислоту). Одним из таких важных процессов является извлечение урана, драгоценных металлов, никеля, меди и других соединений методом подземного выщелачивания. Существующие модели описывают процесс опосредовано (на макроскопическом уровне), просто постулируя макроскопическое математическое описание процессов на микроскопическом уровне (см. [1], [2], [3] и соответствующую библиографию в этих работах). Чтобы понять природу такого сложного физического процесса и найти способы его математического описания мы предлагаем общий математический подход. Главными в описании процесса на микроскопическом уровне (в масштабе пор твердого скелета) являются постулирование наличия свободной (неизвестной) границы между жидкой и твердой компонентами сплошной среды ("поровое пространство - твердый скелет") и вывод условий на этой границе, выражающих обычные законы сохранения массы реагента и продуктов химической реакции. Полученная модель является очень сложной математической задачей со свободной границей для системы дифференциальных уравнений с частными производными. Кроме того ее практическое использование вызывает непреодолимые трудности, поскольку необходимы численные расчеты процессов в областях в несколько десятков метров с единицей масштаба в несколько микрон. Естественным выходом является переход от микроскопического к макроскопическому описанию с помощью усреднения. В полученной системе дифференциальных уравнений уже отсутствует неизвестная граница, но вместо этого появляются неизвестные коэффициенты, определение которых связано с периодическими задачами на переменной (по пространству медленной переменной) области ячейки периодичности быстрой переменной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства Образования и Науки РК (код проекта 0980/ГФ4).

Список литературы

1. Golfier F., Zarccone C., Bazin B., Lenormand R., Lasseux D. and Quintard M., *On the ability of a Darcy-scale model to capture wormhole formation during the dissolution of a porous medium*. J. Fluid Mech.. 2002. V. 457. P. 213–254.
2. Kalia Nitika, Balakotaiah Vemuri, *Effect of medium heterogeneities on reactive dissolution of carbonates*. Chemical Engineering Science. 2009. V 64. P. 376–390.
3. Cohen C. E., Ding D., Quintard M., Bazin B., *From pore scale to wellbore scale: Impact of geometry on wormhole growth in carbonate acidization*. Chemical Engineering Science. 2008. V. 63. P. 3088 – 3099.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА В ВЫСОКОПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ ПРИ НАЛИЧИИ ТЕПЛООБМЕНА

С. Г. Миронов, С. В. Кириловский, Т. В. Поплавская

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича

СО РАН, Новосибирск

Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Проницаемые пористые материалы нашли широкое применение в различных областях современной техники и технологии в качестве фильтров и конструкционных материалов для охлаждающих трактов теплонапряженных элементов различных аппаратов. В последнее время проницаемые высокопористые материалы стали применяться для управления обтеканием тел движущихся с высокой скоростью в верхних слоях атмосферы. В частности, было показано, что с их помощью возможно управление продольными [1] и поперечными [2] аэродинамическими силами в сверхзвуковом потоке. Перспектива дальнейших исследований в этом направлении связана с применением численного моделирования процесса обтекания пористых материалов и оптимизации схем управления. В настоящее время отсутствуют данные о влиянии нагрева пористого материала на гидродинамические характеристики материалов.

Для получения необходимых данных был использован комплексный подход, основанный на экспериментально-расчетном исследовании высокоскоростного течения воздуха в образцах высокопористых материалов при наличии их объемного нагревания. В докладе представлены результаты численного моделирования гидродинамических характеристик и теплообмена при одномерном течении воздуха в высокопористых ячеистых материалах с пористостью 95% и диаметром пор 1 и 3 мм. Моделирование выполнено с помощью пакета ANSYS Fluent для пористой среды, описываемой континуальной моделью с квадратичной связью скорости фильтрации и градиента давления, пористой среды составленной из отдельных элементов скелета реального пористого материала и пористой среды, представленной в виде пакета параллельных трубчатых каналов. Результаты численного моделирования по различным моделям пористого материала сопоставлены друг с другом и с данными эксперимента на пористо-ячеистых материалах использованных в трубных экспериментах [1, 2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 015-08-03867) и гранта Правительства РФ для поддержки исследований под руководством ведущих ученых (договор № 14.Z50.31.0019).

Список литературы

1. Фомин В. М., Миронов С. Г., Сердюк К. М. *Снижение волнового сопротивления тел в сверхзвуковом потоке с помощью пористых материалов*. Письма в ЖТФ. 2009. Том 35. Вып. 3. С. 39–45.
2. Миронов С. Г., Маслов А. А., Цырюльников И. С. *Управление аэродинамическими силами с помощью газопроницаемых пористых материалов*. Письма в ЖТФ. 2014. Том 40. Вып. 19. С. 83–88.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ АРТЕРИАЛЬНОЙ ГЕМОДИНАМИКИ МОЗГА: МОДЕЛЬ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

А. В. Михайлова, А. А. Черевко, А. П. Чупахин

Новосибирский государственный университет

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Построение математических моделей гемодинамики мозга сопряжено с большими трудностями. Одним из путей преодоления этих трудностей является построение математической модели непосредственно по данным эксперимента методами обратных задач для дифференциальных уравнений. Используются данные скорости и давления кровотока, измеренные в артериях, находящихся в операционном поле, во время нейрохирургических операций. Такой мониторинг осуществляется учеными ИГиЛ СО РАН и нейрохирургами ННИИПК.

В качестве базового уравнения модели выбрана модель нелинейного осциллятора с правой частью (обобщенное уравнение Ван-дер-Поля с нагрузкой)

$$y'' + f(y)y' + g(y) = kz(t), \quad (1)$$

функции $f(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2$, $g(y) = b_1y + b_2y^2 + b_3y^3$ в (1) определяют сопротивление и упругую силу системы. Величины $y = y(t)$ и $z = z(t)$ представляют собой нормированные значения давления и скорости кровотока ($|y| \leq 1, |z| \leq 1$). Скорость $z(t)$, задающая правую часть уравнения (1), является параметром управления системы. Поскольку скорость и давление в организме представляются почти периодическими функциями, то уравнение (1) представляется удобной и простой моделью, описывающей связь давления и скорости в сложной системе «поток крови - упругая стенка сосуда - окружающая среда мозга».

Коэффициенты $k, a_i, b_j (i = 0, 1, 2, j = 1, 2, 3)$ рассчитываются по экспериментальным данным, они и определяют индивидуальные характеристики среды для конкретного пациента. Построение модели происходит по следующей схеме. Клинические данные представляют собой массив числовых данных $\{y_i, z_i | i = 1, \dots, N\}$ - измерение параметров кровотока в конкретном месте сосуда, N - размерность массива данных.

Уравнение вида (1) построено для 12 операций по излечению артерио-венозных мальформаций и церебральных аневризм. Доказаны следующие его свойства:

- 1) Решение уравнения (1) хорошо аппроксимирует экспериментальные данные.
- 2) Решение уравнения, построенного для малого промежутка времени (5 сек), хорошо описывает экспериментальные данные на большем промежутке времени (несколько минут).
- 3) Уравнение (1) устойчиво относительно возмущения начальных данных: цикл, описывающий решение, является притягивающим.
- 4) Уравнение (1) устойчиво относительно возмущений коэффициентов: малое изменение коэффициентов соответствует малому изменению решения.

Полученные результаты говорят о том, что уравнение (1) является адекватной моделью, описывающей сложную среду гемодинамики мозга.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект №14-01-00036; программы ОЭММПУ, проект №2.13.4.

РЕТРОСПЕКТИВА И РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ РОТОРА ПРОФЕССОРА Н.Е. ЖУКОВСКОГО

В. Л. Окулов

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

Ветроэнергетический факультет, ДТУ, Люнгбю, Дания.

В данной работе дается ретроспектива создания классической аэродинамики в приложении к развитию разных теорий оптимального ротора. Вихревая теория ротора закономерно относится к числу крупнейших достижений механики жидкости XX-го столетия. Ее создание по праву ассоциируется с именем великого русского ученого, Николая Егоровича Жуковского, намного опередившего подобные исследования за границей. В частности концепция вихревой теории ротора была предложена им на семь лет раньше, чем это было сделано немецкой аэродинамической школой во главе с профессором Людвигом Прандтлем. Еще одним свидетельством лидирующей роли Николая Егоровича стало возвращение ему и российской науке принципиального в ветроэнергетике результата о предельном значении энергии, которую можно извлечь из кинетической энергии ветра, - предела Беца-Жуковского.

Современный этап развития теории ротора связан с получением новых решений в рамках вихревой концепции ротора, предложенной столетие назад Н.Е. Жуковским для роторов с конечным числом лопастей - задачи до конца так и не решенной в XX веке. Камнем преткновения здесь была задача об определении индуцированной и самоиндуцированной скорости концевых винтовых вихрей в следе за ротором. Подходящее аналитическое решение задачи о винтовом вихре с конечным ядром было получено только в начале XXI века, что и позволило впервые довести решение задачи о роторе Жуковского до конца. Более того, предложенный подход оказался вполне пригодным для исследования, сопоставления и устранения ошибочных положений в других моделях ротора, предложенных Бецем, Гольдштейном и Теодорсеном. В результате было показано, что ротор, спроектированный по концепции Жуковского для режимов работы как ветрогенератор, должен быть эффективнее других моделей.

Таким образом, данная работа утверждает приоритет российской научной школы проф. Н.Е. Жуковского в создании вихревой концепции теории ротора, возвращает российской науке один нетривиальный результат – предел Беца-Жуковского. В работе изучены и устранены проблемы, возникающие в различных теориях ротора. Впервые найдено аналитическое решение для идеального ротора с конечным числом лопастей, что стало новым достижением в развитии теории ротора проф. Н.Е. Жуковского [1–3].

Работа выполнена при поддержке проекта РНФ № 14-19-00487.

Список литературы

1. Окулов В. Л., Соренсен Ж. Н., ван Куик Г. А. М. *Развитие теорий оптимального ротора*. Москва-Ижевск: РХД, 2013.
2. Kuik G. A. M. van, Sorensen J. N., Okulov V. L. *The rotor theories by Professor Joukowsky: Momentum Theories*. Progress in Aerospace Sciences. 2015. Vol. 73. Pp. 1–18.
3. Okulov V. L., Sorensen J. N., Wood D. H. *The rotor theories by Professor Joukowsky: Vortex Theories*. Progress in Aerospace Sciences. 2015. Vol. 73. Pp. 19–46.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАТАСТРОФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ВОДНЫХ ОБЪЕКТАХ

В. В. Остапенко

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Дан обзор современных методов теоретического, численного и экспериментального моделирования катастрофических процессов, возникающих при разрушении плотин гидросооружений над особенностями рельефа дна и русла, а также при выходе на берег крупных морских волн типа цунами. Рассмотрены задачи о волновых течениях, возникающих при разрушении плотины над ступенькой, уступом дна, на скачке площади сечения канала, а также в случае, когда ступенька дна расположена в нижнем бьефе плотины. Описан метод, позволяющий моделировать процесс распространения прерывных волн по сухому руслу, который применен для решения задачи о разрушении плотины с сухим руслом в нижнем бьефе. Для данного класса задач построены точные автомодельные решения и проведено их сравнения с результатами численных и лабораторных экспериментов. В качестве примера приведены результаты численного моделирования выхода волны цунами на мелководье и ее заплеска на наклонный берег.

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ ПОЛУКРУГОВОГО ПРЕПЯТСТВИЯ НА ДНЕ ПОТОКОМ ЗАВИХРЕННОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Д. О. Павлов, С. В. Стуколов

Кемеровский государственный университет

Работа посвящена исследованию задачи об обтекании полукругового препятствия на дне завихренным потоком идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины со свободной поверхностью. Задача описывается уравнением Пуассона вида $\Delta\psi = -\omega$, где ψ – функция тока, ω – завихренность потока. Завихренность во всей области принимается равной константе $\omega \in [0, 1]$. Положение свободной границы неизвестно и должно быть определено численно в ходе решения задачи. Для решения задачи используется метод конечных элементов [1] с линейной аппроксимацией на треугольном элементе.

На первом этапе данная задача была решена в стационарной постановке. Для нахождения неизвестной свободной границы использовался алгоритм, предложенный в работе [2] и модифицированный на случай завихренной жидкости. Установлено, что данная задача имеет стационарное решение только для малых значений завихренности потока. Этот факт отмечается в работе [3].

В данной работе проводится анализ причин отсутствия стационарного решения при больших значениях завихренности. Для этого использована методика [4], ранее применяемая для исследования режимов потенциального обтекания препятствия на дне. Суть сводится к решению задачи в нестационарной постановке и определению причин отсутствия стационарного решения из анализа кинематической картины течения и изменения с течением времени некоторых интегральных характеристик.

Причиной отсутствия стационарного решения при больших значениях завихренности стало появление локальных вихрей вблизи обтекаемого препятствия. Варьируя значения завихренности и радиус обтекаемого препятствия, получена диаграмма для различных чисел Фруда для определения момента возникновения локальных вихрей и перехода задачи из разряда стационарной в нестационарную.

Работа выполнена в рамках проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (Задание № 1.630.2014/К).

Список литературы

1. Коннор Дж., Бреббия К. *Метод конечных элементов в механике жидкости*. Л.: Судостроение, 1979. 204 с.
2. Афанасьев К. Е., Стуколов С. В. *О наличии трех решений при обтекании препятствий сверхкритическим установившимся потоком тяжелой жидкости*. ПМТФ. 1999. Т. 40. № 1. С. 27–35.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели*. М.: Наука, 1973. 416 с.
4. Афанасьев К. Е. *Моделирование сильно нелинейных волновых течений*. Вычислительные технологии. 1998. Т. 3. № 1. С. 3–12.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ПРИМЕСЕЙ В ПОТОКАХ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕСЧАНОГО КАРЬЕРА

Я. Н. Паршакова, Т. П. Любимова, А. О. Иванцов

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В работе проведено моделирование переноса тяжелой примеси при наличии карьера, расположенного вдоль речного потока. В зоне расположения карьера резкое увеличение глубины потока приводит к изменению гидравлических характеристик потока при этом меняется уровень свободной водной поверхности. Актуальность работы обусловлена потребностью строительной промышленности в добыче нерудных материалов в карьерах минеральных ресурсов природного происхождения. Известно, что большая часть карьеров располагается вдоль речных систем, потому необходимым является построение моделей поведения донных карьеров для успешного планирования, создания и использования новых мест добычи нерудных материалов с учетом гидрологических и гидрохимических характеристик речного водоема. Для корректного моделирования описанных задач необходимо построение трехмерных моделей течений и транспорта наносов в реках. В результате проведенных исследований в настоящей работе определены характеристики вихрей, возникающих в придонной области, в зависимости от размеров карьера и скорости основного потока. Изучено влияние размеров карьера и скорости течения на падение уровня свободной поверхности реки. Показана временная эволюцию карьера в акватории исследуемого объекта. Проводится анализ влияния стратификации жидкости, вызванной сбросом отработанных вод, содержащих тяжелую примесь, крупными промышленными предприятиями. Сделана оценка возможности накопления примеси в карьере.

Работа выполнена при финансовой поддержке Гранта Президента РФ № МК-4310.2014.1 и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-96040 р-урал-а).

СТРУКТУРА ЛАМИНАРНОЙ КРУГЛОЙ МИНИСТРУИ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Б. В. Перепелица

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

В последнее время интерес к изучению микротечений значительно возрос, что связано, с развитием принципиально новых технологических устройств миниатюрных размеров. Появилась возможность использования микроструй в, таких процессах как микроохлаждение электронных устройств, микрообработка, производство нанопорошков, перемешивание микрообъемов растворов в химической и биологической промышленности и т.д. Акустическое воздействие на ламинарную струю приводит к образованию в сдвиговых слоях струи многочисленных турбулентных вихрей различного вида и масштаба. Цель акустического воздействия на струю дать основу для решения различных задач, включающих взаимодействие между различными вихревыми структурами для того, чтобы специфические механизмы такого взаимодействия могли быть исследованы в деталях. Одни из первых работ посвященных экспериментальному изучению устойчивости микроструи при малых числах Re и влиянию акустики, является работа [1].

По данным фото и видео регистрации картины течения были выявлены характерные особенности режимов течения струи в акустическом поле. В качестве примера на рис. 1 приведены характерные виды структуры струи при различных числах Рейнольдса $Re=111-275$, подверженных воздействию акустического поля частотой 50–340 Гц.

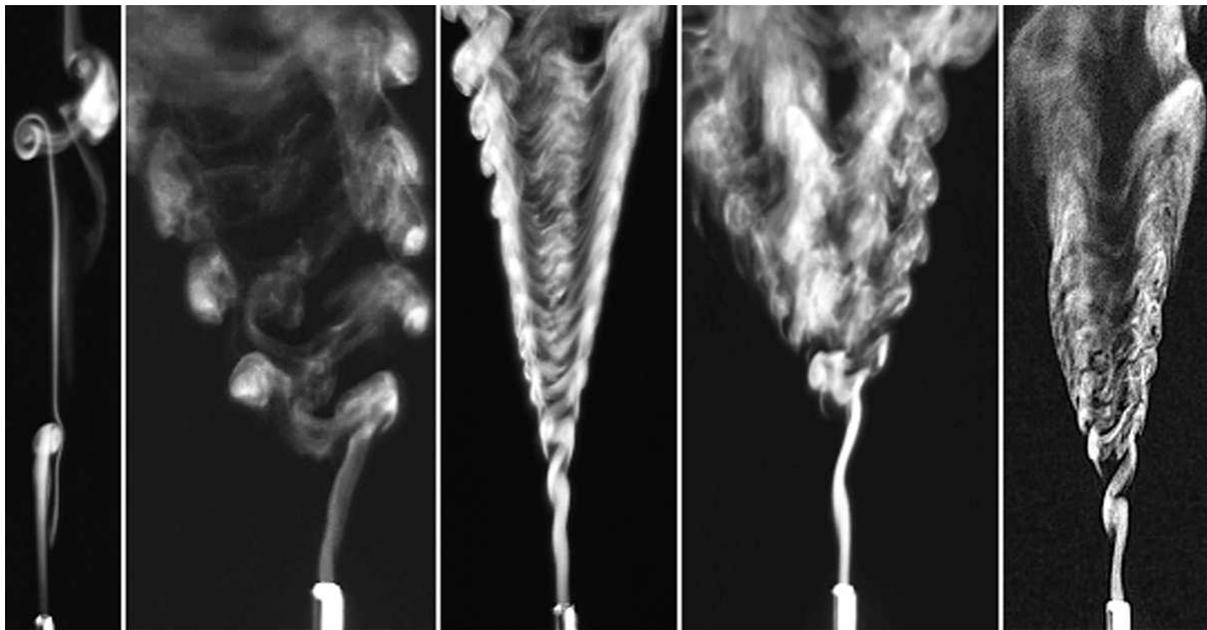


Рис. 1. Образование различных вихревых структур в ламинарной струе под воздействием поперечного акустического поля.

Список литературы

1. Becker H. A., Massaro T. A. *Vortex evolution in a round jet*. J. Fluid Mech. 1968. Vol. 31. Part 3. P. 435–448.

О ВЛИЯНИИ НАСЛЕДСТВЕННОЙ СИЛЫ БАССЕ НА ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ В ЖИДКОСТИ

А. Г. Петров

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

Рассматривается уравнение движения сферической частицы в жидкости [1]

$$(\rho + 2\rho_s)\ddot{x} = 3\rho w - 2(\rho_s - \rho)g - \frac{9\mu}{a^2} \left(\frac{dx}{dt} - v \right) - \frac{9}{\pi a} \sqrt{\pi\rho\mu} \int_0^t \left(\frac{d^2x}{dt'^2} - \frac{\partial v}{\partial t'} \right) \frac{dt'}{\sqrt{t-t'}},$$

$$w = \partial v / \partial t + v \partial v / \partial x.$$

Здесь ρ и ρ_s – плотности жидкости и твёрдой частицы, a – радиус частицы, c – скорость звука в жидкости, μ – коэффициент динамической вязкости, v , w – скорость и ускорение жидкостей, g – ускорение силы тяжести. Последнее интегральное слагаемое соответствует наследственной силе Бассе. В работе изучается ее влияние на осаждение частиц, как в покоящейся жидкости так и в поле стоячей волны, которая создается при вибрации сосуда.

Согласно многочисленным экспериментам, осаждение тяжёлых твёрдых частиц в сосуде с жидкостью, дно которого подвержено высокочастотной вибрации, прекращается и они концентрируются в горизонтальных слоях, отстоящих друг от друга на расстоянии равном полудлине волны. Согласно [1, 2] при вибрационном воздействии в жидкости создается стоячая волна, в которой устанавливается периодическое движение частиц около узлов и пучностей стоячей волны. Частицы концентрируются в горизонтальных слоях, отстоящих друг от друга на расстоянии равном полудлине волны. Этот эффект описан без учета силы Бассе.

В настоящей работе методом осреднения [3] построено осредненное интегро-дифференциальное уравнение, описывающее движение частицы с учетом силы Бассе.

Показано, что осреднённая траектория частицы полностью определяется двумя параметрами: отношением плотностей частицы и жидкости и безразмерным комплексом $K = \frac{\mu c}{\rho A a^2 \omega^2}$, где c – скорость звука в жидкости, A – амплитуда волны, ω – частота вибрации. Силой Бассе можно пренебречь, если $K \ll 1$, а при $K > 1$ она оказывает основное влияние на траекторию движения частицы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 14-01-00892, 14-01-00818).

Список литературы

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Т.1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Ганиев Р.Ф., Украинский Л.Е. Динамика частиц при воздействии вибраций. – Киев: Наукова думка, 1975. 168 с.
3. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука. 1974. 503 с.

РАСХОД НЕСВЯЗНЫХ ВЛЕКОМЫХ НАНОСОВ В СПОКОЙНЫХ ПОТОКАХ

И. И. Потапов

Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

Выполнена обзорная работа по популярным моделям движения влекомых наносов. Для представленных моделей получена верхняя и нижняя оценка достоверности расхода влекомых наносов при различных значениях параметра Шильдса. Показано, что в естественных условиях аналитическая модель Петрова позволяет получить верхнюю и нижнюю оценку достоверности расхода влекомых наносов. Откуда следует, что модель Петрова обобщает всю выборку анализируемых моделей влекомых наносов. Проведен анализ влияния физико-механических и гранулометрических параметров модели Петрова на предельные кривые расхода влекомых наносов.

Работа выполнена при финансовой поддержке комплексной программы фундаментальных исследований ДВО РАН, раздел 5.1.8 грант 15-I-4-070

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта № 15-05-07594).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОД КАВИТАЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ НАЛИЧИИ В СИСТЕМЕ ИСКУССТВЕННОЙ КАВЕРНЫ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЧИСЛОМ КАВИТАЦИИ

В. В. Прокофьев, И. И. Козлов, С. А. Очеретяный

Институт механики МГУ, Москва

В Институте механики МГУ было проведено экспериментальное моделирование течения с образованием искусственной вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации, для которой характерно наличие вогнутой, неустойчивой (по Релею-Тейлору) границы [1].

При подаче газа в каверну превышающей поддувы, необходимые для создания стационарной каверны в некоторых случаях возникают автоколебательные режимы. Условия экспериментального исследования при этом принципиально меняются, так как колебания давления распространяются вверх по магистралям, подающих в установку воду и воздух. Проведенные авторами ранее исследования на плоской струйной установке [2], показали, что при одинаковых расходонапорных характеристиках могут реализовываться различные автоколебательные режимы.

В докладе представлены результаты экспериментальных исследований влияния акустических характеристик подводящего трубопровода на возникновение различных режимов кавитационных автоколебаний. Исследования с помощью скоростной видеокамеры (9000 кадр/с) с одновременной синхронной записью пульсаций давления в каверне и в гидравлической системе позволили исследовать детали колебательного процесса. Показано, что физика процесса для различных частотных режимов одинакова, скорость распространения волн в струйном течении в основном определяется числом кавитации (по среднему давлению в каверне), отличие частотных режимов характеризуется количеством волн по длине струи. Минимальная частота соответствует одноволновому режиму. Предложена методика, где для оценки этой частоты требуется знание только геометрии течения.

Список литературы

1. Козлов И. И., Прокофьев В. В. *Унос газа из вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации*. Изв.РАН. МЖГ. 2001. № 5.
2. Козлов И. И., Очеретяный С. А., Прокофьев В. В. *Автоколебательные режимы в жидкой струйной завесе, разделяющей газы с различными давлениями*. Изв.РАН. МЖГ. 2013, № 6, С. 33–43.

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДВУХСЛОЙНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРИ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСЕ ЧЕРЕЗ ПОВЕРХНОСТЬ РАЗДЕЛА

Е. В. Резанова^{1,2}, И. А. Шефер³

¹Алтайский государственный университет, Барнаул

²Институт теплофизики, Новосибирск

³Сибирский федеральный университет, Красноярск

Необходимость моделирования двухфазных течений с учетом испарения и прогнозирования динамики жидкостей возникает при разработке теплоэффективных систем охлаждения микро- и миниэлектронного оборудования, а также при подготовке новых экспериментов по конвекции жидкости в условиях пониженной и нормальной гравитации. Одним из важнейших вопросов экспериментального и теоретического исследования является поиск условий реализации устойчивых режимов течений.

В настоящей работе изучена динамика течения, а также процессы теплопереноса в двухслойной системе “жидкость-газ” в полной постановке с учетом испарения на границе раздела. Для описания стационарного течения использована аппроксимация Буссинеска уравнений Навье-Стокса, дополненная учётом эффектом Дюфура в газе. На термокапиллярной границе раздела, остающейся недеформированной, требуется выполнение кинематического и динамического условий, непрерывности скоростей и температуры, условия для тепловых потоков с учетом массопереноса, баланса массы и соотношения для концентрации насыщенного пара. Построено новое точное решение, являющееся аналогом решения Остроумова-Бириха, позволяющее моделировать течения для двух типов условий для концентрации пара на верхней твердой стенке, а также исследовать степень влияния эффекта Дюфура на характеристики течений. Данное решение характеризуется линейной зависимостью температуры, давления и концентрации относительно продольной координаты, векторы скорости для обеих сред имеют нулевую вертикальную составляющую и зависят только от поперечной координаты. Изучены возникающие режимы течения и его характеристики, условия возникновения возвратных течений, интенсивность испарения при различных значениях уровня гравитации, продольного температурного градиента, расхода газа, высоты жидкого слоя. Проведено сравнение полученных данных с экспериментальными результатами для систем “HF7100-азот” и “этанол-воздух”.

Исследована устойчивость полученного точного решения. На основе метода линеаризации доказана устойчивость течения относительно длинноволновых возмущений и установлено, что потенциально наиболее опасным является гидродинамический механизм. Для системы “HF7100-азот” численно исследовано влияние расхода газа и продольного градиента температуры на нижней стенке канала на характеристики возникающих возмущений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-08-00163).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЖИДКОСТИ С ПЛАВАЮЩИМИ В НЕЙ ТЕЛАМИ

Т. С. Рейн

Кемеровский государственный университет, Кемерово

При моделировании движения морских объектов (танкеров, платформ, понтонов и т.п.) одной из важнейших задач является оценка воздействия на них поверхностных волн. Вопросам взаимодействия волн с препятствиями посвящено большое количество работ, что свидетельствует о важности и актуальности проблемы. Большая часть теоретических исследований описывает данные процессы, используя двумерную потенциальную модель идеальной несжимаемой жидкости [1]. Использование же полной системы уравнений движения, уравнения неразрывности дает возможность проводить всестороннее исследование течений на всех стадиях вычислительного эксперимента, включая этапы обрушения жидкости, сопровождающиеся нарушением связности расчетной области, а также процессов образования вихрей и последующих возникновений турбулентных режимов течений с возможным взаимным перемешиванием слоев жидкости. К концу XX века для моделирования неустановившихся физических явлений создан класс сеточных методов, основным недостатком которого является невозможность проведения численного расчета при больших деформациях сетки. В настоящее время развитие получили бессеточные методы, которые аппроксимируют уравнения в частных производных, основываясь только на наборе узлов, без знания дополнительной информации о структуре сетки. Первыми из бессеточных методов нового поколения появились условно-бессеточный метод конечных элементов (MFEM) и метод естественных соседей (Natural Element Method). Метод естественных соседей был предложен Л. Траверсоном в 1994 году для решения задач теории пластичности. Авторами [2] NEM был адаптирован к решению задач механики жидкости. В докладе представлена попытка применить метод естественных соседей к решению так называемых задач «плескания жидкости» (sloshing). В качестве модельной, была выбрана задача о колебании жидкости в замкнутой, плавающей в бассейне цистерне. Высокая точность метода NEM, а также легкость введения граничных условий, позволяет определять гидродинамические нагрузки на твердые стенки. Найденные значения нагрузок позволяют моделировать движение жидкости в цистерне. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными и расчетами других авторов позволит сделать вывод об эффективности рассматриваемого метода для решения подобного класса задач.

*Работа выполнена в рамках задания № 2014/64 на выполнение государственной работы «Организация проведения научных исследований».

Список литературы

1. Хажоян М.Г., Хакимянов Г.С. Численное моделирование взаимодействия поверхностных волн с подводными препятствиями // Вычислительные технологии, 2003. Т. 8. С. 108–123.
2. Афанасьев, К.Е. Моделирование задач гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами бессеточным методом естественных соседей / К.Е. Афанасьев, Т.С. Рейн // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. № 4. С. 7–24.

ОБРАБОТКА ДАННЫХ КОСМИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ИЗМЕРЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИФФУЗИИ И СОРЕ В ТРОЙНЫХ СМЕСЯХ

И. И. Рыжков¹, О. А. Хлыбов², Т. П. Любимова²

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Термодиффузией (или эффектом Соре) называют возникновение потока массы компонентов смеси под действием разности температур. В отличие от диффузии, которая вызывает перемешивание компонент смеси на молекулярном уровне, термодиффузия стремится разделить эти компоненты. Этот эффект играет важную роль в ряде природных и технологических процессов [1].

Для описания и предсказания процессов разделения необходимо знать коэффициенты диффузии и термодиффузии (или коэффициенты Соре). Для измерения этих коэффициентов в тройных смесях проводится серия экспериментов на Международной космической станции в рамках проекта ДСМИКС начиная с 2011 года. Условия невесомости позволяют обеспечить чисто диффузионный теплоперенос в отсутствие конвекции, что является необходимым условием точного измерения коэффициентов. На первом этапе проводились измерения в тройной смеси углеводородов тетралин / изобутилбензол / додекан с различными массовыми долями компонентов. Указанные компоненты являются представителями основных групп химических соединений, входящих в состав нефти: нафтеновые, ароматические, парафиновые.

Измерение коэффициентов переноса проводилось методом цифровой оптической интерферометрии в ячейке, горизонтальные стенки которой поддерживались при различных температурах. Этот метод позволяет определить поле концентраций на основе анализа интерференционных картин, полученных в результате интерференции объектного пучка лазерных лучей, проходящего через ячейку, и опорного пучка, проходящего мимо ячейки (заметим, что показатель преломления зависит от концентрации). Под действием градиента температуры происходит термодиффузионное разделение смеси, после чего градиент температуры снимается и компоненты вновь перемешиваются благодаря диффузии. Коэффициенты диффузии и Соре определяются в результате решения обратной задачи путем сопоставления теоретических профилей концентрации с экспериментальными данными.

В работе был усовершенствован метод решения обратной задачи с целью учета пространственной неоднородности профилей концентрации и определены коэффициенты диффузии и Соре в смеси тетралин / изобутилбензол / додекан для различных исходных составов [2].

Работа выполнена при поддержке ФГУП ЦНИИмаш.

Список литературы

1. Рыжков И. И. *Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость*. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013. 200 с.
2. Khlybov O.A., Ryzhkov I.I., Lyubimova T.P. *Contribution to the benchmark for ternary mixtures: measurement of diffusion and Soret coefficients in 1,2,3,4-tetrahydronaphthalene, isobutylbenzene, and dodecane onboard the ISS*. *Europ. Phys. J. E*. 2015. Accepted, in press.

АВТОКОЛЕБАНИЯ В КАНАЛАХ ПЕРЕПУСКА ВОЗДУХА АВИАЦИОННЫХ ДВУХКОНТУРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

А. Н. Саженов, А. А. Алексенцев, С. В. Сухинин

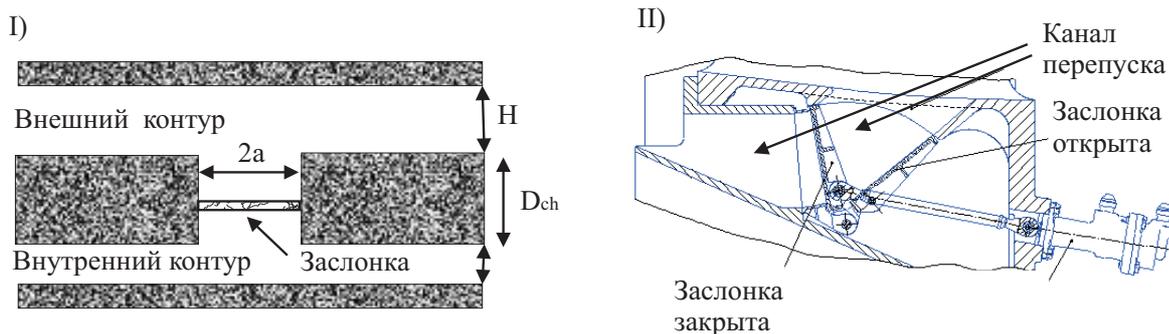
ОАО «Авиадвигатель», Пермь

ПНИПУ, Пермь

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Генеральной тенденцией развития турбореактивных двухконтурных двигателей для гражданской авиации является повышение степени двухконтурности. Реализация этой тенденции объективно ведет к увеличению размеров внешнего контура двигателя. Для повышения давления рабочего цикла турбомшины после вентилятора устанавливаются подпорные ступени. Для обеспечения устойчивой работы подпорных ступеней во всем диапазоне режимов двигателя, как правило, осуществляют перепуск воздуха из подпорных ступеней во внешний контур двигателя. С точки зрения теории акустики внешний и внутренние контуры турбомашин, являются кольцевыми каналами, и представляют собой волноводы для акустических волн. Каналы перепуска при открытых заслонках связывают эти кольцевые волноводы между собой. При перекрытии каналов перепуска при помощи заслонок в конструкции ряда авиационных двигателей (CFM56, GE-90, ПС-90А) образуются резонансные полости открытые в соответствующий кольцевой канал.

Проведены теоретические и экспериментальные исследования аэроакустических осе-радиальных резонансных колебаний в каналах перепуска воздуха из подпорных ступеней во внешний контур авиационных двухконтурных двигателей. Для двигателя ПС-90А при помощи численно-аналитических методов определены частоты резонансных акустических колебаний для низших мод открытых и закрытых каналов перепуска. В результате экспериментальных исследований обнаружены аэроакустические резонансные явления в полостях каналов перепуска этого двигателя. Данные численно-аналитических и экспериментальных исследований резонансных явлений в полостях каналов перепуска ПС-90А удовлетворительно совпадают. Аэроакустические резонансные явления в каналах перепуска из подпорных ступеней авиационного двухконтурного двигателя изучаются впервые.

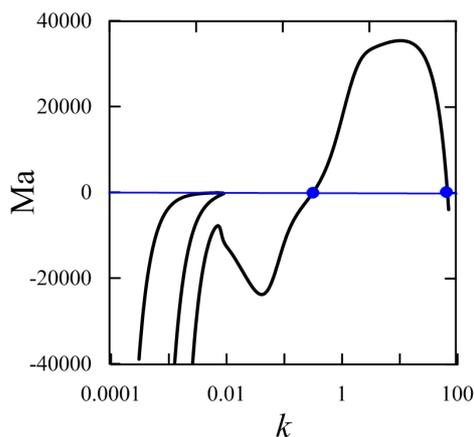


КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЯ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ДЕФОРМИРУЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ

А. Е. Самойлова, Н. И. Лобов, Д. В. Любимов

Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь

Исследуется тепловая конвекция в плоском слое жидкости, расположенном между двумя границами: свободной и деформируемой верхней и твердой нижней. Слой находится в поле вертикального градиента температуры; нижняя граница считается идеально теплопроводной, теплоотдача с верхней границы происходит по закону Ньютона. Ранее авторами изучалась конвекция Рэлея-Бенара (при учете термокапиллярного эффекта) в рамках небуссинесковской модели, предложенной Д. В. Любимовым в работе [1]. Эта модель позволяет исследовать влияние деформируемости на тепловую конвекцию в слое изотермически несжимаемой жидкости, учет плавучести производится в уравнениях конвекции не только в слагаемом с подъемной силой, но и в других слагаемых (например, в условии непрерывности); уравнение состояния задается в экспоненциальном виде. В ходе линейного анализа колебательной моды устойчивости была получена следующая нейтральная кривая (зависимость числа Марангони от волнового числа):



Она получена для значений параметров, отвечающих невесомости. Таким образом, жирные точки на этой кривой отмечают возникновение неустойчивости в отсутствие основных механизмов, вызывающих её: термокапиллярного эффекта и гравитации. Авторами была подробно исследована эта новая колебательная мода неустойчивости. Показано, что механизм возникновения данной неустойчивости имеет невязкую природу и связан с "раскачкой" капиллярных волн из-за теплового расширения жидкости.

Список литературы

1. Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Alexander Iwan J. D. and Lobov N. I. *On the Boussinesq approximation for fluid systems with deformable interfaces*. Adv. Space Res. 1998. V. 22. N 8. P. 1159–1168.

КОНВЕКЦИЯ МАРАНГОНИ В ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. Е. Самойлова¹, С. В. Шкляев²

¹Пермский государственный национальный исследовательский университет,
Пермь

²Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Рассматривается тонкий слой несжимаемой жидкости со свободной деформируемой поверхностью, расположенный на теплоизолированной подложке и находящийся в поле тяжести и вертикального градиента температуры. В такой системе при определенных условиях (слабая теплоотдача со свободной поверхности и возможность существенной деформации свободной поверхности) в длинноволновом приближении была обнаружена новая колебательная мода конвекции Марангони в работе [1].

Проводится исследование конвекции Марангони в вышеописанной системе с целью подтверждения существования новой моды и определения реальных физических условий, при которых можно наблюдать эту неустойчивость в эксперименте. Во-первых, численно проведен линейный анализ устойчивости тонкой пленки по отношению к малым возмущениям с произвольным волновым числом (см. [2]). Подтверждено существование новой колебательной моды; в области параметров задачи, где применимо длинноволновое приближение, результаты из работы [1] полностью совпадают с результатами наших расчетов. Во-вторых, ход рассуждений из вышеупомянутой работы распространен на двухслойную систему: в рассмотрение добавлен слой газа над тонкой пленкой, при этом граница раздела считается существенно деформируемой, а газ – слабо проводящим тепло. В рамках длинноволнового приближения получены амплитудные уравнения, описывающие эволюцию толщины пленки жидкости и средней температуры в ней. В линейном порядке эти уравнения совпадают в точности до переобозначения (параметр Био, характеризующий теплоотдачу со свободной поверхности в однослойной модели, заменяется на комбинацию отношений толщин и теплопроводностей жидкости и газа в двухслойной модели) с теми, что были получены ранее в рамках однослойного подхода. Однако двухслойный подход выявил существенное ограничение на толщину слоя газа над пленкой жидкости: новая мода существует при условии, когда слой газа по толщине не намного превосходит слой жидкости. Приведены оценки реальных условий, при которых в эксперименте может наблюдаться эта мода неустойчивости Марангони.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00148.

Список литературы

1. S. Shklyayev, M. Khenner, and A. A. Alabuzhev *Long-wave Marangoni convection in a thin film heated from below*. Phys. Rev. E. 2012. V. 85. N. 1. P. 016328
2. А. Е. Самойлова and N. I. Lobov *On the oscillatory Marangoni instability in a thin film heated from below*. Phys. Fluids. 2014. V. 26. N. 6. P. 064101

ИНДУКЦИОННЫЙ НАГРЕВ И КАПЕЛЬНАЯ ДЕСТРУКЦИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКОВ В ПЕРЕМЕННОМ АКСИАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. В. Синяев¹, А. Г. Анисимов², А. Д. Матросов², С. И. Володченков³

¹НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета, Томск

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

³РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров

Процессы быстрого индукционного нагрева ансамблей тонкостенных короткозамкнутых проводников могут найти применение в различных технологических процессах, включая многоочаговое дистанционное зажигание реакционно способных составов. В отличие от режимов электровзрыва проводников изучаемые процессы протекают при относительно малой удельной мощности омического нагрева и завершаются мелкодисперсной деструкцией проводников в жидком агрегатном состоянии.

По принципу действия капельная деструкция проводника включает в себя процессы, характерные как для плавкого предохранителя, так и для электродинамического размыкателя тока. В отличие от ранее проведенных исследований по электро-контактным схемам генерации металлического спрея [1], в настоящем сообщении приводятся результаты опытно-расчетных исследований индукционного бесконтактного электроимпульсного воздействия на проводники переменным магнитным полем, генерируемым при разряде конденсаторной батареи через катушку-соленоид [2]. Такой дистанционный способ нагрева и капельной деструкции проводников не требует обеспечения надежных электрических контактов для каждого диспергируемого проводника. Поэтому индукционный нагрев целесообразно применять в тех процессах, где необходима деструкция большого количества объемно распределенных проводников, в том числе и весьма малых размеров.

В работе приводятся результаты анализа опытных данных, полученных на модельной установке. Результаты численного моделирования сопоставляются с результатами экспериментов. Обсуждаются возможные механизмы капельной деструкции проводников в результате развития МГД-неустойчивостей в жидком агрегатном состоянии под действием сжимающе-растягивающей электромагнитной силы.

Работа частично выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 2014/223 (код проекта 2382).

Список литературы

1. Синяев С. В., Анисимов А. Г., Жаровцев В. В., Матросов А. Д. *Динамические процессы в баллистических установках при плазмозамещающей технологии электротермохимического зажигания пороховых зарядов с высокой плотностью заряжения*. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Часть 5. С. 2493–2495.
2. Синяев С. В., Володченков С. И. *Импульсный индукционный нагрев полых тонкостенных цилиндрических проводников в магнитном поле соленоида в режимах многоочагового зажигания метательных зарядов*. Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 6 (26). С. 96–105.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДОННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ В НИЖНЕМ БЪЕФЕ ГИДРОУЗЛА

К. С. Снигур

Вычислительный центр ДВО РАН, Хабаровск

В работе предложена двумерная по пространству математическая модель, описывающая профильное движение гидродинамического потока по песчаному дну и возникающие под воздействием потока деформации донной поверхности. Отличием предложенной модели от моделей других авторов является отсутствие феноменологических параметров, связанных с морфологическим процессом. Все используемые в модели феноменологические параметры относятся к гидродинамической части модели.

Математическая модель включает следующие уравнения: уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости, уравнение переноса концентрации частиц в потоке, уравнение Эскенера и оригинальную формулу расчета расхода влекомых наносов. Гидродинамические уравнения и уравнение переноса концентрации регуляризируются по технологии, описанной [2]. Используемая формула расхода влекомых наносов [3] учитывает влияние морфологии дна, физико-механических и гранулометрических параметров донного материала на процесс транспорта влекомых наносов. Достоинством данной формулы является отсутствие в ней феноменологических параметров.

Для верификации предложенной модели было выполнено решение модельной русловой задачи о размыве песчаного дна канала под воздействием осветленного гидродинамического потока. Все физико-механические и гранулометрические параметры были взяты из экспериментальной работы [1]. Результаты расчеты сравнивались с экспериментальными данными [1] и результатами расчетов по одномерной математической модели [4]. Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ (грант № 15-05-07594) и комплексной программы фундаментальных исследований ДВО РАН (раздел 5.1.8 грант 15-I-4-070).

Список литературы

1. Wu W. *CSCHE2D sediment transport model. Technical manual*. National center for computational hydroscience and engineering. The university of Mississippi. 2001. Technical report № NCCHE-TR-2001-3, 2001. 45 p.
2. Елизарова Т. Г., Серегин В. В. *Квазигидродинамические уравнения и аппроксимационная формула для объемной вязкости* Вестн. Моск. Ун-та. Серия 3. Физика. Астрономия. 2006. № 1. С. 15–18.
3. Петров П. Г. *Движение сыпучей среды в придонном слое жидкости* ПМТФ. 1991. № 5. С. 72–75.
4. Потапов И. И., Снигур К. С. *Анализ деформаций несвязного дна канала в нижнем бьефе гидроузла* Вычислительные технологии. 2011. Т. 16. № 4. С. 114–119.

СРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ТВЕРДЫХ И РАСТВОРИМЫХ МАРКЕРОВ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ

Е. В. Степанова

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва

Исследования процессов переноса, происходящих в различных течениях, играют важную роль для наиболее полного понимания их структуры. Составной вихрь описывается во многих современных теоретических и экспериментальных работах. Постановка задачи, как правило, задает вихрь в замкнутом пространстве, например в цилиндрическом сосуде с твердыми стенками и крышкой. Не смотря на то, что данная тема является актуальной, работ, в которых задача рассматривается с наличием свободной поверхности не так много.

Экспериментальное изучение составного вихревого течения со свободной поверхностью проводится на уникальном стенде «Вихревые течения с кручением» (ВТК) УСУ «ГФК ИП-Мех РАН». Экспериментальный стенд – прозрачный бассейн из полиметилметакрилата, внутри которого размещен вертикальный цилиндрический контейнер. Сверху объем жидкости контактирует с воздухом. Индуктором вихревого течения служит диск, вращающийся в центре дна цилиндрического контейнера. Картина течения регистрируется одновременно в трех взаимно перпендикулярных плоскостях с помощью фото или видеоаппаратуры.

Проведены эксперименты по определению основных характеристик процесса распространения растворимой примеси в толщу жидкости в составном вихревом течении, а также по изучению перемещения твердотельных маркеров положительной плавучести вдоль свободной поверхности такого течения. С использованием традиционного метода подкраски получены данные, позволяющие сделать вывод о различии размеров областей, где изменение скорости жидкости происходит по линейному закону в зависимости от расстояния до вертикальной оси вращения (как в моделях вихря Рэнкина [1] и Кистовича [2]) и центральной окрашенной области. Использование методов фотометрии позволило получать данные без использования дополнительных измерительных элементов [3]. Перенос твердотельных маркеров различных размеров и свойств нередко рассматривается в работах по экологии и другим разделам наук, что подтверждает актуальность исследования характеристик перемещения маркеров положительной плавучести вдоль свободной поверхности вихревого течения.

В результате проведенных исследований выяснены основные характеристики перемещения твердых маркеров вдоль свободной поверхности, их положение на поверхности и обращение вокруг собственного центра масс, произведена оценка размера маркера, критического для проявления масштабных эффектов. Дополнительные опыты по визуализации перемещения комбинированного маркера по свободной поверхности показали, что закономерности распространения растворимого маркирующего вещества и движения твердотельного маркера по свободной поверхности существенно различаются. В ходе работы над методикой обработки данных получены результаты, позволяющие применять ее к более широкому кругу задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 14-05-00714-а).

Список литературы

1. Rankine W. J. M. *Miscellaneous scientific papers*. Charles Griffin and company. London. 1881. P. 567.
2. Чашечкин Ю. Д., Кистович А. В. *Деформация свободной поверхности жидкости в цилиндрическом сосуде примыкающим составным вихрем*. Доклады РАН. 2010. Т. 432. № 1. С. 50–54.

3. Степанова Е. В., Чашечкин Ю. Д. *Перенос маркера в составном вихре*. Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 6. С. 12–29.

О СМЕНЕ РЕЖИМОВ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ–ШОУ

И. В. Степанова¹, А. А. Чесноков^{2,3}

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Новосибирский государственный университет

³Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе выведены нелинейные уравнения, описывающие движение неоднородной вязкой несжимаемой жидкости в ячейке Хеле–Шоу [1]. Модель может быть использована для описания течения многокомпонентной жидкости или смесей, в которых вязкость и плотность зависят от концентрации, переносимой вдоль траекторий.

Рассмотрен класс слоистых течений, описываемых выведенной моделью в длинноволновом приближении. Предложены модификации полученных уравнений, основанные на линеаризации исходной системы и использовании линейного закона Дарси [2]. На основе редуцированных моделей произведен численный расчет положения границы раздела и выполнено сравнение результатов расчета по двум моделям. Показано, что упрощенные модели правильно передают известные факты о неустойчивости границы раздела двух жидкостей, движущихся с разными скоростями и имеющими разные физические свойства.

Определен класс стационарных сдвиговых течений, допускаемых моделью и позволяющих оценить влияние сил инерции, плотности и вязкости на развитие течения. Полученные режимы течения исследованы на устойчивость относительно малых возмущений с помощью линейного анализа. Построенные карты устойчивости течений (зависимости мнимой части фазовой скорости от волнового числа) позволяют сравнить вязкие режимы течения с течениями идеальной жидкости и сделать выводы о том, что двухслойное течение Хеле–Шоу жидкости постоянной плотности может быть устойчиво для длинноволновых возмущений. Учет коэффициента $6/5$ при конвективных слагаемых, который часто полагают равным единице, меняет качественное поведение дисперсионных кривых в случае небольшой разницы в скоростях движения слоев, при этом области наибольшего нарастания возмущений находятся в среднем диапазоне длин волн, а длинноволновые и коротковолновые возмущения нейтрально устойчивы. В случае стратификации жидкости по плотности можно отметить, что невязкое течение может быть устойчиво для некоторых значений параметров, для вязкой жидкости область устойчивости значительно расширяется.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 13-01-00249 и 14-01-31038).

Список литературы

1. Gondret P., Rabaud M. *Shear instability of two-fluid parallel flow in a Hele-Shaw cell*. Phys. Fluids. 1997. V. 9. P. 3267–3272.
2. Homsy G. M. *Viscous fingering in porous media*. Annu. Rev. Fluid Mech. 1987. V. 19. P. 271–311.

КВАЗИСОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ФИГУРЫ ХЛАДНИ КРУГОВЫХ И КОЛЬЦЕВЫХ ПЛАВАЮЩИХ ПЛАСТИН

С. В. Сухинин, В. О. Шемелина

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В рамках теории длинных волн на мелкой воде проведены численно-аналитические исследования собственных и квазисобственных изгибно-гравитационных колебаний круглых и кольцевых упругих плавающих на поверхности жидкости пластин. Для ограниченного и неограниченного бассейнов проведены исследования зависимости собственных и квазисобственных частот от геометрических параметров области колебаний. Изучено влияние неровностей на дне на собственные и квазисобственные частоты и функции.

В работе приняты предположения: граница пластины свободна от перерезывающих сил и изгибного момента; жидкость однородная, несжимаемая и невязкая; между пластиной и контактной поверхностью пространства нет. Область воды делится на область под пластиной и открытую воду. Для решения задачи колебания предполагаются установившимися $\Phi(r, \theta, t) = \phi(r, \theta)e^{-i\omega t}$, где ω – собственная частота, Φ – потенциал скорости. Для установившихся колебаний основное уравнение в области пластины имеет вид:

$$\left[D\Delta^3 + \rho g \left(1 - \frac{\omega^2 M}{\rho g} \right) \Delta + \rho g K^2 \right] \phi = 0. \quad (1)$$

где D – изгибная жесткость пластины, M – масса на единицу поверхности, g – гравитационное ускорение, K – волновое число. В области открытой воды потенциал скорости удовлетворяет уравнению Гельмгольца при условии излучения. Используются представления решений в виде рядов Фурье.

В настоящей работе представлена методика численно-аналитических исследований собственных и квазисобственных изгибно-гравитационных колебаний плавающих круглых и кольцевых пластин в бассейнах с осевой симметрией в рамках линейной теории в приближении длинных волн на мелкой воде. Проведены исследования зависимости собственных частот от размеров бассейна, от изменения радиуса пластины и от геометрических размеров неровностей дна. При помощи разработанных в работе численно-аналитических методов проведены исследования зависимости от геометрических параметров задачи вида собственных и квазисобственных изгибно-гравитационных колебаний для первых мод.

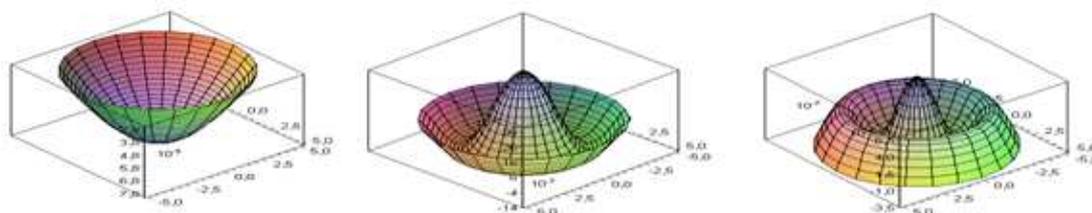


Рис. 1. Вид смещения пластины для бассейна бесконечного радиуса, при значении квазисобственных частот, соответствующих индексам $(1,0)$, $(2,0)$, $(3,0)$, где для (s,n) индекс s – номер решения (гармоники), индекс n – угловой порядок моды.

ДРЕЙФ И ДВИЖЕНИЕ ПРОТИВ ВОЛН СУДНА С ЖЕСТКО ЗАКРЕПЛЕННОЙ НА КОРПУСЕ ПЛАСТИНОЙ-ВОЛНОДВИЖИТЕЛЕМ

А. К. Такмазьян, В. В. Прокофьев, С. А. Очеретяный, Е. В. Филатов

Научно-Исследовательский Институт Механики Московского Государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва.

Идея использования энергии морских волн для движения судов возникла в конце 19 века. В середине 30-х годов XX века профессор Ленинградского кораблестроительного института Г.Е. Павленко была высказана и математически обоснована идея использования энергии качки для движения судна. В качестве движителей предлагалось использовать жесткие поворачивающиеся крылья, установленные вдоль бортов в подводной части корпуса судна. В настоящее время известно много схем и конструкций волновых движителей, использующих этот принцип.

Существенное отличие обсуждаемого в докладе волнового движителя в том, что механизм создания силы тяги не связан с качкой, а лишь с взаимодействием волн с элементами конструкции судна. Отправной точкой исследования явилась работа профессора МГУ Ю.Л. Якимова, где описана идея использования импульса падающей жидкости при опрокидывании морских волн для движения судна. В настоящей работе в качестве модели движителя используется погруженная в жидкость наклонная пластина, жестко скрепленная с корпусом судна. На первом этапе исследовалась пластина, закрепленная на свободно перемещающейся вдоль волнового канала тележке. На втором была построена модель судна-катамарана, оснащенная наклонной пластиной, установленной между корпусами. Большая длина корпусов обеспечивала отсутствие килевой качки, при этом, в отличие от тележки, имела место вертикальная качка, вызванная взаимодействием волн с пластиной. Параметры пластины, угол наклона, длина пластины, вертикальное положение относительно поверхности воды варьировались.

Опыты показали, что в большом диапазоне параметров имеет место эффект движения судна против волн, причем средняя скорость немонотонно зависит от длины волн: имеются максимум и минимум, зависящие от параметров. Имеется оптимальное заглубление пластины-волнодвижителя, при котором скорость движения против волн максимальна. При возвышении кромки пластины над уровнем невозмущенной поверхности жидкости скорость судна меняет знак. Здесь имеется область гистерезиса: направление движения зависит от начальной скорости модели. Для волн оптимальной длины, обеспечивающей максимум средней скорости движения против волн, измеренные модули скорости движения по волнам и против волн примерно одинаковы и близки по величине скорости жидкости на поверхности жидкости в волновом движении, что может служить подтверждением эффективности волнодвижителя.

Все наблюдаемые в эксперименте эффекты, включая эффект гистерезиса, получены также и в численном моделировании, проведенном в пакете XFlow, в решателе которого используется бессеточный метод решетки Больцмана.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00413).

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛООБМЕНА В МИКРОКАНАЛАХ

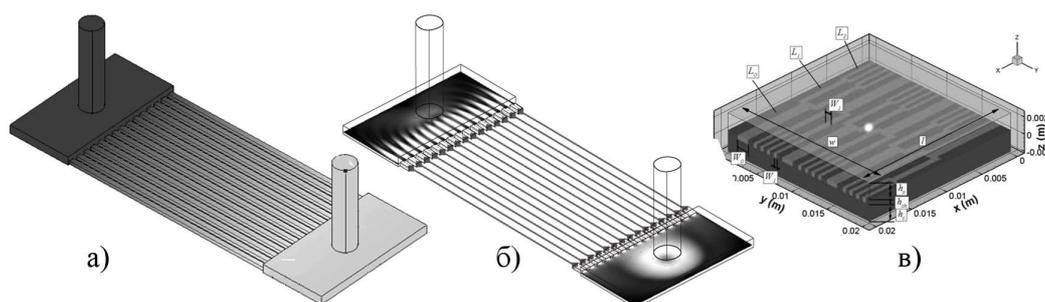
С. А. Филимонов¹, А. А. Дектерев², А. В. Минаков³

¹ООО "ТОРИНСК Красноярск

²Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

³ФГАОУ ВПО Сибирский федеральный университет, Красноярск

В работе предложен новый гибридный подход для решения разномасштабных моделей гидродинамики с учетом теплообмена различных гидравлических системах. Предложенный подход основан на представлении части элементов модели в виде сетевых элементов, решение задачи распределения потоков в которых выполнено на базе теории гидравлических цепей (ТГЦ), а течение в остальных элементах рассчитывается при помощи пространственных методов вычислительной гидродинамики. Реализация предложенного в работе гибридного алгоритма основана на базе программного пакета SigmaFlow [1]. В работе приведены результаты тестирования предложенного гибридного подхода. Первым примером является задача о нагреве жидкости при течении через ряд (15) прямых микроканалов. Для апробации предложенного метода было построено два варианта модели: полностью пространственный (см рис. 1а) и гибридный (см рис. 1б). Проводилось сравнение перепада давления на входе и выходе и нагрева жидкости как с экспериментальными данными [2].



Второй тест - задача об охлаждении электронного чипа системой разветвленных микроканалов (см. рис 1в), предложенная в работе [3]. Особенностью данного теста является наличие сопряженного теплообмена. Результаты обоих тестов доказали допустимость применения данного подхода, а так же его высокую эффективность с точки зрения вычислительных затрат.

Список литературы

1. Дектерев А.А., Гаврилов А.А., Минаков А.В. *Современные возможности CFD кода SigmaFlow для решения теплофизических задач*. Сборник статей. Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. 2010. Т. 4. № 2. С.117–122,
2. Sameer Khandekar, Gaurav Agarwal, Manoj Kumar Moharana *Thermo-Hydrodynamics of Developing Flow in a Rectangular Mini-Channel Array*. Pp. 1342-1349, 2010
3. Xiang-Qi Wang, Arun S. Mujumdar, Christopher Yap. *Thermal characteristics of tree-shaped microchannel nets for cooling of a rectangular heat sink*. International Journal of Thermal Sciences. 2006. Vol. 45. Pp. 1103–1112.

ГЕМОДИНАМИКА СОСУДОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА

А. К. Хе^{1,2}, А. В. Чеботников¹, А. А. Черевко^{1,2}, А. П. Чупахин^{1,2}, А. А. Янченко²,
А. Л. Кривошапкин³, К. Ю. Орлов³

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

³НИИ патологии кровообращения - клиника им. ак. Е. Н. Мешалкина

Исследование гемодинамики сосудов головного мозга представляет собой фундаментальную задачу гидродинамики сложных сред, имеющую важные приложения в нейрохирургии. Аномалии сосудистой системы мозга, такие как артериовенозные мальформации (АВМ, отсутствие капиллярной части сети сосудов), церебральные аневризмы (ЦА, локальное выпячивание одного из слоев стенки артерии) представляют большую опасность для здоровья человека. Достижения медицины последнего времени - томография разных видов (магнитно-резонансная, рентгеновская, ангиография), эндоваскулярная (внутрисосудистая) хирургия дает возможность использования в нейрохирургии методов математического моделирования, основанных на исследовании механики и физики сложной среды мозга. Адекватные математические модели гемодинамики мозга, описывающие изменения параметров кровотока во время операции, должны строиться на экспериментальных (клинических) данных.

Ученые ИГиЛ СО РАН и нейрохирурги ННИИПК проводят мониторинг параметров кровотока (скорости и давления) в сосудах головного мозга во время реальных нейрохирургических операций. Для этого используется аппарат Volcano ComboMap, снабженный внутрисосудистым датчиком ComboWire (диаметр 0.3 мм), измеряющий давление (пьезоэлектрический датчик) и скорость (доплерометрия) с высокой точностью. Измерения проводились на ряде операций как, в сосудах подходящих к аномалии, так и отходящих от нее; в артериях, венах и синусах головного мозга; во время операций по эмболизации АВМ и ЦА (установка спиралей и стентов) [1].

Полученные клинические данные являются основой построенных математических моделей гемодинамики АВМ. С помощью расчетов по этим моделям выработаны рекомендации по этапной эмболизации АВМ и радикальности ее заклепки. Показано, что для многоэтапных операций оптимальная эмболизация АВМ в течении одного этапа не должна превышать 60-70%. Превышение этого порога может привести к осложнениям (кровоизлияние) ввиду резкого повышения нагрузки на узел АВМ. Полученные в ходе нейрохирургических операций клинические данные используются при 3D нестационарном численном моделировании операций по установке потокперенаправляющего стента. Полученные экспериментальные (клинические) данные являются новыми, уникальными с точки зрения гемодинамики мозга и находят применение в клинической практике.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00036).

Список литературы

1. Чупахин А. П., Черевко А. А., Хе А. К., Телегина Н. Ю., Кривошапкин А. Л., Орлов К. Ю., Панарин В. А., Баранов В. И. *Измерения и анализ церебральной гемодинамики у больных с сосудистыми мальформациями головного мозга* // Патология кровообращения и кардиохирургия. 2012. № 4. С. 27–31.

КОМПЬЮТЕРНОЕ 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ АНОМАЛИЙ СОСУДОВ ГОЛОВНОГО МОЗГА

А. К. Хе^{1,2}, А. А. Черевко^{1,2}, А. П. Чупахин^{1,2}, А. А. Янченко^{1,2}, А. Л. Кривошапкин³,
К. Ю. Орлов³, Ш. Ш. Элиава⁴, Ю. В. Пилипенко⁴

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

³Новосибирский НИИ патологии кровообращения им. акад. Е. Н. Мешалкина

⁴НИИ нейрохирургии им. акад. Н. Н. Бурденко, Москва

Одной из распространенных аномалий кровеносной системы головного мозга являются церебральные артериальные аневризмы. Сценарий лечения аневризмы зависит от многих факторов и в настоящее время результат операции во многом определяется мастерством оперирующего врача-нейрохирурга. Данная работа направлена на внедрение методов математического моделирования в эту сложную область.

В работе выполнено компьютерное моделирование нестационарной гемодинамики в сосудах с аневризмами. По данным реальных пациентов восстановлена 3D геометрия аномалии, вычислены гидродинамические параметры потока (рис. 1) и деформации и напряжения стенок сосуда. Выполнены расчёты при наличии множественных аневризм и проведено сравнение гидродинамических и механических характеристик для различных конфигураций. Для задания краевых условий используются значения давления и скорости потока крови, измеренные во время операции [1, 2]. Численные расчёты проводятся на базе Информационно-вычислительного комплекса НГУ.

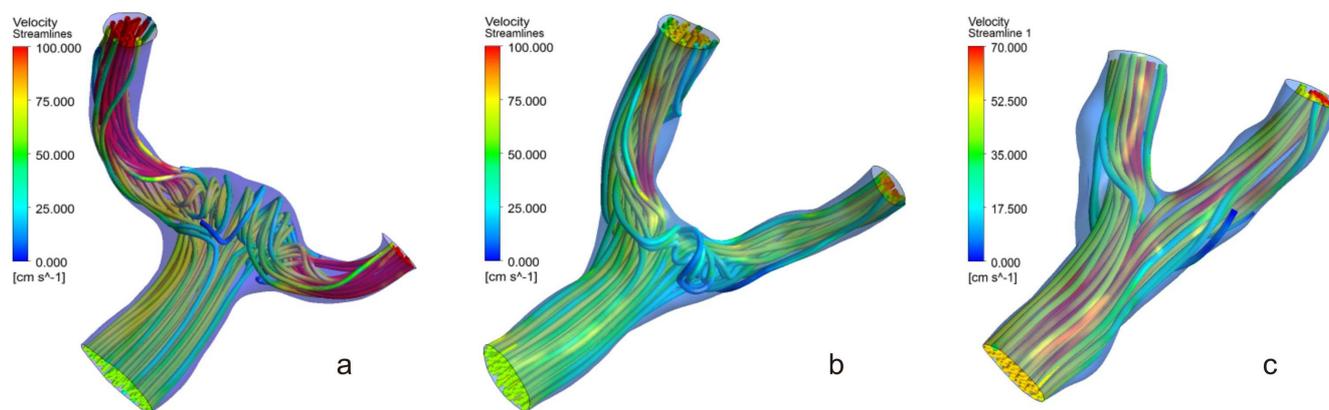


Рис. 1: Линии тока в сосуде: до операции (а), после операции (б), через год (с)

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-01-00036).

Список литературы

1. Чупахин А. П., Черевко А. А., Хе А. К., Телегина Н. Ю., Кривошапкин А. Л., Орлов К. Ю., Панарин В. А., Баранов В. И. Измерения и анализ церебральной гемодинамики у больных с сосудистыми мальформациями головного мозга // Патология кровообращения и кардиохирургия. 2012. № 4. С. 27–31.
2. Орлов К. Ю., Панарин В. А., Берестов В. В., Кривошапкин А. Л., Кислицин Д. С., Чупахин А. П., Баранов В. И., Черевко А. А., Хе А. К., Телегина Н. Ю. Способ интраоперационного доплерографического контроля радикальности эмболизации артерио-венозных мальформаций // Патент РФ № 2511235, МПК: А61В8/06, № 2012123062/14; заявл. 04.06.2012; опубл. 10.04.2014, Бюл. № 10.

К ФОРМИРОВАНИЮ РУДНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ СКАНДИЯ В ОХЛАЖДАЮЩЕМСЯ МАГМАТИЧЕСКОМ РАСПЛАВЕ

В. К. Черепанова^{1,2}, А. Н. Черепанов²

¹Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

²Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО
РАН, Новосибирск

При затвердевании магматических расплавов может происходить их подликвидное расслоение (ликвация). Нами предложена математическая модель динамики сопряженного перемещения фронтов затвердевания, ликвации и вскипания в подобных природных расплавах [1]. Для этого был рассмотрен процесс направленной кристаллизации ликвирующего расплава, занимающего полугораниченную камеру. Состав расплава соответствует области расслоения, и при достижении критического пересыщения исходная гомогенная жидкость распадается на две жидкие фазы. В зависимости от соотношения плотностей каплевидные обособления второй фазы будут двигаться либо вглубь массива, либо к фронту кристаллизации первой (матричной) жидкости. Соответственно, эти капли будут расти, попадая в более холодную, а значит имеющую большее пересыщение, область расплава, или, в противном случае, растворяться. Захват образовавшейся капли фронтом затвердевания магмы зависит от соотношения скоростей движения капли и фронта и от гидрофильности или гидрофобности твердой фазы. Затвердевание капель второй фазы будет происходить при более низкой температуре по мере дальнейшего остывания массива. Для количественного описания кинетики зарождения частиц второй жидкости используется флуктуационная модель, сформулированная в [2]. Условия их захвата движущимся фронтом затвердевания аналогичны схеме, описанной там же. Кроме того, если концентрация растворенного в расплаве газа в процессе диффузии достигает значения насыщения, то в расплаве будут формироваться газовые пузырьки, которые далее поднимаются вверх и будут захвачены фронтом кристаллизации. Таким образом, наличие газовых включений в затвердевшей породе зависит от начальной концентрации растворенного в расплаве флюида. В отношении присутствия жидких включений определяющую роль играет скорость фронта кристаллизации магмы. В численных экспериментах исследовалась динамика фазовых фронтов и их скоростей в зависимости от исходного содержания растворенного флюида для квазибинарной системы $\text{SiO}_2 + \text{Sc}_2\text{O}_3$. Предложенная математическая модель сопряженного перемещения фронтов кипения, ликвирования и кристаллизации магматического расплава позволяет определять состав, количество и размеры газовых и рудных включений в минералах в зависимости от условий смачивания и с учетом седиментации капель.

Список литературы

1. Черепанов А. Н., Черепанова В. К., Шарапов В. Н. *Динамика фронтов кристаллизации, ликвирования и кипения у верхнего контакта плоских интрузивных тел*. Доклады АН. 2004. Т. 396. № 4. С. 535–540.
2. Шарапов В. Н., Черепанов А. Н., Черепанова В. К., Жмодик А. С. *К динамике роста капель рудных расплавов в охлаждающейся базитовой жидкости*. Геохимия. 2000. № 12. С. 1294–1304.

ВЛИЯНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ НАГРУЗКИ НА ПРОГИБ ЛЕДОВОГО ПОКРОВА КАНАЛА

К. А. Шишмарев¹, Т. И. Хабахпашева², А. А. Коробкин²

¹Алтайский государственный университет, Барнаул

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

³Университет Восточной Англии, Норидж, Великобритания

В работе рассматриваются прогибы и напряжения в ледовом покрове канала под действием движущейся локализованной внешней нагрузки. Нагрузка перемещается с постоянной скоростью вдоль центральной линии канала, параллельно стенкам. Прогиб ледового покрова описывается уравнением вязко-упругой пластины [1]. Ледовая пластина приморожена к стенкам канала. С помощью преобразования Фурье вдоль канала рассматриваемая задача сведена к линейной задаче относительно профиля колебаний ледового покрова поперек канала, которая решается разложением по нормальным модам колебаний упругой балки [2]. Обратное преобразование Фурье строится численно.

В системе координат, движущейся совместно с нагрузкой, получено установившееся решение задачи. Определены прогибы и максимальные удлинения в ледовом покрове. Найдены критические скорости движения нагрузки. Проведен анализ полученных результатов в зависимости от изменения физических параметров задачи, таких как ширина и глубина канала, толщина и вязко-упругие характеристики ледового покрова. Особое внимание уделено влиянию изменения коэффициента демпфирования.

Исследовано влияние гидростатического и гидродинамического давления на прогибы и максимальные удлинения в ледовой пластине. Для этого проведено сравнение решений для ледовой пластины на поверхности жидкости со случаем "сухой" упругой пластины.

Список литературы

1. Жесткая В. Д. Численное решение задачи о движении нагрузки по ледяному покрову. ПМТФ, 1998, Т.40, №4. С. 24–31.
2. Korobkin A., Khabakhpasheva T., Papin A. *Waves propagating along a channel with ice cover*. European Journal of Mechanics B/Fluids, 2014. V. 47. С. 24–31.

ДИНАМИКА ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ МИКРОПОЛЯРНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В. В. Шелухин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет

Тория вязкопластической жидкости Бингама обобщается на случай учета микровращений и микроинерции с привлечением понятия континуума Коссера [1]. Напряженное состояние характеризуется как несимметричным тензором Коши, так и тензором моментных напряжений. Поэтому такая жидкость обладает двумя предельными напряжениями, которые определяют условия появления сдвиговых деформаций и неоднородности микровращений. Получены результаты, которые показывают особенности течений буровых растворов, крови животных, жидкости гидроразрыва пласта с пропантом и других гранулированных жидкостей.

В общем случае вязкости зависят от концентрации полярных частиц. К законам поведения, связывающих напряжения и скорости деформаций добавляется обобщенный закон Фика для диффузионного потока. В виду того, что такой поток зависит от обоих тензоров скоростей деформаций, удается теоретически обосновать экспериментальный эффект Сегре - Сильберберга, состоящий в том, что в установившемся течении в трубе максимальная концентрация полярных частиц наблюдается между стенкой трубы и ее осью. Кроме того, установлено, что твердотельные зоны зависят от концентрации.

В условиях, когда толщина слоя мала, методом асимптотического анализа исследовано течение типа Хеле-Шоу под действием градиента давления. Получено обобщение закона Дарси для средней скорости в зависимости от градиента давления. По сравнению с ньютоновской вязкой жидкостью учет микровращений приводит к увеличению кажущейся вязкости. Такая вязкость является убывающей функцией модуля градиента давления; причем она обращается в бесконечность, когда градиент давления достигает значений предельного градиента. Что касается вязкопластичности, то учет микровращений проявляется в увеличении предельного градиента давления, который "запрещает" течения при малых градиентах давления.

Для уравнений вязкой жидкости сформулированы новые краевые условия проскальзывания для случая, когда на границе с твердым телом имеется тонкая прослойка гранулированной жидкости. В приложениях, касающихся бурения скважин, роль прослойки играет глинистая корка, которая возникает на стенке скважины при фильтрации бурового раствора в пласт. Кроме того, на основе условия проскальзывания предложен новый закон нарастания глинистой корки на стенке скважины. В отличие от известных уравнений динамики корки, сформулированный закон применим и при больших временах бурения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-01-01091).

Список литературы

1. Shelukhin V. V., Ruzicka M. *On Cosserat–Bingham Fluids*. Z. Angew. Math. Mech. 2013. Vol. 93. No. 1. P. 57–72.

КАРТА СЦЕНАРИЕВ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ОБРУШЕНИИ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

С. Н. Яковенко

*Институт теоретической и прикладной механики им С. А. Христиановича
СО РАН, Новосибирск*

Представлены сценарии перехода к турбулентности при опрокидывании внутренних волн, генерируемых двумерным препятствием высоты H в устойчиво стратифицированном потоке с постоянной входной скоростью U . Изучаются поля скорости, плотности и спектры, полученные в расчетах при $200 \leq Re \leq 4000$, $1 \leq Pr \leq 700$. Случай $Re = 4000$ и $Pr = 1$ исследован в [1], где разрешение DNS было достаточным для выявления деталей перехода. Результаты DNS с $Pr = 1$ при различных Re показывают, что при $Re > 200$ на трансверсальных спектрах наблюдается набор пиков разных мод ($0.3H \leq \lambda_y \leq 3.3H$) во время роста неустойчивости Рэлея–Тейлора (НРТ) и крупномасштабных мод — на стадии турбулентности. Возмущения НРТ малой амплитуды при $Re = 200$ и $Pr \sim 1$ не приводят к развитию турбулентности, в отличие от случая $Pr \gg 1$ (рис. 1), когда спектры поля скаляра на этапе развитой турбулентности иллюстрируют как инерционный ($k^{-5/3}$), так и конвективно-вязкий интервал (k^{-1}) при высоких волновых числах, подтверждая теорию Бэтчелора.

Список литературы

1. Yakovenko S. N., Thomas T. G., Castro I. P. *Transition through Rayleigh–Taylor instabilities in a breaking internal lee wave*. J. Fluid Mech. 2014. Vol. 760. P. 466–493.

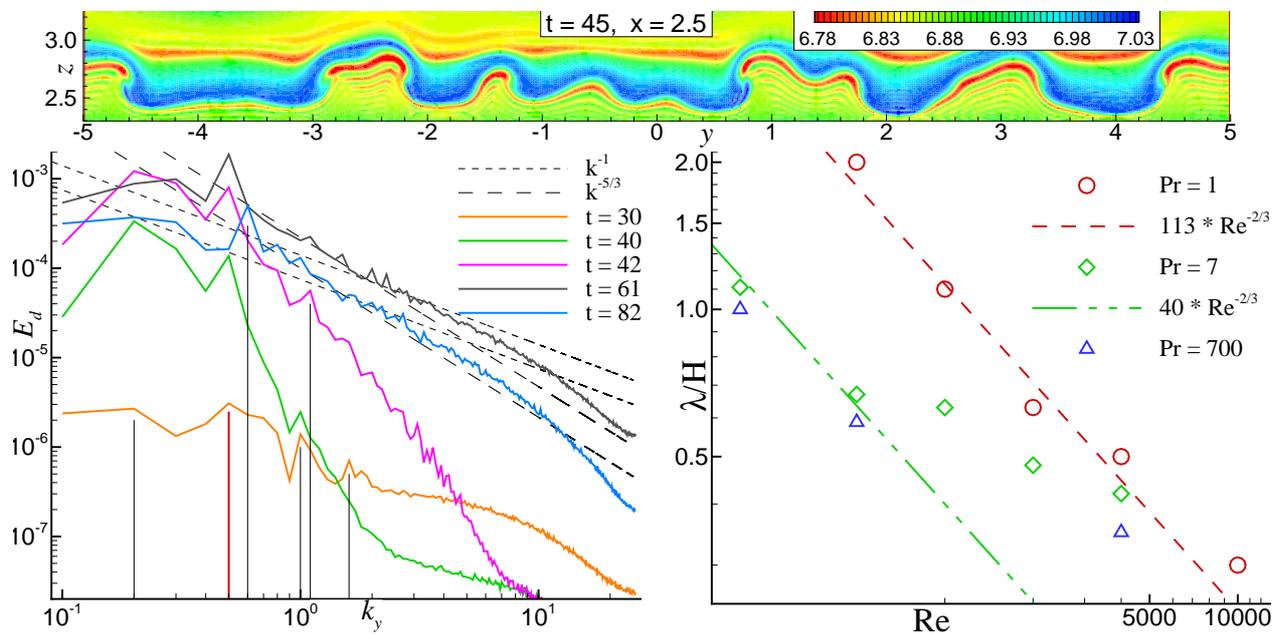


Рис. 1: Изолинии плотности в поперечном сечении, DNS, $Re = 200$, $Pr = 700$ (сверху); трансверсальный спектр дисперсии пульсаций скаляра, $Re = 200$, $Pr = 700$ (слева); длина волны максимально нарастающего возмущения как функция Re и Pr (справа)

Механика и физика импульсных процессов, включая взрывные

A SCIENTIFIC AND ENGINEERING ANALYSIS OF THE WORLD TRADE CENTER BUILDINGS COLLAPSE

C.W. Kauffman

Explosion Research and Investigation Corporation, Whitmore lake, USA

On 11 September 2001 three large steel framed high rise buildings collapsed reportedly as a result of a terrorist attack involving the use of four hijacked commercial airliners. . . .two at the World Trade Center in lower Manhattan Borough, New York City, one at the Pentagon in Arlington Virginia, and one in a remote rural location in Southwestern Pennsylvania. The twin towers at the World Trade Center were each impacted by aircraft, and subsequently collapsed within the hour. Building Seven was not struck by an aircraft, but collapsed some seven hours later. An official US Government investigation conducted by the National Institute of Standards and Technology reported that all collapses resulted from steel frame structural failure as a result of the building fires fueled by kerosene and normal office building contents. Observation of images and reports of witnesses as well as the applications of the laws of nature have caused serious questioning of the government's conclusions. Several groups of qualified and concerned individuals have formed such as Architects and Engineers for 911 Truth in order to present an accurate description of the events which occurred at the WTC as well as to call for an accurate reinvestigation of the events. Many of the results to date are given at the website www.ae911truth.org . The presentation will show details of the building collapses which are inconsistent with the NIST analysis, and indicates that the destruction of these three high rise structures was a result of a controlled demolitions.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗРЫВНОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ ЛУНЫ

В. Ф. Анисичкин¹, Э. Р. Прууэл¹, И. А. Рубцов²

¹*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск*

²*Новосибирский государственный университет*

Наиболее популярная в настоящее время гипотеза мегаимпакта, по которой система Земля-Луна образовалась в результате столкновения двух планет, испытывает трудности в объяснении сходства изотопного состава земных и лунных пород при одновременном различии в относительном содержании элементов, в частности железа, летучих и тугоплавких элементов [1]. Кроме того, не обосновано происхождение планеты-ударника с необходимыми характеристиками.

По нашему мнению, возможно возникновение Луны в результате ядерного взрыва в недрах Земли миллиарды лет назад [2, 3]. Такой взрыв был способен выбросить в космическое пространство значительную массу верхних оболочек Земли. Часть выброшенного материала могла остаться на орбите и образовать Луну. Быстро вращающаяся прото-Земля имела момент импульса, достаточно большой для объяснения современного момента импульса системы Земля-Луна. Возможность необходимой концентрации актиноидов в глубинах древней Земли подтверждена, в частности, и в наших работах [2, 3]. Инициировать ядерный взрыв могла, например, ударная волна от падения сравнительно небольшого астероида [2, 3]. Поэтому целью работы была проверка моделированием гипотезы взрывного происхождения Луны.

Задача трехмерного компьютерного моделирования процесса образования Луны, как и в гипотезе мегаимпакта, решалась методами типа молекулярной динамики с числом частиц до нескольких миллионов. При этом роль атомов играли тела астероидного размера порядка 100 км, взаимодействующие по ньютоновскому закону. Свойства вещества в компактном состоянии задавались короткодействующим потенциалом. Основная проблема расчетов состояла в подборе необходимой мощности и месте взрыва, скорости суточного вращения Земли до взрыва и других характеристик.

Ряд расчетов с варьированием начальных условий позволил оценить реалистичность сценария взрывного происхождения Луны и показать его преимущества перед гипотезой мегаимпакта.

Список литературы

1. De Meijer R. J., Anisichkin V. F., Van Westrenen W. *Forming the Moon from terrestrial silicate-rich material*. Chemical Geology. 2013. Vol. 345. P. 40–49.
2. Анисичкин В. Ф. *Взрываются ли планеты?* ФГВ. 1997. Т. 33. № 1. С. 138–142.
3. Митрофанов В. В., Анисичкин В. Ф., Воронин Д. В., Жилин А. А., Федоров А. В., Крюков Б. П., Туркин А. И. *О возможности взрывного энерговыделения в недрах планет*. Труды Международной конференции V Забабахинские научные чтения. Изд-во РФЯЦ-ВНИИТФ. 1999. С. 67–76.

ВЫСОКОСКОРОСТРЕЛЬНЫЙ РЕЖИМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО УСКОРЕНИЯ НЕСКОЛЬКИХ ТЕЛ В РЕЛЬСОВОМ УСКОРИТЕЛЕ

А. Г. Афонин¹, В. Г. Бутов¹, С. В. Синяев¹, Г. А. Швецов²

¹НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Скорострельность традиционных пороховых ствольных систем ограничена длительностью процессов заряжания, зажигания и начальной стадии горения метательного заряда, периодом последствия и другими факторами. Рельсовые электромагнитные ускорители не имеют таких ограничений. Это позволяет рассматривать их в качестве перспективных средств метания тел со сверхвысокой скорострельностью [1]. Результаты последних экспериментальных исследований [2–4] подтверждают этот вывод.

Реализация сверхвысокого темпа работы рельсового ускорителя требует согласованного решения ряда научно-технических задач, в том числе: 1) разработки специализированной конструкции самого рельсового ускорителя, ориентированного на относительно невысокую скорость входа метаемых тел в рельсовый блок, 2) отработки механизма подачи сборки метаемых тел с заданной начальной скоростью, 3) отработки режима «перехвата» значительной части тока каждым телом на начальном участке ускорения еще до момента вылета из ускорителя предыдущего метаемого тела, 4) пассивной схемы обесточивания каждого тела к моменту его вылета из ускорителя.

Одной из ключевых задач создания скорострельного рельсового ускорителя является разработка специализированного энергоемкого источника электрической энергии, способного автоматически подстраиваться под ритм и динамику работы рельсового ускорителя в режиме высокотемповой очереди и обладающего необходимыми эксплуатационными качествами.

В настоящем докладе излагается один из вариантов решения поставленной задачи для многорельсовой конструкции ускорителя с мощным импульсным МГД-генератором в качестве источника электрической энергии [5]. Методами математического моделирования исследуются особенности согласованной работы такого устройства для метания десяти тел в режиме сверхвысокой скорострельности. Показано, что использование в качестве источника энергии импульсных МГД-генераторов для последовательного ускорения твердых тел в рельсовых электромагнитных ускорителях может открыть новые возможности при создании перспективных средств метания со сверхвысокой скорострельностью.

Список литературы

1. Синяев С. В., Буркин В. В., Пимонов Е. Ю. *Пути создания высокотемпового электродинамического ускорителя. Результаты экспериментальных и теоретических исследований.* «Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения». Сб. докл. науч. конф. Волжского регион. центра РАН. Саров, ВНИИЭФ, 2000. С. 507–512.
2. Schneider M., Wotzel M. and Wenning W. *The ISL Rapid Fire Railgun Project RAFIRA-Part II: First Results.* IEEE Trans. Magn., 2009. V. 45, No. 1. P. 448–452.
3. Schupper Ch., Alonahabi F., Schneider M. *Electomechanical Aspects of Reliable Loading Procedures for Multishot Railguns.* IEEE Trans. on Plasma Science, 2013. V. 41, No. 5. P. 1387–1391.
4. Vincent G., Hundertmark St. *Using the Hexagonal Segmented Raigun in Multishot Mode with Three Projectiles.* IEEE Trans. on Plasma Science, 2013. V. 41, No. 5. P. 1431–1435.
5. Афонин А. Г., Бутов В. Г., Панченко В. П., Синяев С. В., Солоненко В. А., Швецов Г. А., Якушев А. А. *Анализ работы многорельсового электромагнитного ускорителя твердых тел с прямым питанием от импульсной МГД-установки.* ПМТФ. 2015. (в печати)

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МАТЕРИАЛА ОБОЛОЧКИ НА ПРОЦЕСС ДЕТОНАЦИИ

И. А. Балаганский¹, А. В. Виноградов¹, Л. А. Мержиевский^{1,2}

¹Новосибирский государственный технический университет

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В работе сравниваются результаты численных расчетов процесса детонации зарядов ТГ-40 в оболочках из карбида кремния и меди и плоского заряда, помещенного между пластинами из этих же материалов. Расчеты проводились с использованием лицензионного ПО ANSYS AUTODYN x 64 v 15.0.7 (+ Beta Options) Double Precision методом SPH. Параметры используемых моделей выбраны на основе сравнения результатов с полученными ранее экспериментальными данными [1, 2]. Основное внимание уделялось анализу особенностей протекания детонационного превращения на границе зарядов и оболочек (пластин). Установлено, что несмотря на то, что акустические импедансы меди и керамики близки, их влияние на процесс детонации существенно отличаются. В случае медных оболочек процесс практически стационарен, при керамических - существенно нестационарен. Анализ показал, что различия связано с особенностями волновых процессов на границе ВВ - инертная среда. Результаты расчетов объясняют особенности процессов, наблюдавшиеся в экспериментах [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект №14-08-00068.

Список литературы

1. Балаганский И.А., Агурейкин В.А., Разоренов С.В., Уткин А.В. *Влияние инертной стенки из высокомодульной керамики на распространение детонации в зарядах конденсированных ВВ*. ФГВ. 1994. Т. 30. №5. С. 107–114.
2. Balagansky I.A., Balagansky A.I., Kobilkin I.F, Nosenko N.I. *Influence of High Explosive Charge Shell on Detonation Front Shape*. Proceedings of International Conference 'VIII Zababakhin's Topical Scientific Readings', Sneginsk, 2006. — www.vniitf.ru/rig/konfer/8zst/s2/2-17.pdf Pp. 1–7.

ДЕТОНАЦИОННОЕ НАПЫЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО ГАЗОВОГО ТОПЛИВА МАФ

И. С. Батраев, Д. К. Рыбин

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Детонация многокомпонентного газового топлива МАФ (метилацетилен-алленовая фракция) была исследована в [1], где было показано, что по потенциальному термическому воздействию продуктов детонации МАФ-кислородных смесей это топливо занимает промежуточное положение между ацетиленом и пропан/бутаном и не уступает им по динамическому воздействию (динамическому напору). Это дало основание для рекомендации о возможности применения МАФа в технологии детонационного напыления как более перспективного топлива с точки зрения экономической эффективности и взрывобезопасности.

В настоящем исследовании на разработанном в ИГиЛ СО РАН детонационном комплексе нового поколения CCDS2000 [1] за счет стратификации заряда взрывчатой смеси в стволе детонационной пушки было реализовано устойчивое возбуждение детонации МАФ-кислородных смесей в области восстановительных режимов. Отработаны режимы напыления функциональных покрытий из ряда порошковых материалов с использованием МАФа в качестве основного топлива. В экспериментах по напылению были получены детонационные покрытия из коррозионностойких сталей, хромоникелевых сплавов и высокопрочных и износостойких композитов на основе карбида вольфрама с кобальтовой связкой.

Особое внимание было уделено исследованию физических свойств и эксплуатационных характеристик детонационных покрытий. Получены высокоплотные покрытия с пористостью менее одного процента для всех напылявшихся материалов. Прочность сцепления полученных покрытий с обрабатываемой поверхностью была не менее 100 МПа, а коэффициент использования порошка при напылении металлов и их сплавов достигал 70-80%, что является рекордным показателем для технологии детонационного напыления. Макро- и микротвердость, а также абразивная износостойкость полученных покрытий была на уровне показателей детонационных покрытий полученных на ацетилене. Необходимо отметить, что прочность детонационных покрытий из высокопрочного и износостойкого композита карбида вольфрама с кобальтовой связкой, полученных с использованием топлива МАФ, достигала 200 МПа.

Полученные результаты подтвердили перспективность применения топлива МАФ для реализации промышленной технологии детонационного напыления.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований № 14-03-00164а и муниципального гранта мэрии г. Новосибирска 2014 г.

Список литературы

1. Батраев И.С., Ульяницкий В.Ю., Штерцер А.А. *Исследование детонации газового топлива на основе метилацетилен и аллена* ФГВ. 2015. Т./,51. №2, С. 118–124.
2. Ulianitsky V., Shtertser A., Zlobin S., Smurov I. *Computer-controlled detonation spraying: from process fundamentals toward advanced applications* J. Thermal Spray Technol. 2011, V. 20. Issue 4. Pp. 791–801.

К ВОПРОСУ ИЗМЕРЕНИЯ РЕАЛЬНОГО УГЛА СОУДАРЕНИЯ ПРИ СВАРКЕ ВЗРЫВОМ

М. О. Беляков, Е. А. Чугунов, С. В. Кузьмин, В. И. Лысак

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Для экономии дорогих материалов в нефтехимическом машиностроении эффективно применение биметаллов. Основные нагрузки механического характера в этом случае несет слой дешевой конструкционной стали значительной толщины, а плакирующий слой призван защищать от химической коррозии. Однако при работе в агрессивных средах срок эксплуатации подобного оборудования напрямую зависит от толщины плакирующего слоя.

Одним из самых эффективных способов изготовления биметаллов является сварка взрывом, так как при невысокой стоимости технологического процесса позволяет получать качественное соединение слоев, по прочности сопоставимое с наименее прочным металлом в паре. Однако, данный способ имеет ограничения, связанные как раз с толщиной плакирующего слоя. Это вызвано тем, что метаемая пластина толщиной свыше 15 мм при изгибе в окрестности точки контакта имеет некоторое закругление (даже если предположить, что изгиб осуществляется вокруг точки), за счет которого неизбежно снижается угол соударения.

Целью работы является измерение реально угла соударения при сварке взрывом для различных толщин плакирующего листа.

Эксперименты были поставлены следующим образом: в качестве неподвижных элементов использовались стальные пластины толщиной 25 мм, а толщины метаемых изменялись от 5 до 20 мм. Во всех экспериментах постоянство расчетного угла соударения в 6 градусов обеспечивалось путем варьирования высоты заряда и зазора при неизменных скоростях контакта 2500 м/с и соударения 260 м/с.

Для измерения реального угла соударения потребовалось усовершенствовать широко известный реостатный метод, а именно во избежании разрыва нихромового датчика образующимся в области контакта кумулятивным потоком, в неподвижной пластине выфрезеровали часть металла в виде прямолинейного паза. Данный метод позволяет непрерывно регистрировать параметры в процессе метания, за счет того что плакирующая пластина последовательно «налетает» на нихромовую проволоку (датчик) уменьшая ее длину. Пропорционально длине уменьшается электрическое сопротивление, что фиксируется осциллографом как падение напряжения во времени. Для построения профиля метаемой пластины также необходимы значения угла установки проволочного датчика и скорость детонации взрывчатого вещества, которая измерялась электроконтактным методом.

При регистрации данных с нихромового датчика были получены осциллограммы, которые позволили построить профиль метаемой пластины и измерить реальный угол соударения. Расчетный угол для всех случаев составлял 6 градусов. Так при метании 5 мм пластины реальный угол составляет немногим более 5 градусов. Для 10 мм пластины около 4, а вот при метании 20 мм пластины реальный угол практически вдвое меньше расчетного. Таким

образом, доказано, что с увеличением толщины метаемой пластины значительно снижается реальный угол соударения.

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ РАВНОВЕСНЫХ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ

М. М. Бойко, Е. Ф. Грязнов, В. Н. Охитин, И. А. Первалов

*Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,
Москва*

В настоящее время имеется несколько программных продуктов, основанных на принципах равновесной термодинамики и не учитывающих кинетику реакций в зоне химика, позволяющих рассчитывать параметры детонации [1–3]. Если воспользоваться этими программами, то можно заметить, что решение существует для широкого класса веществ и смесей веществ. Однако не все вещества и смеси веществ из этого класса в действительности могут детонировать. В связи с этим возникает вопрос о границах применимости этих моделей.

Рассматривались смеси водорода с кислородом и смеси водорода с воздухом в стандартном состоянии, которые хорошо изучены [4]. Расчет параметров детонации проводился с использованием программных комплексов "ASTRA" и "TERRA" в которых, как и в [1–3] предполагается, что структура стационарной детонационной волны соответствует модели ЗНД. В докладе приводятся результаты расчетов для указанных смесей. Особенно подробно расчеты проводились вблизи концентрационных пределов. При приближении к концентрационным пределам скорость детонации, давление и температура уменьшаются как в точке Чепмена-Жуге, так и на ударном фронте (в пике Неймана). Время задержки воспламенения соответствующее рассчитанной температуре на ударном фронте увеличивается и заметно превышает значения характерные для стационарной детонации. Как известно, при приближении к концентрационным пределам детонации структура волны становится неоднородной (ячеистой). Однако если рассчитанные значения рассматривать в качестве осредненных величин параметров ячеистой детонации, то можно получить вполне удовлетворительное предсказание [4]. Поэтому на основании этих расчетов можно сделать вывод, что вне концентрационных пределов стационарная детонация становится невозможной по кинетическим соображениям, не смотря на то, что решение, основанное на принципах равновесной термодинамики и не учитывающих кинетику реакций, по-прежнему существует. Таким образом, существование решения задачи, по определению параметров детонации основанного на принципах равновесной термодинамики и не учитывающего кинетику реакций является необходимым, но не достаточным условием для ответа на вопрос о возможности реализации такого режима.

Список литературы

1. Синярев С. Б., Слынько Л. Е., Трусов Б. Г. *Метод, универсальный алгоритм и программа термодинамического расчета многокомпонентных гетерогенных систем*. Труды МВТУ. 1978. № 268. 56 с.
2. Викторов С. В., Губин С. А., Маклашова И. В., Пепекин В. И. *Модели уравнений состояния продуктов и методика термодинамического моделирования детонации*. Ядерная физика и инжиниринг. 2010. Том 1. № 1. С. 113–119.
3. Мейдер Ч. *Численное моделирование детонации*. Пер. с англ. М.: Мир. 1985. 383 с.

4. Гельфанд Б. Е., Попов О. Е., Чайванов Б. Б. *Водород: параметры горения и взрыва*. М.: ФИЗМАТЛИТ. 2008. 288 с.

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ УДАРНО-СЖАТЫХ МИКРОБАЛЛОНОВ В КОНДЕНСИРОВАННОЙ ПРОЗРАЧНОЙ СРЕДЕ

С. А. Бордзиловский¹, С. М. Караханов¹, В. В. Сильвестров¹, А. В. Пластинин¹,
Д. С. Бордзиловский²

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

¹Институт лазерной физики СО РАН, Новосибирск

Стеклянные микробаллоны используются в качестве сенсibiliзирующей добавки в эмульсионные взрывчатые вещества. При прохождении ударной волны они формируют зоны локального разогрева эмульсии или "горячие точки" которые в дальнейшем служат центрами химического превращения эмульсионной композиции. Для выяснения того, какой механизм является определяющим при генерации горячей точки (ГТ) в том или ином диапазоне ударных давлений необходимо знать временные и амплитудные характеристики процесса ее сжатия. Одной из возможных причин, вызывающих локальное повышение температуры в области нахождения микробаллона, является разогрев матрицы и/или оболочки микробаллона в результате вязкопластического деформирования. Для определения параметров сжатия нами предложено проводить регистрацию сигнала светимости при ударном нагружении монослоя микробаллонов, размещенного внутри прозрачной среды. Цель экспериментов - сделать выбор между механизмами формирования ГТ при ударном сжатии микробаллонов, которые включают в себя свечение газа внутри пор, кумулятивные струи от внутренней поверхности поры и вязкопластический механизм нагрева при коллапсе поры за фронтом УВ.

В данной работе акцент сделан на варьировании таких параметров как давление в окружающей среде (матрице), вязкость матрицы (эпоксидный компаунд или вода) и вязкость оболочки поры (стекло или полимер), которые являются определяющими в динамике роста температуры и времени сжатия микробаллонов. В экспериментах определялся профиль импульса свечения, излучаемого монослоем микробаллонов, расположенных в матрице в плоскости перпендикулярной направлению распространения ударной волны. Монослой формировался из микробаллонов, размер основной фракции которых составлял 58-60 мкм. Толщина стенки микробаллонов равна 0.5-1 мкм. При таких размерах время, за которое ударная волна проходит монослой, составляет $\approx 10^{-8}$ с. Нагружение образцов осуществлялось алюминиевыми ударниками или зарядом ВВ в сочетании со слоистыми аттенюаторами УВ. Диапазон давлений составлял 0.5-29 ГПа. Для регистрации импульса светимости использовался высокоскоростной кремниевый детектор DET210 с временем разрешения 1 нс и фотоумножители ФЭУ-36 с временем разрешения 10 нс.

Сжатие микробаллонов начинается сразу после прихода УВ к плоскости, в которой они расположены. Результаты показали, что температура ГТ при ударном нагружении стеклянных микробаллонов составляет 1600-3200 К, что более чем в два раза превосходит температуру эпоксидной матрицы (400-1440 К). Зависимость времени нарастания импульса светимости от давления при ударном сжатии монослоя в эпоксидном компаунде показала, что по мере уменьшения давления это время возрастает от 15 нс при 29 ГПа до 300 нс при давлении 0.5 ГПа. В контрольном эксперименте с уменьшенной вязкостью как матрицы (вода) так и материала стенки микробаллонов (полимер) время нарастания импульса светимости составляло ≈ 15 нс, т.е. остается практически постоянным во всем исследованном диапазоне давлений.

Результаты работы позволяют сделать вывод, что механизм разогрева микробаллонов за счет вязкопластического деформирования является основным.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 12-08-00092-а), программы Президиума РАН (проект № 2.9) и фонда Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (НШ-2695.2014.1).

СТРУКТУРНО-ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ В АЛЮМИНИЕВОМ СПЛАВЕ А5083, ИНДУЦИРОВАННЫЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ДЕФОРМАЦИЕЙ

*И. Г. Бродова¹, А. Н. Петрова¹, Е. В. Шорохов², К. В. Гаан², А. А. Гранский²,
Н. П. Оглезнева², С. В. Разоренов^{3,4}*

¹ИФМ УрО РАН, 620990, Екатеринбург

²РФЯЦ-ВНИИТФ, Снежинск

³ИПХФ РАН, Черногоровка

⁴Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Томск

В данной работе для улучшения физико-механических свойств за счет измельчения структуры металлов и сплавов применялся метод интенсивной пластической деформации, разработанный в РФЯЦ-ВНИИТФ, - динамическое канально-угловое прессование (ДКУП). Важными особенностями данной технологии является комплексное воздействие деформации сдвига и ударных волн и высокая (до 10^5 с^{-1}) скорость деформации. Такое воздействие на материал обеспечивает формирование ультрамелкокристаллической структуры в объемных образцах.

В данной работе представлены результаты исследования закономерностей структурообразования в промышленном алюминиевом сплаве А5083 в процессе ДКУП. Методами электронной микроскопии установлено, что в зависимости от интенсивности деформации (скорости деформации, количество циклов прессования) разную роль играют несколько процессов структурообразования – фрагментация и динамический возврат. Для формирования в сплаве А5083 ультрамелкокристаллической структуры со средним размером кристаллитов менее 500 мкм и с высокой твердостью, требуется не менее двух циклов прессования при оптимальной скорости $V=250-300 \text{ м/с}$. Повышение скорости и количества циклов прессования, вероятно, приведет к активизации процесса динамической рекристаллизации, вследствие которого несколько увеличится размер кристаллитов, уменьшится твердость и прочность, однако, возрастет пластичность.

Проведено сравнение деформационного поведения сплава А5083, имеющего крупнокристаллическую и ультрамелкокристаллическую структуры, при ударном сжатии. Максимальное давление ударного сжатия алюминиевых образцов составляло от 4 до 5 ГПа, а скорость деформирования в разгрузочной части волны сжатия перед откольным разрушением варьировалась в пределах $(1.2 \div 3)10^5 \text{ с}^{-1}$. Во всех экспериментах регистрировались профили скорости свободной поверхности с помощью лазерного Доплеровского измерителя скорости VISAR. Путем анализа экспериментальных профилей скорости свободной поверхности образцов были определены динамический предел упругости, предел текучести и откольная прочность сплава в крупнокристаллическом и ультрамелкокристаллическом состояниях. В дополнительных экспериментах по ударному сжатию удалось сохранить образцы и исследовать их структуру.

Данная работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Структура» №01201463331 при поддержке РФФИ (проект №14-02-31341мол-а).

ДЕТОНАЦИОННОЕ СЖИГАНИЕ УГЛЕЙ

Ф. А. Быковский¹, С. А. Ждан¹, Е. Ф. Ведерников¹, Ю. А. Жолобов²

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Известные способы сжигания твёрдых топлив имеют малую производительность и требуют больших габаритов топочных устройств. Существует другой способ сжигания топлива — детонационный, который существенно интенсифицирует сжигание топлива — его удельные расходы увеличиваются в десятки и сотни раз. При этом размер камер сгорания определяется размером детонационной волны. В Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН в вихревых плоскорадиальных камерах диаметром 204 и 500 мм детонационным способом удалось сжигать частички древесного активированного угля [1], а в камерах диаметром 500 — кузбасского каменного длиннопламенного угля [2], антрацита и бурого угля.

Цель настоящей работы - обобщить условия реализации непрерывного детонационного сжигания смеси частичек различных углей с воздухом, а также структуры детонационных волн и течений в их окрестности.

Использовались вихревые плоскорадиальные камеры диаметром $d_{c1} = 204$ и 500 мм. В камере $d_{c1} = 204$ мм устанавливалось расстояние между плоскими стенками $\Delta = 15$ мм, а в камере $d_{c1} = 500$ мм - $\Delta = 13, 15$ или 27 мм. Выходное отверстие в камерах находилось в одной из плоских стенок и было в 2-4 раза меньше её диаметра. Для подачи угольных частиц в камеру и промотирования химических реакций во фронте детонационной волны использовался водород. Частички древесного угля имели размеры 2 - 20 мкм с преобладанием частиц около 5 мкм. Частички каменного длиннопламенного угля, антрацита и бурого угля были мельче - 1- 12 мкм.

В результате впервые были осуществлены и исследованы режимы непрерывной спиновой детонации (НСД) и пульсирующей детонации угольно-воздушных смесей при использовании в качестве окислителя воздуха [1]. Достигнут максимальный удельный расход угля при детонации - 106 кг/(с · м²). Показана роль масштаба камеры на возможности реализации непрерывного детонационного сжигания угля - с увеличением диаметра камеры эти возможности повышаются. Структура волн НСД и течение в их окрестности оказались идентичны для всех типов горючих - газообразных, жидких и твёрдых [2]. Минимальная добавка водорода к каменным углям составила около 4% и 2.8% - к древесному углю.

Работа выполнена при финансировании по гранту РФФИ № 14-08-00080 и гранту президента РФ по научной школе № 2695. 2014.1.

Список литературы

1. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. Жолобов Ю. А. *Детонация угольно-воздушной смеси с добавкой водорода в вихревых плоскорадиальных камерах*. ФГВ. 2011. Т. 47. № 4. С. 109–118.
2. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. Жолобов Ю. А. *Детонационное сжигание каменного угля*. ФГВ. 2012. Т. 48. № 2. С. 89–94.

РЕАЛИЗАЦИЯ НЕПРЕРЫВНОЙ ДЕТОНАЦИИ В БОЛЬШОЙ КОЛЬЦЕВОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ДК 500

Ф. А. Быковский, С. А. Ждан, Е. Ф. Ведерников, А. Н. Самсонов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Ранее авторами была показана возможность получения в кольцевых камерах сгорания диаметром 300 мм непрерывной спиновой детонации (НСД) ряда топливо-воздушных смесей (ТВС) [1]. В докладе представлены результаты по реализации НСД в большой кольцевой цилиндрической камере ДК 500 (диаметр $d_c = 503$ мм, зазор $\Delta = 18$ мм и длина $L_c = 153, 293$ или 540 мм) в ТВС синтез-газ - воздух.

Результаты экспериментов. Впервые в ДК 500 для ТВС синтез-газ ($\text{CO} + m \text{H}_2$) - воздух ($m = 1, 2, 3$) в широком диапазоне удельных расходов воздуха в камеру через кольцевую щель $g_\delta = 139 \div 1694$ кг/(с · м²) при изменении коэффициента избытка горючего в пределах $\phi = 0.64 \div 1.52$ получены и исследованы многоволновые ($2 \leq n \leq 4$) режимы НСД с частотой $f = 1.14 \div 3.77$ кГц и скоростью детонации $D = 0.9 \div 1.51$ км/с. Установлено, что уменьшение длины камеры до определенной длины расширяет пределы устойчивости НСД. Сравнением результатов исследования с полученными ранее [2] в камере $d_c = 306$ мм, $L_c = 570$ мм проверен масштабный фактор и установлено геометрическое подобие НСД по диаметру камеры. При одинаковых значениях удельных расходов воздуха, коэффициента избытка горючего и коэффициенте расширения камеры K_s , число поперечных детонационных волн (ПДВ) возрастает пропорционально диаметру камеры, а увеличение количества водорода в синтез-газе (m) приводит к увеличению их скорости и устойчивости. Структура ПДВ и их размер для трех исследованных ТВС оказались близкими. Определены пределы существования НСД по минимальному удельному расходу воздуха $g_{\delta \min} \approx 100$ кг/(с · м²) при $\phi = 1.05$. При указанных выше максимальных параметрах g_δ верхние пределы по непрерывной спиновой детонации не достигнуты.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 13-01-00178 и гранту президента РФ (номер НШ 2695. 2014.1).

Список литературы

1. Быковский Ф. А., Ждан С. А. *Непрерывная спиновая детонация*. Новосибирск. Изд-во СО РАН. 2013. 423 с.
2. Быковский Ф. А., Ждан С. А., Ведерников Е. Ф. *Непрерывная спиновая детонация смесей синтез-газ - воздух*. ФГВ. 2013. Т. 49. № 4. С. 60–67.

НОВЫЕ ЗАДАЧИ ДЕТОНАЦИИ

А. А. Васильев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет, Новосибирск

Обнаружение бифуркационных структур в ряде многотопливных систем, когда в системе одновременно фиксируются ячейки разных размеров, приводит к необходимости проверки различных критериев, установленных для классической моноразмерной структуры детонации, и внесения корректив во все установленные закономерности, характерные для одномасштабных структур. Прежде всего, это касается инициирования детонации: какая ячейка -

крупная или мелкая - определяет критическую энергию инициирования в смесях с двухмасштабной ячеистой структурой? Часть результатов выходит за рамки классических представлений.

Вопрос о многомерном характере детонационных ячеек является частью более сложной проблемы определения характерного размера ячеек в многотопливных системах с сильно различающимися кинетическими данными индивидуальных топливных компонент. Например, каков размер ячейки в системе метан-водород при изменении соотношения между метаном и водородом?

Очень интересным для будущих исследований является вопрос о существовании ячеистых структур в гетерогенной ДВ (например, ДВ с конденсацией углерода в продуктах). Как происходит конденсация и коагуляция атомов углерода в различные экзотические структуры типа нанотрубок, фуллеренов, кластеров и т.д.? Существует ли ячеистая структура в углеводородных монотопливах (например, в чистом ацетилене), где энергия конденсации углерода играет главную роль в энерговыделении?

Как многофронтная ДВ распространяется в потоке смеси при различных числах Маха, особенно при сверхзвуковой скорости? В таких потоках, не только форма ячеек становится другой (длина ячеек уменьшается или увеличивается в зависимости от направления движения ДВ относительно потока - вверх или вниз по течению соответственно), но при этом наблюдается необычное поведение самой скорости ДВ (завышенные или заниженные величины по сравнению со скоростью Чепмена-Жуге для неподвижной смеси при распространении ДВ вдоль или навстречу сверхзвуковому потоку смеси). Будут ли существовать спиновый и галолирующий режимы в сверхзвуковом потоке?

Расходящиеся ДВ являются чрезвычайно важным объектом для моделирования с точки зрения эффектов самоорганизации. Что даст модель постепенного усиления возмущений для случая расходящейся волны? Возникнут ли ячеистые структуры при моделировании расходящейся волны? Возникновение упорядоченной самосогласующейся структуры в сильных волнах при их ослаблении представляет одну из фундаментальных проблем сложных газодинамических течений, сопровождаемых химическими реакциями с немонотонным энерговыделением.

Коллекцию вышеприведенных задач можно рассматривать как тестовые задания для оценки правильности математических моделей и численных алгоритмов.

Работа выполнялась в соответствии с Программой фундаментальных исследований государственных академий наук на 2013-2016 гг. , а также при частичной финансовой поддержке РФФИ и Ведущей научной школы.

ДВУХЖИДКОСТНАЯ МОДЕЛЬ МЕТАЛЛА ПРИ ВЫСОКИХ ПЛОТНОСТЯХ ЭНЕРГИИ

Н. Б. Волков¹, Е. А. Чингина¹, А. П. Яловец²

¹Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург

²ЮжноУральский государственный университет, Челябинск

Полагаем, что металл — "смесь" двух "жидкостей": ионной, состоящей из ионных островов одинаковой массы, занимающих узлы деформируемой решетки, и электронной, состоящей из электронов непрерывного спектра. Суммарная скорость переходов электронов из связанного состояния в непрерывное и наоборот равна $\Gamma_e = \delta n_e / \delta t$. Эффективный (средний) заряд иона $\bar{z}(\mathbf{r}, t) = \sum_{z=0}^Z z n_z / n$ в сопутствующей системе координат определяется уравнением $d\bar{z}/dt = \Gamma_e$. В стационарном (равновесном) случае локальный заряд ионной компоненты $\bar{z}(\mathbf{r})$ определяется аналогом уравнения Саха для низкотемпературной плазмы $\Gamma_e(\mathbf{r}) \equiv 0$. При

$T_i = T_e = T \equiv 0$ упругая энергия решетки (ε_x), а также электронный и фононный спектры металла зависят ядер с электронами зависит от инвариантного метрического тензора деформированной решетки $g_{\alpha\beta} = a_\alpha \cdot a_\beta$ (a_α , $\alpha = 1, 2, 3$ - векторы трансляции решетки). С помощью предложенного Андреевым и Пушкаровым подхода получены двухжидкостные, двухтемпературные уравнения, описывающие взаимодействие металла с импульсным электромагнитным полем в рамках полной системы уравнений Максвелла с учетом генерации и рекомбинации электронов, а также их инерции. Уравнения движения для ионной и электронной компонент преобразованы к виду двух уравнений, одно из которых представляет уравнение динамики металла в системе центра масс системы "ионы-электроны проводимости" а второе — обобщенный закон Ома, учитывающий инерционность электронов. Показано, что в случае нейтрального металла и пренебрежения током смещения уравнения динамики в системе центра масс совпадают с уравнениями нелинейной упругости металла, полученными Андреевым и Пушкаровым.

Для замыкания динамических уравнений предложен способ получения широкодиапазонных полуэмпирических уравнений состояния для твердой и жидкой фаз металла с малым числом свободных параметров, определяемых из требования удовлетворения известных теоретических асимптотик при нормальных условиях и сильных сжатиях, при которых применимы квантово-статистические модели вещества. Полученные выражения для термодинамических функций твердых Al, Ag, Au, Cu, Cs, Na, Pb и W оттестированы путем сравнения теоретических и экспериментальных ударных адиабат. В рамках однофазного приближения с использованием критерия Линдемана, а также двухфазного приближения определены кривые плавления Na и Cu, а также скачки объема и энтропии в зависимости от P . Произведено сравнение теоретических результатов с экспериментом.

Работа выполнена в рамках государственного задания №0389-2014-0006, а также при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №13-08-00266-а, №14-08-31024-мол) и УрО РАН в рамках программы фундаментальных исследований "Вещество в экстремальных условиях" (проект №15-1-2-8).

ВЛИЯНИЕ ОБРАТИМОГО $\alpha \rightarrow \varepsilon$ ФАЗОВОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ПРИ УДАРНОМ СЖАТИИ НА ОТКОЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ АРМКО-ЖЕЛЕЗА

Г. В. Гаркушин^{1,2}, Н. С. Наумова³, С. А. Атрошенко^{3,4}, С. В. Разоренов^{1,2}

¹Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка

²Национальный исследовательский Томский государственный университет

³Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

⁴Санкт-Петербургский государственный университет

Целью данной работы является исследование влияния обратимого $\alpha \rightarrow \varepsilon$ фазового превращения при ударном сжатии Армко-железа на его сопротивление разрушению в условиях откола. Было проведено две серии опытов по измерению откольной прочности при давлении ударного сжатия ниже (4.5–6 ГПа) и выше (23–24.5 ГПа) начала $\alpha \rightarrow \varepsilon$ фазового превращения в железе, равного примерно 13 ГПа. Исследовалось Армко железо в исходном и ультрамелкозернистом состоянии, а также образцы, сохраненные после ударного сжатия интенсивностью 7.9, 17.5 и 35.5 ГПа. Металлографический анализ сохраненных после ударного нагружения образцов Армко-железа показал, что его высокоскоростная пластическая деформация осуществляется преимущественно двойникованием. Характеристики процесса деформации и разрушения определяли из анализа профилей скорости свободной поверхности образцов, регистрируемых с помощью лазерного Доплеровского измерителя скорости "VISAR".

Результаты измерений показали, что минимальную откольную прочность демонстрируют образцы Армко-железа в исходном состоянии при минимальном давлении ударного сжатия. Полиморфное $\alpha \rightarrow \epsilon$ превращение железа приводит к значительному ($\sim 20\%$) росту их откольной прочности. Откольная прочность сохранных после ударного сжатия разной интенсивности образцов выше на 25–30% при сжатии ниже фазового превращения железа. Фазовое превращение несколько снижает разрушающие напряжения для всех предварительно сжатых образцов. Максимальные разрушающие напряжения реализуются в ультрамелкозернистых образцах Армко-железа, причем увеличение давления в импульсе сжатия выше фазового перехода практически не влияет на их величину.

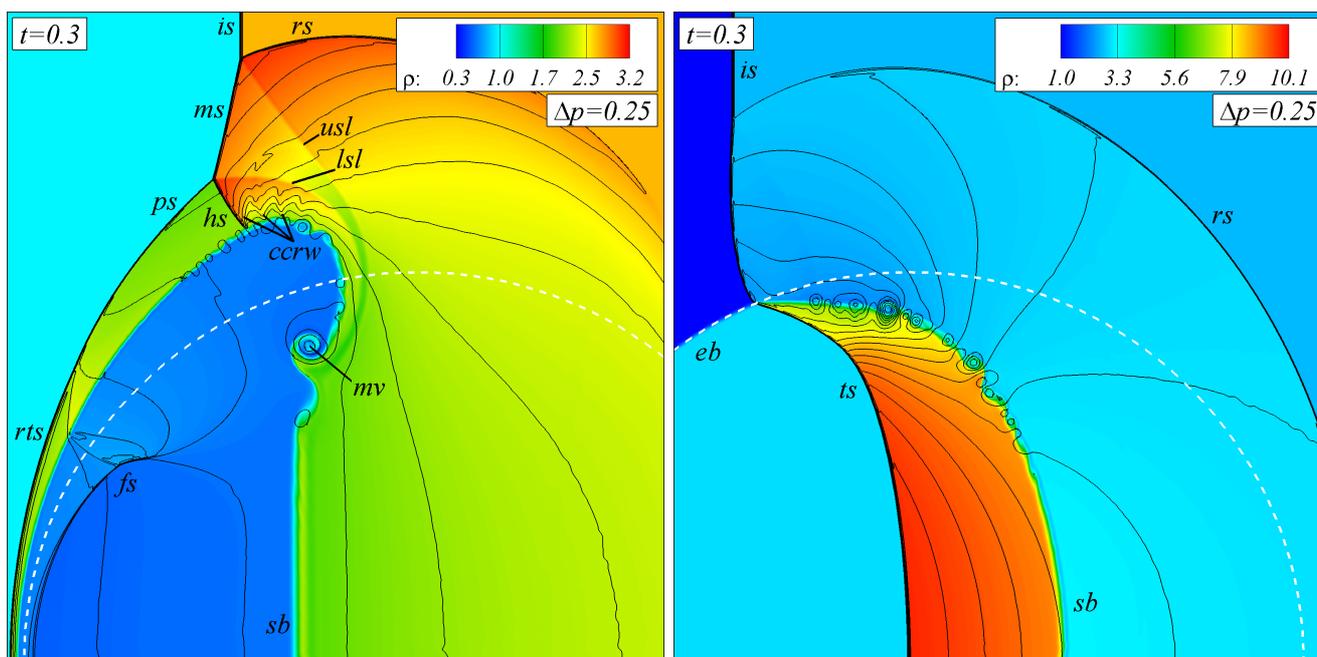
Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Президиума РАН П-02, Подпрограмма 1 "Энергетика и механика быстропротекающих процессов и самоорганизация в плазменных, газовых и конденсированных средах а также грантов СПбГУ №6.39.319.2014 и РФФИ №13-01-00335-а.

ЭФФЕКТ ФОКУСИРОВКИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫМИ ПУЗЫРЯМИ В ГАЗАХ

П. Ю. Георгиевский, В. А. Левин, О. Г. Сутырин

НИИ механики МГУ им М. В. Ломоносова, Москва

На основе модели Эйлера численно моделируется взаимодействие плоской ударной волны с эллипсоидальными пузырями газа пониженной и повышенной плотности. Основное внимание уделяется описанию процесса фокусировки (кумуляции) вторичных скачков уплотнения, имеющего место в обоих случаях [1].



Образование вогнутых, фокусирующихся скачков fs и ts при взаимодействии падающей ударной волны is с пузырьем легкого (слева) и тяжелого (справа) газа.

Приведена базовая классификация режимов фокусировки (внешних, внутренних и переходных), описана их структура и определена зависимость основных характеристик течения от определяющих параметров задачи: интенсивности падающей волны, плотности газа в пузыре и формы пузыря. Показано, что в случае легкого газа в пузыре режим фокусировки определяется в первую очередь числом Маха падающей волны и формой пузыря. В случае тяжелого газа определяющую роль играет плотность газа: при недостаточной плотности реализуются исключительно внешние режимы фокусировки. В обоих случаях наиболее интенсивными режимами фокусировки являются внутренние, реализующиеся в основном для вытянутых пузырей.

Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ им. М. В. Ломоносова при поддержке Российского Научного Фонда (грант №14-11-00773).

Список литературы

1. P. Yu. Georgievskiy, V. A. Levin, O. G. Sutyurin *Interaction of a shock with elliptical gas bubbles*. Shock Waves, 2015. DOI 10.1007/s00193-015-0557-4

МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ИЗ СТЕКЛА С ВЫСОКОСКОРОСТНЫМИ МИКРОЧАСТИЦАМИ

А. В. Герасимов, С. В. Пашков, Ю. Ф. Христенко

НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета, Томск

Большой практический интерес для задач обеспечения надежного функционирования космических аппаратов представляют процессы взаимодействия потока техногенных и естественных осколков с преградами при различных углах подхода к последней, а также поведение фрагментов преграды и осколков ударника. Обеспечение стойкости элементов космических аппаратов из стекла представляет собой особо важную практическую задачу. Исследовать процессы взаимодействия стекла с потоками техногенных и естественных осколков необходимо как с точки зрения сохранения целостности космических аппаратов при ударе достаточно крупными осколками, так и с целью уменьшения эрозии элементов конструкций при действии потоков ультрамелких частиц. В настоящей работе рассматриваются процессы взаимодействия преград со сферическими ударниками и характер возможной деформации и фрагментации преграды и ударников.

Процесс разрушения стекла рассматривался, как процесс разрушения хрупкого материала, без участка пластического деформирования, характерного для деформирования металлов. Естественная фрагментация ударников и преграды рассчитывается с помощью введения вероятностного механизма распределения начальных дефектов структуры материала для описания отрывных и сдвиговых трещин. В качестве критерия разрушения при интенсивных сдвиговых деформациях в задачах используется достижение эквивалентной деформацией своего предельного значения. Для расчета упругопластических течений используется методика, реализованная на тетраэдрических ячейках и базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса для расчета внутренних точек тела и метода Джонсона для расчета контактных взаимодействий.

Было рассмотрено взаимодействие пластины из стекла К8 с частицей без прочности и с плотностью 1 г/см^3 (моделирование шарика силикагеля). Размеры пластины $0,3 \times 0,3 \times 0,3$

мм, диаметр шарика 50 микрон, скорость соударения бралась равной 1, 2, 3 км/сек. Были получены двумерные сечения трехмерной расчетной области с распределением скорости внутри пластины и остатков шарика, а также представлена пластина, остатки шарика, микроосколки взаимодействующих тел. При ударе происходит хрупкое разрушение стекла и формирование облака фрагментов с частичным выбросом его за пределы кратера. Получена расчетная кривая, описывающая зависимость глубины кратера при ударе шариком (силикагель) по стеклянной пластине для упомянутого выше ряда скоростей метания ударника.

Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского государственного университета.

ФИЗИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ МЕДИ И ОЛОВА В ОБЛАСТИ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ И БОЛЬШОЙ УДЕЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

С. Д. Гилев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Определены параметры физического состояния меди и олова в неисследованной ранее области P - V - T (давление, удельный объем, температура), соответствующей малым плотностям и большим значениям удельной внутренней энергии (>1 кДж/г). Для достижения указанной области использовалось ударное сжатие образцов экстремально высокой пористости (медь с коэффициентом пористости до 16, олово – до 4). При помощи магнитоэлектрического метода найдены кинематические характеристики ударной волны, при помощи электроконтактного метода определена электропроводность сжатого вещества. Построены ударные адиабаты и найдена сжимаемость порошков. Обнаружено, что зависимости плотности и электропроводности сжатого вещества от ударного давления имеют неклассический, немонотонный вид. Физическое состояние ударно-сжатого вещества можно охарактеризовать как неидеальная низкотемпературная плазма. Полученные результаты расширяют массив известных данных в область малых плотностей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00089).

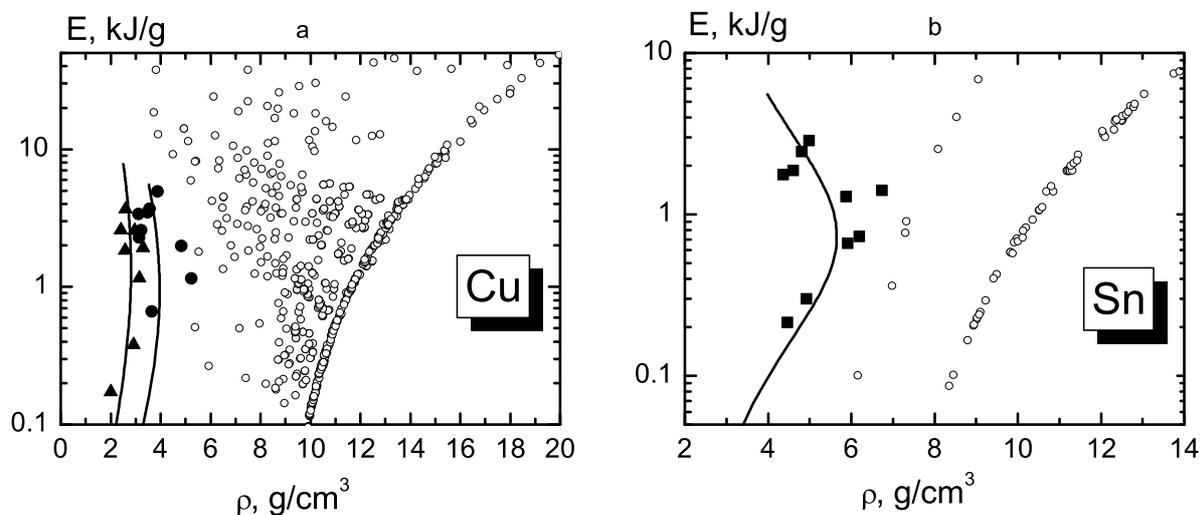


Рис. 1. Найденные параметры состояния меди (а) и олова (б) в переменных удельная внутренняя энергия E – плотность ρ (заштрихованные точки) и массив известных ранее данных (незаштрихованные точки).

АНАЛИЗ ПРОБИВНОГО ДЕЙСТВИЯ УДЛИНЁННЫХ УДАРНИКОВ С ВЫСОКОПРОЧНЫМ СЕРДЕЧНИКОМ

В. П. Глазырин, Ю. Н. Орлов

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В настоящей работе с использованием средств математического моделирования в двумерной постановке для осевой симметрии исследован процесс взаимодействия комбинированных ударников с алюминиевыми и стальными преградами. Актуальность исследований по высокоскоростному деформированию и разрушению твердых тел обусловлена, прежде всего, как необходимостью постоянного совершенствования противоударных защит различных объектов и техники, так и необходимостью создания высокоэффективных средств кинетического воздействия на них. В данном случае математическое моделирование является эффективным способом [1] для получения подробной информации о протекающих процессах, существенно дополняя экспериментальные результаты.

В работе [2] получены теоретические и экспериментальные результаты по изучению процесса пробития стальных и алюминиевых преград комбинированными ударниками, диаметром 9,25 мм, состоящими из оболочки, рубашки и сердечника для дозвуковой скорости взаимодействия. В качестве материалов сердечников рассматривались сталь, свинец, уран, ВНЖ и золото. В настоящей работе проведены и проанализированы вычислительные эксперименты по моделированию процесса пробития преград осесимметричными комбинированными ударниками, диаметром 9,25 мм, с сердечниками из высокопрочного сплава ВК-8 для дозвуковой скорости взаимодействия. Твердосплавный материал ВК-8 состоит из карбида вольфрама и 8% кобальта. Кроме повышенной износостойкости, он обладает высокой стойкостью к ударным нагрузкам, в связи с чем, представляется перспективным его применение в качестве сердечников для ударников с высокоэффективным пробивным действием. Для получения уравнения состояния сплава ВК-8 используется модель аддитивной ударной сжимаемости [3], которая позволяет по ударным адиабатам отдельных компонент рассчитать адиабату смеси. Ударные адиабаты карбида вольфрама и кобальта взяты из экспериментальных работ [3]. Плотность ВК-8 равна 14,55 г/см³, модуль сдвига - 258 ГПа, предел текучести - 4 ГПа, адиабатическая объемная скорость звука - 4874 м/с.

Численный анализ процесса пробития преград проведен при помощи разработанной методики, базирующейся на основных положениях механики сплошных сред в рамках двумерной постановки для осевой симметрии в лагранжевых независимых переменных. При расчете разрушений реализована концепция их образования по отрывному и сдвиговому механизмам. Получены текущие конфигурации ударник-мишень, конечные параметры процесса, а также определены области разрушенного материала.

Список литературы

1. Герасимов А. В., Пашков С. В. *Взаимодействие высокоскоростных элементов с комбинированными преградами*. Известия вузов. Физика. 2011. Т. 54, № 10/2. С. 25–29.
2. Глазырин В. П., Орлов М. Ю., Орлов Ю. Н. *Влияние компоновки ударника на его пробивное действие*. Известия вузов. Физика. 2007. Т. 50, № 9/2. С. 73–79.
3. *Высокоскоростные ударные явления*. Пер. с англ.; под ред. Николаевского В.Н. М.: Мир, 1973 533 с.

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКИХ СРЕД ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ ТЕРМОПАРНЫМ МЕТОДОМ

М. А. Гулевич, В. В. Пай, И. В. Яковлев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Данная работа посвящена измерению температуры жидких сред при их импульсном нагружении. Датчик температуры представлял собой батарею трехслойных (медь-константан-медь) планарных термопар, размещенную в ударно-сжатой исследуемой среде (рис.1).

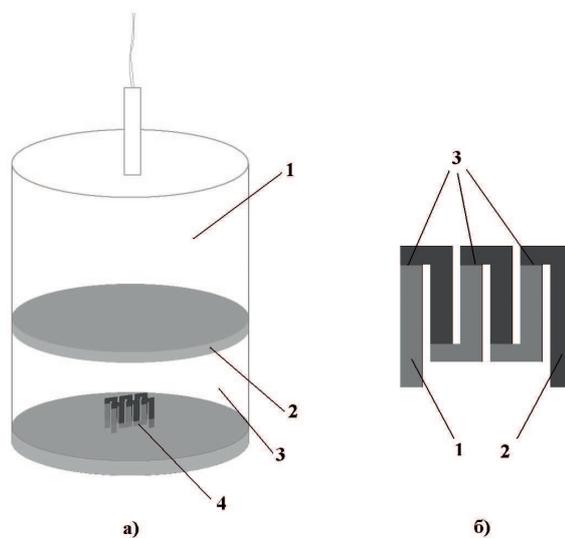


Рис.1. Схема измерения температуры ударно-сжатой среды: а) 1 – заряд ВВ, 2 – фторопластовый экран, 3 – среда, 4 – термобатарея; б) 1 – трехслойная (медь-константан-медь) часть термопары, 2 – монометаллическая (константан) часть термопары, 3 – горячие спаи термопары.

В результате конвективного теплообмена между нагружаемой средой и датчиком в течение 0,5 – 1,5 мкс происходит выравнивание температуры горячих спаев термопар и окружающей среды. Зависимость от времени, возникающего при таком нагреве напряжения на термобатарее, регистрировалась импульсным осциллографом (рис.2).

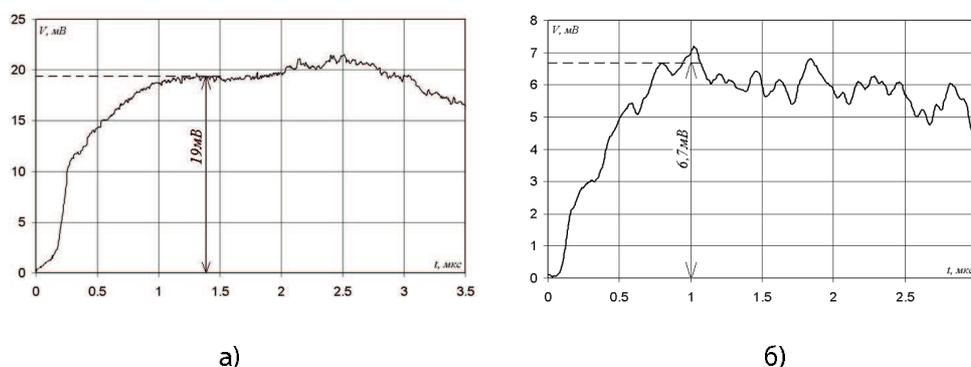


Рис.2. Осциллограммы напряжения на термобатарее от времени при ударно-волновом сжатии (а) воды, 6.7 ГПа и (б) матрицы ЭМВВ, 3.4 ГПа.

По измеренному максимальному значению напряжения определялась температура среды. Были проведены эксперименты по измерению температуры воды при ударно-волновом нагружении до давления 6,7 ГПа и матрицы эмульсионного взрывчатого вещества при давлениях до 9 ГПа. Показано хорошее соответствие экспериментальных данных с расчетами.

ОТБОР ЭНЕРГИИ В ДВУХКАСКАДНОЙ И ОДНОКАСКАДНОЙ МИШЕНЯХ

Г. В. Долголева

ИПМ им. М.В.Келдыша, Москва

Микромишень - это слоистая система, в которой один слой, называемый «рабочим», состоит из дейтериево - тритиевой смеси (DT), в которой происходят термоядерные реакции. Рассматривается кумуляция энергии в однокаскадной и двухкаскадной системах (в двухкаскадной системе энерговложение идет уже в двух слоях). Цель работы - определить аналитически и численно насколько увеличивается отбор энергии рабочим слоем в двухкаскадной мишени по сравнению с однокаскадной при одинаковой величине вкладываемой энергии в обе мишени. В работе используются результаты работы [1] по кумуляции энергии в двухкаскадных и однокаскадных слоистых системах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-000251).

Список литературы

1. Долголева Г. В., Забродин А. В. *Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия*. М.: Физматлит, 2004.

ФОРМИРОВАНИЕ СОЕДИНЕНИЯ АМг6+СтЗ ПРИ СВАРКЕ ВЗРЫВОМ С УЛЬТРАЗВУКОМ

А. Н. Дородников, Е. В. Кузьмин, А. П. Пеев, В. И. Лысак, С. В. Кузьмин

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Композиционные материалы из стали с алюминием нашли широкое промышленное применение благодаря комбинированному сочетанию целого комплекса эксплуатационных свойств, таких как высокая прочность сталей с малой плотностью, электросопротивлением и высокой теплопроводностью алюминиевых сплавов. Сварка взрывом в силу ряда ее специфических особенностей является наиболее целесообразным способом изготовления сталеалюминиевых соединений. Вместе с тем, создание таких композитов имеет ряд сложностей, связанных не только с весьма узким диапазоном свариваемости, но и ввиду ограниченной взаимной растворимости алюминия и железа, образованием в зоне соединения значительных термических напряжений и ряда интерметаллидных фаз, что неминуемо приводит к ухудшению физико-механических свойств композита.

Соединения стали с алюминиевыми сплавами имеют еще более узкий диапазон свариваемости, напрямую зависящий от исходной твердости сплава, при увеличении которой более 500 МПа просто невозможно получить равнопрочное сварное соединение [1]. На практике эта

проблема решается путем введения между алюминиевым сплавом и сталью тонкой алюминиевой прослойки, являющейся в данном случае диффузионным барьером, однако при этом не только усложняется технология получения композитов, увеличивая тем самым себестоимость продукции, но и в большинстве случаев прочность соединения остается на уровне алюминия.

Решением данной проблемы может служить внедрение качественно новых технологий, основанных на комбинированном воздействии нескольких видов энергии. Результаты совместного воздействия взрывного нагружения и ультразвуковых волн, рассмотренные в работе [2] на однородных парах металлов показали феноменологический характер, открывая при этом перспективы расширения области свариваемости, что особенно актуально при сварке металлов вблизи "нижней границы". В этой связи значительный интерес представляют исследования влияния ультразвука в ходе взрывного нагружения на формирование соединения АМг6+Ст3.

Полученные результаты подтвердили целесообразность введения ультразвука при сварке взрывом композита АМг6+Ст3, так по обратной схеме плакирования (метаемая пластина Ст3) прочность на отрыв слоев составляла порядка 280 МПа, фактически являясь показателем равнопрочности. Тем не менее, полученные данные требуют проведения дальнейшего детального исследования данного процесса.

Список литературы

1. Лысак В. И., Кузьмин С. В. *Сварка взрывом*. М.: Машиностроение-1, 2005.
2. Пеев А. П., Лысак В. И., Кузьмин С. В., Добрушин Л. Д., Агапов С. И., Кузьмин Е. В., Дорodikov А. Н. *Исследование влияния воздействия ультразвука на структуру и свойства свариваемых взрывом композиционных соединений*. Известия ВолгГТУ. Серия «Сварка взрывом и свойства сварных соединений». 2012. № 14 (101). С. 44–50.

ДЕТОНАЦИОННОЕ НАПЫЛЕНИЕ КОМПОЗИЦИЙ "НИКЕЛЬ-АМОΡФНЫЙ УГЛЕРОД" И $Ti-TiC_x$ В ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ

Д. В. Дудина¹, В. Ю. Ульяницкий², И. С. Батраев², А. И. Коваленко², А. В. Ухина¹,
Б. Б. Бобонов¹, Н. В. Булина¹

¹Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

²Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Детонационное напыление композиций на основе металлов в восстановительных условиях традиционно используется для предотвращения окисления напыляемого материала. Напыление в восстановительных условиях представляет интерес и с точки зрения формирования углеродсодержащих фаз в покрытиях, а также количественного изменения элементного состава данных фаз (для нестехиометрических соединений). В докладе будут представлены исследования продуктов детонационного напыления металлического никеля, смесей "никель-аморфный углерод" и композиций $Ti-TiC_x$ в восстановительных условиях. Использование металла, катализирующего графитизацию аморфного углерода, упрощает определение присутствия графита в напыленных слоях при помощи рентгенофазового анализа. Особое внимание будет уделено дисперсности и морфологии частиц, сформировавшихся в результате графитизации в присутствии никеля и их зависимости от условий напыления. Будут представлены исследования покрытий, полученных при детонационном напылении композиционных порошков $Ti-TiC_x$, полученных методами самораспространяющегося высокотемпературного синтеза и теплового взрыва. Будет проведен анализ особенностей формирования

покрытий: изменения фазового состава/состава отдельных фаз относительно напыляемого порошка, присутствие пористости, а также формирование структур из слоев, различающихся по химическому составу. Будет проведен сравнительный анализ полученных результатов с результатами, полученными ранее при исследовании особенностей формирования покрытий при детонационном напылении металлического титана.

Работа выполняется при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 14-03-00164 а, и муниципального гранта мэрии г. Новосибирска, 2014 г.

НЕКЛАССИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ДЕТОНАЦИИ

А. П. Ершов^{1,2}, А. О. Кашкаров^{1,2}, Э. Р. Прууэл^{1,2}, Н. П. Сатонкина^{1,2},
В. В. Сильвестров^{1,2}, А. С. Юношев^{1,2}

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

С сороковых годов XX века практически безальтернативной картиной детонационного процесса была классическая модель Зельдовича–Неймана–Деринга (ЗНД) [1], с которой связаны многие успехи в исследованиях детонации, а также в практических применениях взрыва.

Однако в последние годы формируется понимание ограниченности модели ЗНД для твердых гетерогенных ВВ, представляющих основной теоретический и практический интерес. Группой А. В. Уткина (ИПХФ РАН) наблюдались детонационные волны с конечным превращением во фронте сжатия, в зоне реакции которых давление не падает, а нарастает. В частности, в пористом ВВ четко зафиксированы недосжатые режимы [2], которые, как известно [1], не могут распространяться посредством ударной волны. В особенности трудности классической модели проявляются для ВВ низкой плотности. Очевидно, что центральное понятие модели ЗНД – ведущая ударная волна (УВ) – имеет слабое отношение к процессам, происходящим в порошке, при пористости в десятки процентов. Вместо УВ правильнее говорить о волне сжатия, при одномерном осреднении размазанной на мезоскопическом размере (приблизительно, размере зерна ВВ). В этих условиях агентом распространения волны, по крайней мере в некоторых системах, могут быть струи горячего газа, прорывающиеся по порам из области высокого давления (концепция взрывного горения А. Я. Апина [3]). В пользу струйного механизма для ВВ насыпной плотности говорят и некоторые данные работы [4]. На основании этих (и ряда других) результатов можно ожидать, что струйные режимы не являются экзотически редкими, и целесообразен их систематический поиск.

В докладе излагаются данные, полученные авторами в последнее время при исследовании инициирования детонации порошка ВВ высокоэнтальпийным потоком газа, а также при изучении зоны реакции в стационарной детонации низкоплотного ВВ. Получены указания на возможность струйных режимов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 15-03-01039).

Список литературы

1. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. *Теория детонации*. М.: ГИТТЛ, 1955.
2. Kolesnikov S. A., Utkin, A. V. and Ananin A. V. *Non-classical steady-state detonation regimes in TNETB*. Proc. 13th International Detonation Symposium. Norfolk, VA, 2006. P. 422–426.
3. Апин А. Я. *О детонации и взрывном горении взрывчатых веществ*. Доклады АН СССР. 1945. Т. 147. № 5. С. 1141–1143.

4. Федоров А. В. *Параметры пика Неймана и структура фронта детонационной волны конденсированных взрывчатых веществ*. Химическая физика. 2005. Т. 24. № 10. С. 13–21.

ТВЕРДОФАЗНЫЙ СИНТЕЗ В СИСТЕМЕ АЛЮМИНИЙ — СЕРА: ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСНОСТИ КОМПОНЕНТОВ СМЕСИ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВЗРЫВНОГО НАГРУЖЕНИЯ

С. А. Зелепугин, О. В. Иванова

Томский научный центр СО РАН, Томск

Исследование быстропротекающих процессов в твердых многокомпонентных реагирующих средах и происходящих в них физико-химических превращениях имеет большое значение для прогнозирования ударно-волнового воздействия на материалы, в том числе смеси конденсированных веществ. Инициирование химических превращений в ударной волне, дальнейшее развитие и полное завершение химических реакций зависит от амплитуды и длительности воздействия ударных волн [1, 2]. Также на инициирование и развитие твердофазных реакций синтеза большое влияние оказывает начальная дисперсность компонентов смеси.

В данной работе численно исследованы режимы твердофазного синтеза сульфида алюминия Al_2S_3 при взрывном нагружении в зависимости от начальной дисперсности компонентов смеси и длительности воздействия ударных волн. Исследование проводилось на основе модели многокомпонентной среды и феноменологической модели химических превращений нулевого порядка.

Установлено, что процесс химических превращений иницируется в проходящей ударной волне. Дальнейшее развитие, а также стадийность протекания химических реакций, включая стадию остановки реакции, зависят от начальной дисперсности компонентов смеси и длительности воздействия ударных волн. Использование смеси с низкой дисперсностью приводит к трехстадийному режиму протекания химических реакций в верхней и нижней частях ампулы. При увеличении дисперсности смеси в верхней части ампулы наблюдается переход к двустадийному режиму твердофазного синтеза, а в нижней части ампулы имеет место сокращение стадии остановки реакции.

Увеличение длительности воздействия ударных волн способствует тому, что реакция в верхней части ампулы как для высокодисперсных, так и низкодисперсных смесей иницируется и завершается полностью в ударном фронте. В нижней части ампулы в обоих случаях наблюдается сокращение промежуточной стадии остановки в трехстадийном режиме протекания химических превращений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-03-00666).

Список литературы

1. Ivanova O. V., Zelepugin S. A. *Explosive solid-state synthesis in the Al-S system: Influence of dispersity and duration of shock loading*. Int. J. SHS. 2014. Vol. 23. No. 4. P. 192–197.
2. Ivanova O. V., Zelepugin S. A., Yunoshev A. S., Sil'vestrov V. V. *Experimental and numerical research in explosive loading of two- and three-component solid mixtures*. Eurasian Chemico-Technological Journal. 2014. Vol. 16. No. 1. P. 3–9.

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПОРИСТЫХ ВЕЩЕСТВ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

А. Н. Зубарева, А. В. Уткин

Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка, Россия

Работа посвящена изучению ударно-волновых свойств пористых веществ. В качестве объектов исследования выбраны пористые среды, на примере силиконового каучука со стеклянными микросферами в соотношении 100/39 по объему ($\rho_0=0.55$ г/см³). Размер микросфер около 80 мкм. Важной физической характеристикой образцов при проведении ударно-волновых исследований является скорость звука при нормальных условиях. Она была измерена на ультразвуковой установке и оказалась равной $c_{10}=1.77\pm 0.01$ км/с.

Для исследования использовались «традиционный» взрывной генератор плоских ударных волн и генератор ударных волн малой амплитуды. Профили массовой скорости измерялись лазерным доплеровским интерферометром VISAR. В каждом опыте дополнительно измерялась скорость ударной волны в образце. С этой целью на границе экран/образец помещался поляризационный датчик, который фиксировал момент входа ударной волны в образец. Момент выхода ударной волны из образца определялся по сигналу интерферометра.

Особенностью исследованных образцов является достаточно сложная структура фронта ударной волны. Во-первых, регистрируется двухволновая конфигурация, которая наиболее отчетливо выражена при низких давлениях. Ее возникновение связано с разницей в скорости распространения возмущений по микросферам и каучуку. Во-вторых, наблюдаются заметные осцилляции профилей скорости за ударным скачком, которые обусловлены гетерогенной структурой исследуемых образцов.

В результате обработки экспериментальных результатов получена ударная адиабата образца. Приведены экспериментальные точки для первой и второй волн. Скорость распространения первой волны практически постоянна и равна c_{10} . Ударная адиабата для второй волны имеет отчетливо выраженную кривизну при малых давлениях, что типично для пористых сред и связано с необратимым уплотнением материала образца.

Постановка экспериментов по регистрации профилей скорости свободной поверхности позволила также исследовать величину откольной прочности и ее зависимость от скорости деформирования. За ударным скачком скорость медленно спадает, без каких-либо особенностей, характерных для разрушения с формированием откольной пластины. Порог начала разрушения исследуемого материала достаточно низкий, и откольная пластина после начала разрушения не отделяется от образца. Величина откольной прочности не превышает 15 МПа. Такой механизм разрушения типичен для эластомеров и гетерогенных материалов с полимерным связующим и описывается в рамках вязкой модели разрушения.

Работа выполнена при поддержке Программы президиума РАН №26 и гранта Исследовательского центра «ФАИР-Россия».

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОВЕДЕНИЯ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

*А. Н. Ищенко¹, А. Н. Табаченко¹, Е. Ф. Дударев¹, С. А. Афанасьева¹, Н. Н. Белов¹,
В. В. Буркин¹, А. Б. Марков², К. С. Розаев¹, М. В. Хабибуллин¹*

¹Томский государственный университет, Томск

²Институт сильноточной электроники СО РАН, Томск

Основными преимуществами титановых сплавов перед другими конструкционными материалами являются их небольшая плотность при высокой удельной прочности и жаропрочность в сочетании с высокой коррозионной стойкостью. В связи с этим титан успешно используется как броневой металл. Исследования его поведения при ударно-волновом нагружении является актуальным.

На примере однофазного сплава ВТ1-0 показана возможность формирования его наноструктурированного состояния при авс-прессовании при повышенных температурах. Получены образцы сплава ультрамелкозернистой структуры с распределением зерен по размерам в интервале 0.1 – 1.0 мкм.

Проведено исследование откольного разрушения титана ВТ1-0. При этом в качестве генератора ударной волны использовали ускоритель «СИНУС – 7», излучающий наносекундный релятивистский сильноточный электронный пучок: энергия электронов 1.35 МэВ, длительность импульса 45 нс, плотность мощности $3.4 \cdot 10^{10}$ Вт/см². В качестве мишеней использовали диски диаметром ~20 мм толщиной от 1.67 до 4.05 мм с ультрамелкозернистой (средний размер зерен $d < 1$ мкм) и крупнозернистой ($d > 10$ мкм) структурами. Компьютерное моделирование воздействия интенсивного электронного пучка на конденсированную мишень с учетом разрушения, фазовых переходов, зависимости прочностных характеристик материалов от внутренней энергии проведено в рамках упруго идеально-пластической модели Прандтля-Рейсса.

С целью определения противоударной стойкости пластин из титана ВТ1-0 проведены баллистические испытания при скорости удара стальным сферическим ударником 2.5 км/с и математическое моделирование - до 15 км/с.

Показано, что при переходе от крупнозернистой структуры к ультрамелкозернистой улучшаются механические свойства сплава ВТ1-0, однако на результат ударно-волнового нагружения это практически не влияет.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-08-04118 а.

ВЛИЯНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ВОЛНОВУЮ ДИНАМИКУ УДАРНОГО СЖАТИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Г. И. Канель

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Сведения о сопротивлении материалов неупругому деформированию и разрушению при скоростях деформации более 10^4 с⁻¹ в настоящее время получают из анализа эволюции плоских ударных волн в исследуемых материалах. В докладе представлен краткий обзор методов анализа ударно-волновых явлений в релаксирующих средах и недавних наблюдений эволюции упругопластических волн сжатия в металлах, измеренных в условиях ударного и градиентного нагружения. Цель доклада — стимулировать развитие теории волновой динамики

для релаксирующих сред. Некоторые особенности эволюции упругопластических волн оказались неожиданными и не описываемыми существующими теориями; их обсуждение ведется на качественном уровне. В частности, обсуждается немонокотонная эволюция упругопластических волн в ванадии в условиях ударного и безударного динамического сжатия, кажущаяся обратной зависимостью динамического предела упругости от скорости безударного сжатия, изменение кинетики пластической деформации и связанной с ней формы упругого предвестника в меди с приближением к температуре плавления, отклонения эволюции волн от автотемпературности, реверберация упругих волн между свободной поверхностью и пластической ударной волной. Материалы частично опубликованы в [1–3].

Список литературы

1. Канель Г. И. *Влияние релаксационных процессов на волновую динамику ударного сжатия твердых тел*. Известия РАН. Механика твердого тела. 2014 № 6. С. 6–18.
2. Zaretsky E.V. and Kanel G.I. *Tantalum and vanadium response to shock-wave loading at normal and elevated temperatures. Non-monotonous decay of the elastic wave in vanadium*. J. Appl. Phys. 115, 243502 (2014).
3. Zaretsky E.V. and Kanel G.I. *Response of copper to shock-wave loading at temperatures up to the melting point*. J. Appl. Phys. 114, 083511 (2013).

СВАРКА ВЗРЫВОМ С ОДНОВРЕМЕННОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ОБРАБОТКОЙ

Е. В. Кузьмин, А. П. Пеев, В. И. Лысак, С. В. Кузьмин, А. Н. Дородников

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград

Перспективным направлением для получения высококачественных материалов с заданными свойствами является разработка и внедрение качественно новых технологий, в том числе основанных на комбинированном воздействии нескольких видов энергии или совмещении различных способов ее подвода. При этом создаются условия, существенно изменяющие структуру и свойства как самих материалов, так и их соединений, чего нельзя достичь внешними источниками энергии иной природы [1].

Несмотря на то, что источники энергии, используемые для соединения материалов при сварке взрывом и с помощью ультразвуковой обработки, принципиально отличаются друг от друга, сходными для них являются физические процессы, протекающие в поверхностных слоях материалов – образование и перемещение к свободной поверхности дислокаций и вакансий, которые играют одну из ключевых ролей при схватывании металлов. В этой связи особый интерес представляют результаты исследования комбинированного процесса одновременного воздействия ультразвуковых колебаний при сварке взрывом.

Целью данной работы являлось исследование влияния ультразвуковых колебаний в условиях сварки взрывом на структуру и свойства зоны соединения полученных соединений.

Одновременное воздействие ультразвуковых колебаний на свариваемые взрывом материалы оказывает существенное влияние на структуру и свойства полученных соединений, проявляющееся в принципиальном изменении кинетики формирования соединения и приводящее к увеличению прочности, микротвердости и уменьшению параметров волн и количества оплавленного металла по сравнению со сваркой взрывом без применения ультразвука [2].

Полученные результаты в области обработки металлов взрывом с одновременным воздействием ультразвука являются принципиально новыми, а механизм взаимодействия ударных волн с ультразвуковыми колебаниями в соударяющихся пластинах недостаточно ясен, что требует проведения детального исследования данного процесса.

Работа выполнена при финансовой поддержке российского научного фонда (код проекта 14-29-00158).

Список литературы

1. Артемьев В. В., Клубович В. В., Рубанчик В. В. *Ультразвук и обработка материалов*. Минск: Экоперспектива, 2003.
2. Кузьмин Е. В., Пеев А. П., Лысак В. И., Кузьмин С. В., Дородников А. Н. *О влиянии параметров ультразвуковой обработки на структуру и свойства алюминиевых соединений при сварке взрывом*. Известия ВолгГТУ. Серия «Сварка взрывом и свойства сварных соединений». 2014. № 20 (147). С. 21–24.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА УДАРНЫХ ВОЛН

В.Ф. Куропатенко, М.Н. Якимова

Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е.И. Забабахина, г. Снежинск

В силу нелинейности законы сохранения массы, импульса и энергии допускают возможность появления сильных и слабых разрывов при решении задач механики сплошной среды. На сильном разрыве энтропия терпит скачок, что является принципиальным отличием ударных волн от волн с непрерывным изменением величин. При использовании однородных разностных методов для решения таких задач поверхность сильного разрыва заменяется слоем конечной ширины, сопоставимым с несколькими сеточными интервалами [1,2]. В этом слое величины непрерывным образом меняются от состояния перед фронтом до состояния за фронтом ударной волны. Эти состояния связаны между собой условиями на сильных разрывах. Поскольку эти состояния лежат на ударной адиабате, то в ударном слое должен действовать механизм, обеспечивающий диссипацию энергии. Одним из таких механизмов является метод Куропатенко [3]. В данном методе в разностной схеме используются соотношения, справедливые на сильных разрывах, а также применяется разнородная аппроксимация на ударных волнах и волнах разрежения. Метод может быть реализован в различных разностных схемах. Работа посвящена исследованию одной из разностных схем, реализующей метод [3], указаны ее основные свойства и проведены некоторые расчеты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (код проекта 13-01-00072).

Список литературы

1. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике*. М.: Наука, 1968.
2. Куропатенко В. Ф. *О разностных методах для уравнений гидродинамики*. Труды матем. инст. им. В.А. Стеклова. 1966. Т. 74. Вып. 1. С. 107–137.

3. Куропатенко В. Ф. *Метод расчета ударных волн*. ДАН СССР. 1960. Т. 3. № 4. С. 771–772.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДЕТОНАЦИИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ В КАНАЛЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В. А. Левин^{1,2}, Т. А. Журавская¹

¹НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва

²ИАПУ ДВО РАН, Владивосток

Исследована возможность формирования без затрат энергии стабилизированного детонационного горения стехиометрической водородно-воздушной смеси, поступающей в плоский канал специальной формы со сверхзвуковой скоростью, существенно превышающей скорость распространения детонационной волны. Для численного моделирования формирующегося течения решение уравнений газовой динамики, описывающих плоское двумерное нестационарное течение невязкой многокомпонентной газовой смеси, совместно с уравнениями детальной химической кинетики было проведено конечно-разностным методом, основанным на схеме С. К. Годунова.

Продолжая исследования работы [1], для ряда значений числа Маха входящего потока M_0 определены геометрические характеристики плоского симметричного канала с сужением, обеспечивающие стабилизацию в потоке сформированной волны детонации. Для исследования устойчивости стабилизации волны использовался энергоподвод E_{test} ($E_{test} = 100$ Дж/м) в области, содержащей стабилизированный детонационный фронт или расположенной перед волной. Установлено, что внесенное энерговыделением возмущение потока не приводит к нарушению стабилизации детонации и не меняет положения стабилизированной детонационной волны.

Кроме того, для некоторых значений числа Маха входящего потока M_0 предложен способ построения формы плоского канала, в котором без затрат энергии происходит инициирование и стабилизация детонационного горения. Для определения формы канала рассмотрено течение со стабилизированной отошедшей детонационной волной, формирующееся при обтекании данным сверхзвуковым потоком полубесконечного симметричного плоского препятствия. В случае $M_0 = 5.5$ детальное исследование отошедшей волны детонации, формирующейся при обтекании препятствия потоком горючей смеси, показало, что волна состоит из трех частей с различной структурой: в окрестности плоскости симметрии, в первой части, волна представляет собой пересажатую детонацию, а поперечные волны отсутствуют; при удалении от плоскости симметрии, во второй, вдоль детонационного фронта распространяются поперечные волны только одного направления, движущиеся вверх по потоку; при дальнейшем удалении, в третьей части, вдоль фронта распространяются и взаимодействуют друг с другом поперечные волны противоположных направлений, а структура волны идентична плоской ячеистой детонации.

Работа поддержана РФФИ (№ 14-01-00742а), Министерством образования и науки РФ (договор 14.Y26.31.0003), программой Президиума РАН № 24, комплексной программой фундаментальных исследований ДВО РАН "Дальний Восток". Работа выполнена с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ имени М. В. Ломоносова.

Список литературы

1. Журавская Т. А., Левин В. А. *Исследование некоторых способов стабилизации детонационной волны в сверхзвуковом потоке*. МЖГ. 2012. № 6. С. 126–136.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В ДЕТОНАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ

С. Н. Мартюшов

Московский авиационный институт - национальный исследовательский университет

Для численного моделирования осесимметричных и трехмерных течений в камерах сгорания детонационных двигателей использовалась математическая модель, состоящая из уравнений газовой динамики и полной системы уравнений кинетики в интегральной форме.

Уравнения состояния для каждой компоненты смеси задавались в табличной форме, а именно энтальпия образования и коэффициенты теплопроводности рассматривались как табличные функции температуры. Использовалась невязкая модель.

Общим моментом применения современных нелинейных разностных схем к уравнениям газовой динамики является переход к характеристическим переменным. Разложение по собственным векторам было проведено на основе метода Roe-Pike' [1], а для произвольного числа компонент газовой смеси в предположении реальных табличных уравнений состояния в соответствии с [2].

Обезразмеривание физических величин было проведено в соответствии с предложенным в [3] для упрощенной модели двухстадийной реакции. Выбор масштабных коэффициентов позволил существенно снизить значения коэффициентов в уравнениях кинетики для проведения численных расчетов. Вне рамок предлагаемой модели остается задача обезразмеривания уравнений с одновременным учетом масштабов энтальпии образования и коэффициентов турбулентной вязкости.

Проведено численное моделирование осесимметричных и трехмерных течений в камерах сгорания двух типов детонационных двигателей [4, 5]. Структура течений в обоих типах двигателя обуславливается периодическим запираем кольцевого сопла, через которое подается горючая компонента газовой смеси. В численных расчетах устанавливается момент такого записания течения. Для осесимметричного течения в импульсном детонационном двигателе [4] определена структура течения в момент возникновения детонации в одном такте работы двигателя, для спиновое детонационного двигателя [5] определена структура течения в камере сгорания в окрестности точки записания.

Список литературы

1. Toro E.F. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer, New York, 1999. 605 p.
2. Glaister P.J. *J. of Comp. Phys.* 1988. Vol. 77. Pp. 361–383
3. Korobeinikov V.P., Levin V.A., Markov V.V., *Astronautica Acta* 1972. Vol. 17. Pp. 529–537.
4. Levin V.A., Nechaev Y.N., Tarasov A.I. *Control of detonation processes*. Ed. G. Roy. Moscow, Elex-KM Publishers. Pp. 197-201. 2000.
5. Bykovskii F.A., Zhdan S.A., Vedernikov F.F. *Continuous spin and pulse detonation of hydrogen-air mixtures in supersonic flow generated by a detonation wave*. Proceedings of 22 ICDERS, Minsk, Belarus 2009.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО УДАРА УДАРНИКАМИ КОЛЬЦЕВОЙ И ТРУБЧАТОЙ ФОРМЫ

Л. А. Мержиевский¹, А. А. Васильев¹, А. В. Виноградов²

¹Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный технический университет

Высокоскоростные ударники находят широкое применение в физике высоких давлений для достижения экстремальных параметров состояния исследуемых веществ и исследования процессов взаимодействия компактных и удлиненных тел с различными преградами. В первом случае используются ударники в форме пластин, создающие в исследуемом материале мишени плоские ударные волны. Во втором предметом исследования являются особенности формирования кратеров в "полубесконечных" преградах, механизмы предельного пробивания и разрушения ударников при взаимодействии с тонкими экранами.

Данная работа инициирована интересными результатами экспериментов с ударниками кольцевой формы [1]. Численно исследуются особенности высокоскоростного удара кольцевых и трубчатых ударников. Расчеты проводились с использованием пакета ANSYS. При ударе кольцом в мишени формируется система интерферирующих ударных волн и волн разрежения. В итоге на передней стороне мишени остается кольцевой кратер, а на тыльной стороне фиксируется откол материала в виде сплошного квазидиска с диаметром, почти вдвое превышающем внешний диаметр кольцевого ударника. Эти результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментом [1]. Рассматриваются особенности деформирования и разрушения мишени, вызванного таким воздействием. Проводится аналогия с коллективным воздействием группы тел на преграду. Удар трубчатого ударника аналогичен удару стержнем, при этом наблюдаются принципиальные качественные и существенные количественные отличия.

Работа проведена при частичной поддержке Интеграционного проекта СО РАН № 64.

Список литературы

1. Васильев А.А., Лаптев В.И. *О высокоскоростном ударнике кольцевой формы*. ФГВ. 2014. Т. 50. № 4. С. 137–139.

МОЛЕКУЛЯРНО-ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ УДАРНЫХ ВОЛН В НАНОКРИСТАЛЛАХ

Л. А. Мержиевский¹, И. Ф. Головнев², Е. И. Головнева², В. М. Фомин²

¹Институт гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Методы молекулярной динамики заняли важное место в исследовании микроструктурных механизмов необратимых изменений, вызванных прохождением ударных волн по кристаллическим материалам. В данной работе излагаются результаты расчетов распространения ударных импульсов в нанокристаллах меди размерами $200 \times 5 \times 5$ кристаллических ячеек, ориентация (1,0,0). Для описания межатомного взаимодействия использован модифицированный вариант широко используемого многочастичного потенциала Воутера (Voter A.F.). Для расчета использована скоростная модификация Верле второго порядка точности с шагом

по времени 10^{-16} с. В анализе результатов расчета использовался разработанный авторами метод мезоанализа системы.

В результате расчетов детально проанализированы микроструктурные особенности фронтов ударных волн различной интенсивности (упругих, расщепленных на упругую и пластическую, пластическую). В расчете наблюдается образование множества дефектов структуры, в том числе и аналогичных дислокациям. Процесс ударного сжатия сопровождается появлением ротационной составляющей деформации. В определенных условиях в интенсивной волне происходит аморфизация структуры. Построены ударные адиабаты кристаллов при их различной ориентации относительно направления распространения волны. Определена зависимость ширины ударного фронта в зависимости от амплитуды волны. Определены критические условия потери устойчивости кристаллической решетки при квазистатических и динамических нагрузках.

Работа выполнена при финансовой поддержке интеграционного проекта СО РАН №64 и гранта РФФИ 12-01-00726.

ПОВЕДЕНИЕ УГЛЕПЛАСТИКА ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

В. М. Мочалова, А. В. Уткин

¹Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка

²Национальный исследовательский Томский государственный университет

Углепластики являются композиционными материалами, которые представляют собой углеродные нити диаметром 5–10 мкм, скрепленные эпоксидной смолой. Отличительной особенностью таких материалов является сильно выраженная анизотропия свойств. Целью данной работы является исследование ударной сжимаемости углепластиков при различной ориентации волокон относительно направления распространения ударных волн. Средняя плотность исследуемых образцов составляла 1.55 г/см^3 . Скорость звука поперек волокон C_{\perp} равнялась 3.0 км/с , а вдоль волокон $C_{\parallel} = 10 \text{ км/с}$.

Регистрация волновых профилей осуществлялась лазерным интерферометром VISAR. Зондирующее излучение отражалось от алюминиевой фольги толщиной 400 мкм, расположенной между торцом заряда и водяным окном. Экспериментальные данные представляют собой скорость движения поверхности фольги, граничащей с водой. В каждом опыте измерялась также скорость ударной волны. Давление ударного сжатия варьировалось изменением толщины (от 4 до 10 мм) и скорости (от 1.4 до 5 км/с) алюминиевых ударников.

В результате обработки экспериментальных результатов получены ударные адиабаты углепластика для продольной и поперечной ориентации волокон в координатах скорость ударной волны D – массовая скорость u . В исследованном диапазоне давлений при поперечной ориентации волокон экспериментальные данные удовлетворительно аппроксимируются линейной зависимостью $D = 1.70 + 2.3 * u$, км/с. Причем первый коэффициент, $C_0 = 1.70 \text{ км/с}$, значительно отличается от скорости звука C_{\perp} , измеренной при нулевом давлении. Подобная ситуация часто наблюдается для пористых образцов. В этом случае ударная адиабата является нелинейной при низких давлениях. Поэтому коэффициент C_0 , полученный в результате экстраполяции зависимости $D - u$ из области высоких давлений к нулевой массовой скорости, не только может значительно отличаться от скорости звука при нормальных условиях, но часто вообще не имеет какого-либо физического смысла.

Ударная адиабата для продольной ориентации удовлетворительно аппроксимируются зависимостью $D = 2.3 + 2.0 * u$, км/с. В отличие от поперечной ориентации, в этом случае наблюдается достаточно сложная структура фронта ударной волны. Практически во всем диапазоне давлений регистрируется двухволновая конфигурация, которая наиболее отчетливо

выражена при низких давлениях. В данном случае двухволновая конфигурация обусловлена анизотропной структурой образца. Скорость распространения возмущений вдоль углеродных волокон в несколько раз может превышать скорость ударной волны, что и приводит к формированию предвестника. Поскольку амплитуда убегающих вперед возмущений затухает, то фронт первой волны вырождается в звуковой импульс, поэтому скорость ее распространения близка к скорости $C_l = 10$ км/с, измеренной ультразвуковым методом.

Работа выполнена при поддержке Исследовательского центра ФАИР-Россия.

УСТРОЙСТВО ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ВИДЕОСЪЕМКИ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН

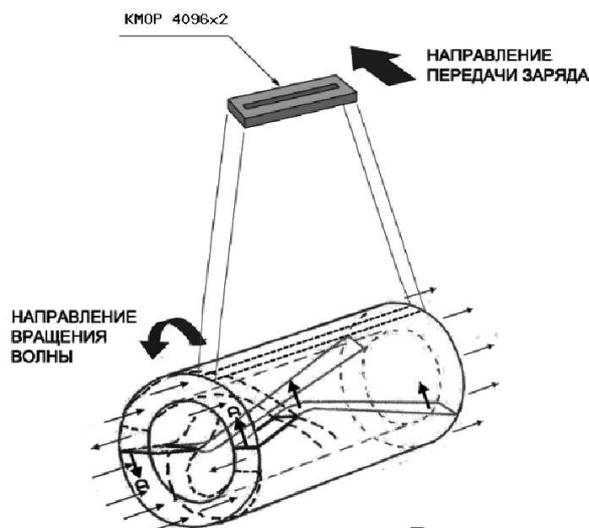
А. Н. Самсонов¹, Х. В. Самойлова²

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Доклад описывает принципы построения устройства оптимального для видеосъемки детонационных волн и других объектов, движущихся с высокими скоростями мимо наблюдательного окна.

Целью данной работы было поставлено создание цифрового устройства видеосъемки, позволяющего зарегистрировать детонационные волны, движущиеся со скоростью около 2 км/с. Для данной цели оптимальным образом подходит высокоскоростная светочувствительная линейка, сканирующая светящийся объект,двигающийся мимо объектива. Данный принцип широко применяется в устройствах фотофиниша, однако в нашем случае требует большей кадровой частоты. Для этого была выбрана высокоскоростная КМОП-линейка со встроенным аналого-цифровым преобразователем. Благодаря длине строки сенсора в 4096 пикселей и кадровой частоте 180 тысяч кадров в секунду, данное устройство позволяет произвести экспозицию одновременно по всей длине экспериментальной установки.



В устройстве реализованы механизмы высокоскоростной передачи данных по низковольтным дифференциальным парам в режиме умножения тактовой частоты.

Разработано программное обеспечение для получения данных с устройства, компоновки и отображения общей картины течений в камере по последовательности из 20 тысяч кадров.

Работа поддержана грантами РФФИ №10-08-00225, №14-08-00080 и Программой отделений РАН №1.1.4.

Список литературы

1. Быковский Ф. А., Ждан С. А. *Непрерывная спиновая детонация*. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013. 423 с.
2. Джонсон Г., Грэхем М. *Конструирование высокоскоростных цифровых устройств*. М.: Издательский дом «Вильямс». 2006. 624 с.

ВКЛАД УГЛЕРОДА В ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

Н. П. Сатонкина

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

История исследования электрических свойств конденсированных взрывчатых веществ насчитывает более 60 лет. В 1947-1948 годах были развиты методы измерения электропроводности, позволившие получить ее величину для ряда ВВ - единицы $\text{Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$. Исчерпывающее объяснение таких высоких значений до сих пор не найдено. В 1965 году Хейзом [1] была высказана гипотеза о ключевой роли углерода в процессе проводимости для ВВ, богатых углеродом, и на примере четырех ВВ проведено исследование, подтвердившее эту гипотезу. Были рассмотрены жидкий тротил, композит В, нитрометан и тэн. Хейз высказал предположение о том, что из углерода формируются проводящие связные структуры, которые и обеспечивают высокую электропроводность.

Для выяснения вклада углерода в электропроводность при детонации автором проведен анализ результатов 50 экспериментов по измерению электропроводности при детонации пяти индивидуальных моносоединений ВВ: гексоген (RDX), октоген (HMX), тэн (PETN), тротил (TNT), ТАТБ (TATB), выявлены общие для всех ВВ тенденции.

Список литературы

1. Hayes B. Proc. 4th Symposium (Internat.) on Detonation. White Oak, MD, 1965. Washington: Office of Naval Research, ACR-126, 1967. P. 595-601.

ПРОФИЛИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВВ, БОГАТЫХ УГЛЕРОДОМ

Н. П. Сатонкина, И. А. Рубцов

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

Экспериментальное исследование электропроводности при детонации конденсированных взрывчатых веществ показывает, что для однокомпонентных ВВ ее величина составляет от единиц до нескольких десятков $\text{Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$.

В 1965 году Хейзом была высказана гипотеза о корреляции между величиной электропроводности и долей конденсированного углерода, выделяющего в точке Чепмена-Жуге, приводятся данные для четырех ВВ [1].

Ранее авторами были получены профили электропроводности для тротила и ТАТБ при разных плотностях. Эти ВВ интересны как вещества, содержащие в своем составе значительное количество углерода. Так, тротил ($C_7H_5N_3O_6$) содержит 37 % углерода по массе, ТАТБ ($C_6H_6N_6O_6$) 28 %. Получены распределения электропроводности при разных начальных плотностях. При насыщенной плотности тротила на профиле выделяется пик длительностью порядка длительности химика, известной из литературы. При увеличении плотности прессованного ВВ максимальное значение растет, характер профиля меняется. Для ТАТБ получены распределения при двух плотностях 1.27 и 1.8 г/см³. Для составов с равным количеством конденсированного углерода проведено сравнение профилей.

Список литературы

1. Hayes B. Proc. 4th Symposium (Internat.) on Detonation. White Oak, MD, 1965. Washington: Office of Naval Research, ACR-126, 1967. P. 595–601.

ДЕТОНАЦИЯ ЭМВВ НА ОСНОВЕ АС/НС ЭМУЛЬСИИ, СЕНСИБИЛИЗИРОВАННОЙ ПОЛИМЕРНЫМИ МИКРОБАЛЛОНАМИ EXRANSEL

В. В. Сильвестров^{1,2}, А. В. Пластинин¹, С. И. Рафейчик¹, А. С. Юношев^{1,2}

¹Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Эмульсионные взрывчатые вещества (ЭМВВ), широко применяющиеся в горной промышленности, в последнее время стали применяться также для сварки и обработки металлов взрывом, взрывного компактирования и т.п. [1]. Появляется также, в частности, интерес к изучению детонационных свойств ЭМВВ, сенсibilизированного полимерными микробаллонами. Например, в работе [2] исследуются свойства ЭМВВ на основе аммиачноселитряной (АС) эмульсии и полимерных микробаллонов Exrancel.

Интерес к использованию сенсibilизаторов с очень легкой стенкой носит как фундаментальный (для развития модельных представлений о механизме детонации таких смесевых ВВ), так и практический (создание ЭМВВ с более высокими детонационными параметрами, чем низкоскоростные ЭМВВ, сенсibilизированные микробаллонами из стекла, перлита или газогенерирующей добавкой).

В настоящей работе изучаются детонационные характеристики ЭМВВ на основе смеси аммиачной и натриевой (АС/НС) селитр, сенсibilизированной полимерными микробаллонами Exrancel 462 DET 40 d25 со средним диаметром 40 мкм и толщиной стенки около 0.1 мкм. Зависимость скорости детонации ЭМВВ на основе АС/НС эмульсии и сенсibilизатора Exrancel при постоянном диаметре заряда 21 мм в пластиковой оболочке в диапазоне плотностей $\rho_0 = 0.2-1.3$ г/см³ от плотности (или пористости) носит характер, аналогичный ранее исследованному нами для сенсibilизатора - стеклянных микробаллонов МС-В и ЭМВВ на основе АС-эмульсии, исследованному в [2].

В то же время, использование полимерных микробаллонов позволяет существенно расширить доступный диапазон плотности и пористости. При введении в состав ЭМВВ до 10 масс. % микробаллонов из полимера реализована высокопористая (пористость 0.9) композиция с плотностью 0.2 г/см³, детонирующая со скоростью около 2 км/с при давлении менее 0.5 ГПа. Среди конденсированных ВВ эта композиция имеет рекордно низкое давление. Исследование механизма детонации подобной композиции представляет значительный интерес. Возможно,

что для такой композиции удастся проверить гипотезу о механизме возбуждения детонации струями продуктов взрыва, опережающими фронт детонации.

По сравнению с другими сенсibilизаторами для ЭМВВ полимерные ультралегкие микробаллоны размером 40-80 мкм с ультратонкой стенкой 0.1-0.2 мкм являются наиболее эффективным сенсibilизатором, позволяющим практически полностью реализовать потенциальные возможности эмульсионного ВВ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 15-03-00883) и фонда Президента РФ по поддержке ведущих научных школ (НШ-2695.2014.1).

Список литературы

1. Юношев А. С., Рафейчик С. И., Пластинин А. В., Сильвестров В. В. *Новые приложения эмульсионных взрывчатых композиций*. ФГВ. 2013. Т. 49. № 2. С. 113–118.
2. Mendes R., Ribeiro J., Plaksin I., Campos J., Tavares B. *Differences between the detonation behavior of emulsion explosives sensitized with glass or with polymeric microballoons*. 2013 Joint APS-SCCM/AIRAPT Conference. Journal of Physics: Conference Series 500 (2014) 052030. doi:10.1088/1742-6596/500/5/052030.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОКОНТАКТНОГО СПЕКАНИЯ ТВЕРДОСПЛАВНЫХ ПОРОШКОВЫХ КОМПОЗИЦИЙ

С. Н. Сорокова

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск

В настоящее время существуют разнообразные методы получения нанокomпозитов с улучшенными химическими, механическими и физическими свойствами [1]. Среди них особое место занимают процессы консолидации порошковых материалов с приложением электрических полей и с одновременным использованием механического нагружения. Применение давления способствует процессу консолидации за счет интенсификации физических процессов и сокращению времени воздействия высоких температур на консолидируемые порошки [2]. Способы спекания порошковых материалов с использованием электрического тока имеют общие черты с обычным и активированным спеканием, горячим прессованием, а на уровне элементарных актов – с микроэлектросваркой [3]. На процесс спекания и свойства получаемых материалов оказывают влияние размер, структура, предварительная механохимическая активация порошка, скорость и пространственное распределение вводимой энергии, величина давления и время его приложения, скорость охлаждения и др. Для целенаправленного выбора технологических режимов электроконтактного спекания необходимо подробное теоретическое исследование закономерностей формирования структуры и фазового состава материала.

В работе предложена математическая модель процесса импульсного электроконтактного спекания твердосплавных порошковых композиций [4]. Модель основана на аналогии течения порошковой среды и вязкой жидкости и учитывает эволюцию пористости в процессе спекания. Для описания динамики структурных изменений используется кинетическое уравнение для структурного параметра. Результатом численного исследования являются распределения температуры, плотности прессовки, скорости течения вязкой среды и изменение толщины образца в процессе спекания.

Автор благодарит профессора, д.ф.м.н. Князеву А.Г. за обсуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №14-08-9003-Бел_а.

Список литературы

1. Viswanathan V., Laha T., Balani K., Agarwal A., Seal S. *Challenges and advances in nanocomposite processing techniques*. Materials Science and Engineering. 2006. V.54. P.121–285.
2. Marcus H. L. *High-energy, high-rate materials processing*. JOM Journal of the Minerals. 1987. V.39. №12. P.6–10.
3. Григорьев Е. Г., Калинин Б. А. *Электроимпульсная технология формирования материалов из порошков*. М.: МИФИ, 2008.
4. Sorokova S. N., Knyazeva A. G., Pobol A. I., Goranskyi G. G. *Mathematical Modeling of Pulsed Electro Contact Sintering of Carbide Powder Composition*. Advanced Materials Research. 2014. V. 1040. P. 495–499.

ДИНАМИЧЕСКАЯ РЕГИСТРАЦИЯ ВЫБРОСА НАНОЧАСТИЦ ПРИ ВЗРЫВНОМ УСКОРЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ФОЛЬГ

В. М. Титов¹, К. А. Тен¹, Э. Р. Прууэл¹, А. О. Кашкаров¹, И. А. Рубцов², Г. Н. Кулипанов³, В. М. Аульченко³, Л. И. Шехтман³, В. В. Жуланов³, Б. П. Толочко⁴, М. Р. Шарафутдинов⁴, Г. Н. Рыкованов⁵, А. К. Музыря⁵, Ю. А. Аминов⁵, Е. Б. Смирнов⁵, К. М. Просвирнин⁵

¹Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

³Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск

⁴Институт химии твердого тела и механохимии СО РАН, Новосибирск

⁵Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. акад. Е.И. Забабахина, Снежинск

При интенсивном ударном нагружении металлических пластин возникает проблема регистрации микро и наночастиц, летящих впереди ускоряемой пластины. Такие работы проводятся во ВНИИЭФ [1, 2], где регистрация микрочастиц проводятся лазерно-оптическим методом, методом рентгенографии и пьезоэлектрических датчиков давления. В [3] для регистрации распределения плотности используется метод PDV. Предельный размер разрешаемых частиц для этих методик составляет несколько микрон.

В данном докладе для диагностики наночастиц использовался метод мало-углового рентгеновского рассеяния (МУРР) синхротронного излучения (СИ) от накопителей ВЭПП-3 (энергия 2 ГэВ) и ВЭПП-4 (энергия 4 ГэВ) Института ядерной физики СО РАН. Регистрация МУРР велась детектором DIMEX-3.

Методика МУРР на ВЭПП-4 позволяет регистрировать наночастицы размером от 2 до 200 нм [4, 5]. Исследовались фольги металлов из олова ($\rho = 7.31 \text{ г/см}^3$) и тантала ($\rho = 16,65 \text{ г/см}^3$) толщиной от 30 до 50 мкм. Ускорение фольг проводилось зарядами пресованного ВВ. Эксперименты показали, что при метании фольги из олова (пресованным октогеном) впереди нее регистрируется большой сигнал МУРР, свидетельствующий о наличии облака наночастиц (размером порядка 100 нм). Амплитуда МУРР уменьшается при использовании танталовой фольги и при удалении оси регистрации от плоскости фольги. Использование менее мощного ВВ также уменьшает сигнал МУРР.

Список литературы

1. А.Л. Михайлов, В. Л. Огородников, В. С. Сасик и др. *Экспериментальное исследование процесса выброса частиц с ударно-нагруженной поверхностью*. // XV Международная конференция Харитоновские научно-тематические чтения «Экстремальное состояние вещества. Детонация. Ударные волны», г. Саров, 18-22 марта 2013 г. Стр. 279
2. Невмержицкий Н.В., Сотсков Е.А., Сеньковский Е.Д. и др. *Микроскопическая электронно-оптическая регистрация процесса выброса частиц со свободной поверхности ударно-нагруженных металлов и жидкостей*. // XV Международная конференция Харитоновские научно-тематические чтения «Экстремальное состояние вещества. Детонация. Ударные волны», г. Саров, 18-22 марта 2013 г. Стр. 324
3. А.В. Федоров, А.Л. Михайлов, С.А. Финюшин и др. *Регистрация параметров множественного откола и внутренней структуры облака частиц при ударно-волновом нагружении металлов*. // XVII Международная конференция Харитоновские научно-тематические чтения «Экстремальное состояние вещества. Детонация. Ударные волны», г. Саров, 23 - 27 марта 2015 г. Стр. 345-346.
4. V. M. Titov, E. R. Prueel, K. A. Ten и др. *Experience of Using Synchrotron Radiation for Studying Detonation Processes*. // Combustion, Explosion, and Shock Waves, Vol. 47, No. 6, pp. 1-13, 2011
5. E. R. Prueel, K. A. Ten, B. P. Tolochko и др. *Implementation of the capability of synchrotron radiation in a study of detonation processes*. // Doklady Physics. January 2013, Volume 58, Issue 1, pp 24-28.5.

ОСОБЕННОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ПЛАСТИН НА ПРЕДЕЛЬНЫХ СКОРОСТЯХ ПРОБИТИЯ

В. Ф. Толкачев, А. А. Коняев, И. М. Тырышкин

НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета

В работе представлены результаты комплексного исследования процессов деформирования и разрушения материалов в условиях интенсивного динамического нагружения на основе экспериментального, инженерного и математического моделирования с учетом влияния температуры на прочностные свойства металлов.

При высокоскоростном ударе частицей в преградах конечной толщины наблюдается отрыв слоя тыльной поверхности преграды в виде деформированной по центру, а в некоторых случаях и пробитой "тарелочки" [1]. Полученное фото шлифа поперечного сечения тыльного разрушения стальной пластины свидетельствует о том, что отделение откольного слоя (2) от пластины (1) представляет собой комбинацию отрывного разрушения, формирующего магистральную трещину (3) параллельно тыльной поверхности, и сдвигового разрушения (4), которое совершает резкий поворот относительно магистральной трещины. Визуальный осмотр шлифа размером 1-2 мм области соединения магистральной трещины и сдвиговой не обнаружил заметного увеличения концентрации пор и других микрповреждений по сравнению с исходным состоянием микроструктуры образца. По видимому, рост магистральной трещины отрыва прекращается там, где заканчивается образование микрповреждений и микропор. Здесь и происходит переход ее в полосу скольжения, завершающую образование боковой поверхности осесимметричного откола.



При численном моделировании процесса разрушения в пластине при высокоскоростном ударе компактной частицей использовалась система уравнений, описывающая нестационарные адиабатические пространственные движения сплошной среды с учетом температурных эффектов [1]. Для счета использовался метод конечных элементов. Моделирование разрушений осуществлялось с помощью кинетической модели активного типа. Получены хронограммы процесса формирования и развития разрушений в стальной пластине, которые хорошо согласуются по конечным параметрам разрушения (диаметр и глубина откола) с экспериментальными данными. Расчеты подтвердили, что рост магистральной трещины прекращается, когда напряжения достигают значения откольной прочности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-08-00509).

Список литературы

1. Хорев И.Е., Горельский В.А. Докл. АН СССР. 1983. Т. 271. № 3. С. 623–626.
2. Горельский В.А., Толкачев В.Ф., Глазырин В.А. Изв. вузов. Физика. 2010. Т. 53. № 12/2. С. 79–82.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ДВУМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНЫ В МЕТАНО-ВОЗДУШНОЙ И МЕТАНО-КИСЛОРОДНОЙ СМЕСЯХ

А. В. Троцюк, П. А. Фомин, А. А. Васильев

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Разработана двухстадийная модель кинетики детонационного горения метана в кислороде и воздухе. Полагалось, что во время индукционной стадии молекулы метана полностью разлагаются. Брутто- реакция разложения выбрана таким образом, чтобы ее тепловой эффект был существенно меньше величины, соответствующей точке Чепмена-Жуге. Величина периода индукции определялась по известной эмпирической формуле. Молярная масса газа на стадии основного тепловыделения описывалась одним кинетическим уравнением. Тепловой эффект химической реакции и термодинамические параметры газа описывались явными алгебраическими зависимостями от давления и температуры.

Предложенная модель кинетики детонационного горения метана имеет высокую точность и согласована со вторым началом термодинамики. Константы модели имеют четкий физический смысл. Модель удобна для проведения многомерных численных расчетов детонационных процессов и в настоящий момент является единственной лвусталийной моделью кинетики, позволяющей с высокой точностью рассчитывать нерегулярную структуру детонационной волны.

Впервые в рамках двустадийной модели кинетики с адекватным описанием всех термодимических параметров смеси проведено численное моделирование двумерной структуры детонационных волн (ДВ) в стехиометрических метано-воздушной и метано-кислородной смесях. Исходя из анализа полученных картин течения, размер детонационной ячейки в стехиометрических метано-воздушной и метано-кислородной смесях определен равным 34 ± 1 и $0.3 \div 0.35$ см, что хорошо соответствует известным экспериментальным данным. В расчетах была воспроизведена нерегулярная ячеистая структура ДВ со всеми основными ее особенностями, наблюдаемыми в эксперименте: хаотическим несогласованным движением основных поперечных волн; иерархией вторичных поперечных волн на ведущем ударном фронте, тонкой ячеистой структурой фронта поперечных волн и многочисленными областями несогревшейся смеси на значительном расстоянии за фронтом ДВ. Основные результаты работы опубликованы в [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, код проекта 14-03-00838.

Список литературы

1. Fomin P.A., Trotsyuk A.V., Vasil'ev A.A. *Approximate model of chemical reaction kinetics for detonation processes in mixture of CH₄ with air*. Combustion Science and Technology (2014), 186: 10–11. Pp. 1716–1735.
2. Trotsyuk, A.V., Fomin, P.A., Vasil'ev, A.A. *Numerical study of cellular detonation structures of methane mixtures*. Journal of Loss Prevention in the Process Industries (2015), doi: 10.1016/j.jlp.2015.03.012.

ДЕТОНАЦИОННОЕ НАПЫЛЕНИЕ ОКСИДНОЙ КЕРАМИКИ

В. Ю. Ульяницкий, И. С. Батраев, А. А. Штерцер

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Детонационное напыление с применением разработанного в ИГиЛ СОРАН оборудования нового поколения CCDS2000 позволяет эффективно наносить высокоплотные, однородные, износостойкие покрытия из оксидов алюминия и хрома и термобарьерные покрытия с заданной пористостью на основе оксида циркония. Оптимальные режимы напыления определяются экспериментально путем изучения сплэтов - отдельных частиц, оставшихся на подложке после соударения [1]. Исследования показали, что наиболее плотные и прочные покрытия получаются, если с подложкой сталкивается керамическая частица в полурасплавленном состоянии. Оптимизация напыления производится варьированием величины заряда взрывчатой смеси в выстреле, соотношения топливо/кислород, дистанции напыления и других параметров процесса, с тем, чтобы обеспечить необходимую скорость и температуру частиц при соударении. Подробно технология напыления, параметры детонации различных газовых смесей и другие особенности технологии описаны в [2]. В экспериментах использовались порошки: Al₂O₃ (производитель ООО "Инокс"), Cr₂O₃ (производитель DURUM GMBH) и оксид циркония, стабилизированный окисью иттрия YSZ (производитель Sulzer Metco) со средним

размером частиц 24, 36 и 30 мкм соответственно. Свойства получаемых покрытий (σ - адгезия, HV_{200} - микротвердость), оптимальная скорость соударения V_p и температура частиц T_p , °C приведены в таблице.

Материал покрытия	Взрывчатая смесь	V_p , м/сек	T_p , °C	σ , МПа	HV_{200}	Пористость, %
Al_2O_3	$C_2H_2 + 2,5 O_2$	627	2044	$70 \pm 0,5$	1200 ± 90	0,6
Cr_2O_3	$C_2H_2 + 2 O_2$	494	2435	$65 \pm 0,5$	1550 ± 144	0,8
YSZ	$C_2H_2 + 2 O_2$	485	2715	$35 \pm 0,5$	930 ± 265	4,5

Исследования проводились при поддержке гранта Президента РФ для научных школ № 2695.2014.1.

Список литературы

1. Zlobin S.B., Ulianitsky V.Yu., Shtertser A.A., Smurov I. *Collision of Particles with Solid Substrate under Detonation Spraying: Detonation Splats* Proceed. of the Intern. Thermal Spray Conf. (ITSC-2009), USA, Las Vegas. May 2–4, 2009. Pp. 714–717.
2. Ulianitsky V., Shtertser A., Zlobin S., Smurov I. *Computer-controlled detonation spraying: from process fundamentals toward advanced applications* J. Thermal Spray Technol. 2011, V. 20. Issue 4. Pp. 791–801.

СТРУКТУРА ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В ТЭНЕ

А. В. Уткин, В. М. Мочалова

Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка

Национальный исследовательский Томский государственный университет

Многочисленные экспериментальные исследования подтверждают справедливость классической модели детонации для гетерогенных ВВ. Однако, в ряде взрывчатых веществ (RDX, HMX, ZOХ, TNETB) вместо химпика регистрируется рост давления в зоне реакции. Вопрос о том, насколько уникальными являются стационарные детонационные волны без химпика, остается открытым. Можно предположить, что такой характер течения реализуется в высокочувствительных ВВ. С этой целью в данной работе проведены экспериментальные исследования влияния начальной плотности и дисперсности исходного порошка ВВ на структуру зоны реакции стационарных детонационных волн в прессованном ТЭНе.

Регистрация волновых профилей осуществлялась лазерным доплеровским интерферометром VISAR. Зондирующее излучение отражалось от алюминиевой фольги толщиной 100–400 мкм, расположенной между торцом заряда и водяным окном. Экспериментальные данные представляют собой скорость движения поверхности фольги, граничащей с водой, и передают все детали структуры зоны реакции в детонационной волне. В каждом опыте измерялась также скорость детонации.

Образцы ТЭНа различной начальной плотности были приготовлены из порошков различной дисперсности: со средним размером частиц 5 мкм и 200 мкм. В исследованном интервале начальных плотностей $1.60\text{--}1.72 \text{ г/см}^3$ регистрируется типичная для гетерогенных ВВ картина: после ударного скачка наблюдается спад скорости на границе фольга-вода, длительность и амплитуда которого определяются параметрами химпика в ТЭНе. Причем дисперсность исходного порошка ВВ практически не влияет на характер течения в зоне реакции.

Для плотностей 1.51 и 1.60 г/см³ полная длительность пика около 50 нс. С увеличением начальной плотности длительность пика скорости изменяется незначительно, а его амплитуда заметно падает, примерно от 400 м/с при 1.51 г/см³ до 200 м/с при 1.69 г/см³. Следует отметить, что в этом же интервале плотностей наблюдается отчетливо выраженный излом на зависимости скорости детонации от начальной плотности.

Работа выполнена при поддержке Программы Президиума РАН №26.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СРЫВНОГО РАЗРУШЕНИЯ КАПЕЛЬ И СТРУЙ ПРИ ИХ ВЫБРОСЕ С ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ

А. В. Федоров, А. Л. Михайлов, Л. К. Антоноук, И. В. Шмелев

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Институт Физики Взрыва, Саров

Приведены результаты экспериментов по исследованию динамики разрушения капель и струй, движущихся в газовой среде при их ударноволновом выбросе с поверхности жидкостей и расплавленных металлов. С помощью метода PDV регистрировались скорости струй, облака капель и свободной поверхности, а также параметры торможения капель и струй в газе. Показано, что при торможении струй в воздухе происходит их срывное разрушение и дробление на мелкие капли. Рассмотрены различные режимы дробления струй, которые зависят от числа Вебера. При дроблении струй жидкостей диаметром 85-160 мкм размер образовавшихся капель составил 1,5 - 25 мкм. Показано, что для вязких жидкостей в начальной стадии дробления размер капель составляет 18...25 мкм, в последующих стадиях 1,5...3,0 мкм. Аналогичная картина выброса и дробления струй зарегистрирована для расплавленных свинца и галлия, где при дроблении струй диаметром 160 - 190 мкм, размер капель при дроблении составил 3 - 26 мкм. Экспериментально определено время периода индукции срыва капель, которое составило для вязких жидкостей 1,8 - 6 мкс, для расплавленных металлов 0,8 - 1,5 мкс.

РЕГИСТРАЦИЯ СПЕКТРА СКОРОСТЕЙ ЧАСТИЦ ПРИ ВЫХОДЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ РАЗЛИЧНОЙ ВЯЗКОСТИ

*А. В. Федоров, А. Л. Михайлов, С. А. Финюшин, Д. А. Калашников, Е. А. Чудаков,
Е. И. Бутусов, И. С. Гнуттов*

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Институт Физики Взрыва, Саров

Проведены исследования динамики процесса образования капельного облака и регистрация спектра скоростей частиц в результате кавитационного разрушения жидкостей. С помощью метода PDV регистрировались параметры выброса капель с поверхности жидкостей различной вязкости (глицерин, масло, вода, этанол) в широком диапазоне давлений нагружения (0,1...10 ГПа). Показано, что под действием растягивающих напряжений происходит кавитационное разрушение жидкостей. Максимальная скорость выброса капель составила 5,0...6,0 км/с, превышение скорости капель над скоростью свободной поверхности жидкости составило 1,25...1,35. Зарегистрированы спектры скоростей облака капель жидкостей и треки скоростей струй и капель, оценен их размер. Так, например, размер струй воды составил

5 - 25 мкм, глицерина — 30 - 500 мкм. Разница в размере струй может быть обусловлена существенной разницей в вязкости глицерина и воды. Определена откольная прочность воды, которая составила $\sigma = 30$ МПа.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФОРМИРОВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ КОМПАКТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ КУМУЛЯТИВНЫХ ОБЛИЦОВОК ПОЛУСФЕРА-ЦИЛИНДР УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЙ ФОРМЫ

С. В. Федоров, Я. М. Никольская, С. В. Ладов

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
Москва*

Кумулятивные заряды с облицовкой комбинированной формы полусфера-цилиндр (ПЦ-облицовкой) позволяют формировать высокоскоростные компактные элементы и используются при проведении экспериментальных исследований поведения материалов в условиях высокоинтенсивного кинетического воздействия. Скорость получаемых компактных элементов составляет до 6 км/с [1]. Большой практический интерес представляет ответ на вопрос - существуют ли резервы ее повышения.

На основе численного моделирования исследовано формирование компактных элементов из ПЦ-облицовок усовершенствованной формы, придававшейся им с учетом результатов [2]. Их отличительной особенностью являлась дегрессивность (уменьшение от вершины к основанию) толщины струеобразующей части с изменением ее формы с полусферической на полуэллипсоидальную. За счет использования данных факторов осуществлялось управление массово-скоростными характеристиками струйного течения, формирующегося при схлопывании струеобразующей части, и, соответственно, параметрами компактного элемента, отсекавшегося цилиндрической частью.

Путем численных расчетов подбирались геометрические параметры усовершенствованной ПЦ-облицовки, позволяющие сформировать компактный элемент с заданным уровнем скорости при максимально возможном значении его массы. При этом для реализации своевременной "отсечки" компактных элементов с более высокой скоростью требовалось уменьшение радиуса цилиндрической части облицовки и, соответственно, совпадающего с ним экваториального радиуса струеобразующей части. В результате были определены параметры ПЦ-облицовок для формирования компактных элементов со скоростями в диапазоне 5,0...9,5 км/с. Было показано, что переход к усовершенствованным ПЦ-облицовкам позволяет вплоть до скорости 8 км/с сохранять кинетическую энергию формируемых компактных элементов на одном уровне, примерно на 35 % превышающем кинетическую энергию элемента со скоростью чуть выше 6 км/с, получаемого с использованием "стандартной" ПЦ-облицовки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания образовательным организациям высшего образования.

Список литературы

1. Жданов И. В., Князев А. С., Маляров Д. В. *Получение высокоскоростных компактных элементов требуемых масс при пропорциональном изменении размеров кумулятивных устройств*. Труды Томского государственного университета. Т.276. Серия физико-математическая. Томск: Изд-во Томского университета, 2010. С. 193–195.

- Федоров С. В., Баянова Я. М., Ладов С. В. *Численный анализ влияния геометрических параметров комбинированной кумулятивной облицовки на массу и скорость формируемых взрывом компактных элементов*. Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51. № 1. С. 150–164.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ МЕТАЛЛОВ В ВОЛНАХ УДАРНОГО СЖАТИЯ И ИЗОЭНТРОПИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

К. В. Хищенко

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Для анализа и численного моделирования процессов в материалах и конструкциях при статическом и динамическом нагружении необходимо знание уравнения состояния вещества в широком диапазоне давлений и температур [1, 2]. При этом точность расчетных результатов определяется главным образом адекватностью описания термодинамических характеристик среды. В настоящей работе рассматриваются полуэмпирические модели широкодиапазонных уравнений состояния для металлов. Представлена модель термодинамического потенциала свободной энергии $F(V, T)$ с учетом полиморфных фазовых превращений, плавления и испарения. Здесь V — удельный объем, T — температура. Для таких металлов, как алюминий, медь, олово, титан и железо, на основе этой модели построены уравнения состояния и проведены расчеты термодинамических параметров в обширной области фазовой диаграммы. Результаты расчетов хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными при высоких температурах и давлениях за фронтом волн ударного сжатия и изоэнтропического расширения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 14-50-00124).

Список литературы

- Khishchenko K. V., Charakhch'yan A. A., Fortov V. E., Frolova A. A., Milyavskiy V. V., Shurshalov L. V. *Hydrodynamic simulation of converging shock waves in porous conical samples enclosed within solid targets*. J. Appl. Phys. 2011. V. 110. P. 053501.
- Mayer A. E., Khishchenko K. V., Levashov P. R., Mayer P. N. *Modeling of plasticity and fracture of metals at shock loading*. J. Appl. Phys. 2013. V. 113. P. 193508.

ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ГИПЕРБОЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ УДАРНО–ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ СТОЛКНОВИТЕЛЬНЫХ ГАЗОВЗВЕСЕЙ

Т. А. Хмель¹, А. Л. Брагинский²

¹Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО
РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Описание ударно-волновых процессов в газовзвесах твердых частиц проводится на основе уравнений Эйлера. В [1] представлена модель, основанная на молекулярно-кинетических подходах теории гранулированных материалов, в которой интегрально учитывается динамика хаотического движения частиц и вероятность их столкновений. Столкновительное давление обуславливает появление скорости звука в фазе частиц. Проведенный в рамках модели анализ показал возможность существования двух типов ударных волн (УВ). Структуры первого типа характеризуются лидирующим скачком в газе и примыкающей зоной релаксации, второго типа – лидирующим скачком плотности, скорости и энергии хаотического движения в дискретной фазе. В [2] на основе численного моделирования нестационарных течений подтверждена возможность стационарного распространения обоих типов волн. Для изолированной гранулированной среды система уравнений гиперболична и приводится к консервативной форме. Для смеси в целом система составного типа, хотя наличие скорости звука в частицах обуславливает расширение областей гиперболичности в сравнении с бесстолкновительной моделью двухфазной среды. Исключение из уравнений для частиц членов с давлением газа позволяет получить систему гиперболического типа, представляемую в консервативной форме, и применять развитые консервативные схемы TVD. Однако такое приближение может давать большую ошибку в описании сред с высокими значениями объемной концентрации частиц. Целью настоящей работы является определение границ применимости приближенной модели для описания ударно–волновых процессов в столкновительных газовзвесах. Для этого проводится сравнение стационарных решений, определенных из системы ОДУ, с установившимися численными решениями полной модели [2] для распространения УВ первого и второго типов. Построены карты допустимых решений в плоскости параметров: начальная объемная концентрация частиц, скорость фронта УВ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00110).

Список литературы

1. Хмель Т. А. Федоров А. В. *Описание динамических процессов в газовзвесах с привлечением молекулярно-кинетических подходов для учета межчастичных столкновений*. ФГВ. 2014. Т. 50. № 2. С. 81–93.
2. Хмель Т. А. Федоров А. В. *Моделирование распространения ударных и детонационных волн в запыленных средах при учете межчастичных столкновений*. ФГВ. 2014. Т. 50. № 5. С. 53–62.

Поведение материалов и конструкций при статическом и динамическом нагружении

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ТВЕРДОФАЗНОМ СИНТЕЗЕ РАЗНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

К. А. Алигожина

Национальный исследовательский Томский государственный университет

В настоящее время для развития многих из существующих технологий требуется использование материалов, которые могут эксплуатироваться при очень высоких температурах. В качестве подобных материалов в основном используются керамические материалы, а также керамоматричные композиты. Однако существует известная проблема соединения керамических материалов как между собой, так и с металлами. Среди технологий, способных решить эту проблему, сварка посредством самораспространяющегося высокотемпературного синтеза занимает особое место, поскольку имеет ряд преимуществ: низкая энергозатратность, простота аппаратного оформления и высокое качество продуктов.

Несмотря на указанные достоинства данной технологии, быстрота прогрева, высокая скорость реакции и значительные температурные градиенты создают сложности для подробного экспериментального исследования физико-химических процессов, сопровождающих соединение материалов с помощью СВС. В связи с этим особое значение приобретает математическое моделирование. В данной работе рассматриваются две задачи: СВС-сварка разнородных материалов [1] и твердофазный синтез слоевого композита [2]. Обе задачи исследуются в режиме горения при поджигании с торца в двумерной постановке.

Задача об исследовании процесса СВС-сварки разнородных материалов рассматривается в следующей постановке. Соединяемые материалы разнородны, слой экзотермически реагирующего вещества находится между ними; полагаем, что контакт на внутренних границах идеален. Образец равномерно нагревается с торца с помощью импульсного источника тепла, на остальных границах реализуется условие теплоизоляции. Математическая постановка задачи содержит уравнение теплопроводности для реагента, уравнения теплопроводности соединяемых материалов, уравнение химической кинетики, описывающее зависимость скорости изменения степени превращения от температуры с помощью закона Аррениуса, а также начальные и граничные условия. Так как условие теплоизоляции аналогично условию симметрии, математическая постановка задачи о твердофазном синтезе слоевого композита, в котором чередуются инертные слои и слои реагента, будет идентична постановке задачи об СВС-сварке разнородных материалов.

В ходе исследования было обнаружено, что слои инертного вещества могут как замедлять распространение тепла вглубь композита, так и способствовать ему. В связи с этим необходимо тщательно подбирать размеры слоев синтезируемого композита.

Список литературы

1. Aligozhina K. A., Knyzeva A. G. *Advanced Materials Research*. 2014. V. 1040. Pp. 519–524.
2. Aligozhina K. A., Knyzeva A. G. *AIP Conference Proceedings*. 2014. V. 1623. Pp. 7–10.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОЛЗУЧЕСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ РОТАЦИОННОМ ДВИЖЕНИИ МАТЕРИАЛА МЕЖДУ ЖЕСТКИМИ ЦИЛИНДРАМИ

А. С. Бегун¹, Л. В. Ковтанюк¹, А. О. Лемза²

¹Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

²Дальневосточный федеральный университет, Владивосток

Современные технологии обработки материалов и получения готовых изделий требуют повышенной точности, существенно усложняется и математический аппарат, описывающий эти процессы, поскольку классические модели малых деформаций в этом случае использовать нельзя. В настоящей работе в рамках модели больших деформаций [1,2] рассматривается деформирование материала с нелинейными упругими, вязкими и пластическими свойствами между жесткими коаксиальными цилиндрами за счет поворота одного из них. Обратимые и необратимые деформации, согласно используемой модели, определяются дифференциальными уравнениями переноса. Считается, что диссипативный механизм деформирования связан только с вязкими и пластическими свойствами материалов. В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести (где пластические деформации отсутствуют) и в областях разгрузки (где есть накопленные пластические деформации) накопление необратимых деформаций связано с процессом ползучести. Когда напряженное состояние в материале достигает поверхности нагружения, диссипативный механизм деформирования меняется, появляется область пластического течения.

На стадии предшествующей пластическому течению для расчета полей перемещений, напряжений, обратимых, необратимых и полных деформаций получена система дифференциальных уравнений в частных производных. Для интегрирования этой системы построена конечно-разностная схема. При возрастании закручивающего момента в некоторый момент времени на границе внутреннего цилиндра напряженное состояние достигнет предела текучести и начнет развиваться область вязкопластического течения. При этом область деформирования разбивается на части: область с деформациями упругости и ползучести и пластическая область. В первой области будет справедлива та же система дифференциальных уравнений, что и ранее, во второй области строится новая система разрешающих уравнений. Параметры напряженно-деформируемого состояния находятся интегрированием систем дифференциальных уравнений в двух рассматриваемых областях, учитывая краевые условия и условия непрерывности на упругопластической границе.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 13-01-00283 и гранта президента РФ № МК-2879.2014.1.

Список литературы

1. Бажин А. А., Мурашкин Е. В. *О ползучести и релаксации напряжений в окрестности микроструктуры в условиях гидростатического нагружения и разгрузки*. ДАН. 2012. Т. 445. № 6. С. 640–642.
2. Буренин А. А., Быковцев Г. И., Ковтанюк Л. В. *Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях*. ДАН. 1996. Т. 347. № 2. С. 199–201.

О ЗАДАЧЕ ЛАВРЕНТЬЕВА-ИШЛИНСКОГО

А. К. Беляев¹, Н. Ф. Морозов², П. Е. Товстик², Т. П. Товстик¹,

¹Институт проблем машиноведения РАН, Россия

²Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

Рассматривается проблема о динамической устойчивости тонкого стержня под действием осевого сжатия.

При длительном статическом действии силы, критическая нагрузка найдена Л. Эйлером. В работе М.А. Лаврентьева и А.Ю. Ишлинского установлено, что при интенсивном нагружении, существенно превосходящем Эйлерову статическую критическую нагрузку, наибольшую скорость роста амплитуды поперечного прогиба имеет форма с большим числом волн в продольном направлении. С ростом поперечного прогиба следует обратиться к геометрически нелинейной постановке. С течением времени форма упругой линии переходит в одну из эластик Эйлера. При этом конечная форма существенно зависит от способа нагружения. Представленные результаты позволяют проследить за эволюцией формы упругой линии.

Установлена возможность появления неустойчивости при внезапно приложенной осевой нагрузке, меньшей Эйлеровой. Эта неустойчивость связана с параметрическим резонансом. В линейном приближении амплитуда неограниченно растет, а при малом сопротивлении имеет место существенный рост амплитуды. Введение в рассмотрение нелинейных членов переводит систему в режим биений.

Исследуется задача, обсуждаемая А.С. Вольмиром и М.А. Ильгамовым, о возможности потери устойчивости стержня на начальном этапе нагружения. Устанавливается влияние длины стержня и роль краевых условий.

Список литературы

1. Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. *Динамика стержня при продольном ударе*. Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2009. № 2. С. 105–111.
2. Беляев А. К., Ильин Д. Н., Морозов Н. Ф. *Динамический подход к задаче Ишлинского-Лаврентьева*. Изв. РАН, МТТ. 2013. № 5. С. 28–33.
3. Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. *Динамика стержня при кратковременном продольном ударе*. Вестник СПбГУ. Сер. 1. 2013. № 3. С. 131–141.
4. Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. *Поперечные колебания стержня, вызванные продольным ударом*. Доклады АН. 2013. Т. 452. № 1.
5. Лаврентьев М. А., Ишлинский А. Ю. *Динамические формы потери устойчивости упругих систем*. ДАН СССР. 1949. Т. 5. № 6.
6. Морозов Н. Ф., Товстик П. Е. *О динамической потере устойчивости стержня при нагрузке, меньшей Эйлеровой*. Доклады АН. 2013. Т. 453. № 3. С. 282–285.
7. Вольмир А. С. *Нелинейная динамика пластинок и оболочек*. М.: Наука. 1972. 432 с.
8. Ильгамов М. А. *Зависимость динамического выпучивания стержня от начальных условий*. ДАН. 2014. Т. 457. № 6.

ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В РАЗУПРОЧНЯЮЩЕМСЯ ПРОСТРАНСТВЕ

К. В. Бердников, В. В. Стружанов

Институт машиноведения УрО РАН, Екатеринбург

Рассматривается задача о расширении посредством задания равномерного внутреннего давления сферической полости в бесконечном разупрочняющемся пространстве. Предполагается, что свойства материала описываются моделью Генки с разупрочнением при неположительной объемной деформации [1]. Составляется лагранжиан исследуемой механической системы и с использованием вариационного принципа Лагранжа выписываются соответствующие уравнение равновесия и граничные условия, которые дополняются соотношениями Коши для деформаций, физическими соотношениями для напряжений, а также инкрементальным законом пластичности [1]. Предлагается итерационный алгоритм расчета напряженно-деформированного состояния в окрестности полости, формализованный в форме метода простой итерации, который в общем случае имеет вид

$$x_{n+1} = A_n x_n + f_0 \quad (1)$$

Здесь оператор f_0 представляет собой решение задачи теории упругости (основная задача). Нелинейный оператор A_n дает решение задачи по определению остаточных самоуравновешенных напряжений (корректирующая задача). При этом вид оператора A_n определяется операторами проектирования в специально выбранных гильбертовых пространствах, состоящих из всевозможных симметричных тензоров второго ранга.

Показано, что при выполнении определенных условий, оператор A_n является сжимающим, следовательно, реализуется принцип сжимающих отображений, который обеспечивает сходимость метода. В случае неудовлетворения условию Липшица имеет место расходимость метода простой итерации. Затем устанавливается связь между началом расходимости метода простой итерации и потерей устойчивости процесса деформирования расширяющейся полости. При этом критерий потери устойчивости процесса деформирования в исследуемой задаче выводится из анализа второй вариации введенного лагранжиана.

Приводится пример расчета, демонстрирующий предложенный итерационный алгоритм.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-08-00186).

Список литературы

1. Стружанов В. В., Бердников К. В. *Об определяющих соотношениях среды Генки для разупрочняющегося материала при диагональном тензоре деформаций*. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2012. № 3(28). С. 72–80.

УРАВНЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИН СО СМЕШАННЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ИХ ЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

Ю. М. Волчков, Е. Н. Полтавская

*Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет*

На основе аппроксимации решения плоской задачи отрезками полиномов Лежандра построены уравнения упругопластического деформирования пластин со смешанными условиями на их лицевых поверхностях (на одной части поверхности задаются смещения, на другой части — напряжения). В отличие от классических уравнений теории пластин, порядок построенных дифференциальных уравнений не зависит от типа краевых условий на лицевых поверхностях. Это позволяет корректную формулировку контактных задач и дает возможность построить уравнения слоистых пластин. Процедура построения модифицированных уравнений для изотропных и ортотропных пластин изложена в [1–3].

Для аппроксимации искоемых функций (напряжений и смещений), входящих под знак производной по продольной и поперечной координатам в уравнениях равновесия и соотношениях Коши, используются различные отрезки полиномов Лежандра, что соответствует различной изменяемости напряженно-деформированного состояния по этим координатам. Во внутренних точках пластины используются определяющие соотношения для упругопластического материала. В задачах упругопластического деформирования коэффициенты результирующей системы уравнений зависят от текущего напряженного состояния в пластине.

Для решения системы дифференциальных уравнений используется метод интегрирования по параметру нагружения. Для нахождения решения краевой задачи на каждом шаге по параметру нагружения используется метод ортогональной прогонки.

Список литературы

1. Иванов Г. В. *Теория оболочек*. Н.: НГУ, 1980.
2. Волчков Ю. М., Дергилева Л. А. *Сведение трехмерной задачи теории упругости к двумерной на основе аппроксимации напряжений и смещений полиномами Лежандра*. ПМТФ. 2007. Т. 48. № 3. С. 179–190.
3. Волчков Ю. М. *Уравнения цилиндрического изгиба ортотропных пластин с произвольными условиями на их лицевых поверхностях*. ПМТФ. 2014. Т. 55. № 1. С. 84–90.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИМЕНЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТЕОРИЙ В ЗАДАЧЕ ИЗГИБА МНОГОСЛОЙНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН

С. К. Голушко^{1,2}, С. В. Идимешев¹

¹Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН

²Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Многослойные пластины находят широкое применение во многих отраслях промышленности в качестве разнообразных элементов конструкций. Многослойные композитные пластины обладают уникальными удельными характеристиками жесткости и прочности, термо- и коррозионной стойкости и поэтому активно применяются в различных конструкциях ответственного назначения.

Анизотропия и слоистая (неоднородная) структура приводят к сложному распределению напряжений и деформаций в пластинах. Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных пластин в рамках пространственной теории упругости приводит к плохообусловленным краевым задачам из-за наличия малых параметров (отношений толщин слоев к линейным размерам пластины). Это вынуждает исследователей при расчете НДС многослойных конструкций прибегать к использованию различных теорий тонких пластин и оболочек. Наличие малых параметров позволяет сформулировать некоторые допущения о характере НДС конструкции и понизить размерность исходной задачи, исключив из рассмотрения направление, соответствующее толщине пластины. В работе для определения НДС ортотропных слоистых пластин помимо классической теории Кирхгофа–Лява, рассмотрена широко распространенная теория Тимошенко, а также теория "ломаной линии" [1]. В качестве примеров рассмотрены трех-, пяти-, семи-, и девятислойные прямоугольные пластины, с ортотропными слоями. На основании численных расчетов [2] проведен сравнительный анализ вышеперечисленных теорий пластин и определены области структурных, механических и геометрических параметров, при которых различие между результатами не превышает 10 %.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-12032-офи_м).

Список литературы

1. Голушко С. К., Немировский Ю. В. *Прямые и обратные задачи механики композитных пластин и оболочек вращения* М.: Физматлит, 2008.
2. Голушко С. К., Идимешев С. В., Шапеев В. П. *Разработка и применение метода коллокаций и наименьших невязок в к задачам механики анизотропных слоистых пластин* // Вычислительные технологии. 2014. Т. 19, № 5. С. 24–36.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ АНИЗОГРИДНЫХ ОБОЛОЧЕК УГЛЕПЛАСТИКА С ГАРАНТИЕЙ ТОЧНОСТИ

С. К. Голушко^{1,2}, Б. В. Семисалов¹

¹Конструкторско-технологический институт вычислительной техники СО РАН

²Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Анизогридные конструкции представляют собой сетчатые оболочки, выполненные из однонаправленных углепластиков методом непрерывной автоматической намотки. Они обладают повышенной удельной прочностью и жёсткостью и значительным потенциалом в сфере конструирования ракетной и космической техники, глубоководных аппаратов, сооружений ответственного назначения [2].

Для достоверного описания поведения анизогридной конструкции следует исходить из классических уравнений теории упругости, приводящих к трёхмерным постановкам задач деформирования. При таком подходе математическая модель строится на основе трёх групп уравнений механики – кинематических и физических соотношений и уравнений равновесия. Для эффективного осреднения характеристик сетчатой структуры используем идею континуального подхода и концепцию «размазывания» [1], [3].

Численное решение задач деформирования тонких оболочек представляет существенную сложность и требует конструирования новых вычислительных алгоритмов, обладающих высокой точностью и устойчивостью. Важной проблемой, возникающей в этом контексте, является построение оценок двух компонент погрешности приближённого решения – погрешности метода и вычислительной погрешности. В настоящей работе для численного анализа поставленных краевых задач использованы разложения решения в базисе Фурье и базисе, состоящем из многочленов Чебышёва. Такие приближения не имеют насыщения по К.И. Бабенко [4] и обладают асимптотикой погрешности наилучших приближений для любой степени гладкости искомых решений. На основе исследований этой асимптотики даны оценки погрешности метода. Для исследования вычислительной погрешности использован подход построения априорных оценок [5] основанный на анализе обусловленностей матричных операторов, аппроксимирующих дифференциальные операторы задачи. Погрешности решений исследованы в зависимости от размерности N пространства полиномов (алгебраических и тригонометрических), аппроксимирующих неизвестные функции. Размерность N определяет количество операций метода и объём памяти, необходимый для реализации расчётов.

В результате при использовании нелокального численного метода без насыщения [6] получены приближённые решения задачи деформирования с гарантией высокой точности и малыми вычислительными затратами.

Список литературы

1. Vasiliev V. V., Morozov E. V. *Advanced Mechanics of Composite Materials*. Elsevier. 2007. 491 p.
2. Васильев В. В., Барынин В. А., Разин А. Ф., Петроковский С. А., Халиманович В. И. *Анизогридные композитные сетчатые конструкции – разработка и применение к космической технике*. Композиты и наноструктуры. 2009. №3. С. 38–50.
3. Образцов И. Ф., Рыбаков Л. С., Мишустин И. В. *О методах анализа деформирования стержневых упругих систем регулярной структуры* Механика композиционных материалов и конструкций. Т. 2. № 3. 1996. С. 3–14.

4. Бабенко К. И. *Основы численного анализа*. М.; Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика". 2002.
5. Деммель Дж. *Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения* / Пер. с англ. М.: Мир, 2001. 430 с.
6. Семисалов Б. В. *Нелокальный алгоритм поиска решений уравнения Пуассона и его приложения*. Выч. мат. и мат. физ. 2014. Т. 54. №7. С. 1110–1135.

МОДЕЛЬ РЕАКЦИОННОЙ ДИФФУЗИИ В НАНОСТРУКТУРНОМ МЕТАЛЛЕ

А. Г. Князева

*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск
Томский политехнический университет
Томский государственный университет*

Известно, что особые свойства нанокристаллических материалов связаны с наличием в них большого числа границ раздела. С выделением границ зерен как особого объекта связаны многочисленные модели диффузионно-контролируемых процессов. Это относится и к химическим свойствам наноматериалов - их повышенной реакционной способности. Можно принять, что наноструктурный материал, состоящий из атомов одного сорта, включает две фазы, различающиеся по структуре и свойствам: упорядоченные зерна размером 5–20 нанометров (объемная фаза) и межкристаллитные границы, содержащие различные типы дефектов. Ширина границ раздела или граничной фазы для различных материалов, определенная разными методами, составляет от 0,4 до 1 нм, т.е., не может считаться бесконечно малой по сравнению с размером объемной фазы, как это принимается в обобщениях классической модели Фишера. Кислород или азот, диффундируя преимущественно по границам зерен, может вступать в реакцию с металлом с образованием последовательного ряда соединений. В работе [1] процесс окисления металла при диффузии кислорода упрощенно описан суммарной реакцией. В рамках теории реакционной диффузии границы раздела фаз находятся явно, вычисляется скорость их движения. Условия на границах раздела определяются диаграммой состояния соответствующих систем. В настоящей работе двумерная модель, учитывающая стадийность превращения, реализована численно. В результате в выделенном представительном элементе, содержащем изначально объемную и граничную фазы металла, формируется сложная многофазная структура, зависящая от многих факторов.

Скорость диффузии и реакций в существенной степени зависит от характера напряженно-деформированного состояния, связанного как с внешним нагружением, так и с изменением состава. Это учтено в более строгом варианте модели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00444-а).

Список литературы

1. Князева А. Г., Готман И., Гутманас Э. *Двумерная модель диффузии кислорода в наноструктурном металле и формирование оксида металла при низкой температуре*. Иерархически организованные системы живой и неживой природы: Материалы международной конференции (9-13 сентября 2013 г., Томск, Россия). Томск: ИФПМ СО РАН, 2013. С. 162–165.

ДЕФОРМАЦИОННОЕ ПОВЕДЕНИЕ МЕЗООБЪЕМОВ ТЕЛ ПОЗВОНКОВ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

Т. В. Колмакова^{1,2}, А. В. Ефимченко²

¹Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

²Национальный исследовательский Томский государственный университет

Необходимость восстановления или замены тел позвонков и межпозвоночных дисков в результате различного рода переломов, удаления новообразований, воспалительных процессов, врожденных аномалий строения первых и дегенеративных изменений последних требует разработки совместимых с костной тканью имплантатов. Одним из основных требований, предъявляемым к имплантатам, является подобие их в механическом поведении костной ткани [1]. Кости взрослого человека, в том числе и кости позвонков, состоят из компактного (кортикального) и губчатого (трабекулярного) вещества. Соотношение объемных долей, плотностей, минерального содержания компактной и губчатой тканей различно в пределах даже одного позвонка, что определяет некоторое распределение механических свойств, отличающееся также для разных индивидуумов [2, 3]. Для моделирования деформационного поведения тел позвонков при осевом сжатии выделяется мезообъем кости. В качестве мезообъема рассматривается фрагмент кости, содержащий слой компактной и губчатой костных тканей. Тогда макрообъем кости, т.е. тело позвонка, представляет собой совокупность мезообъемов кости с разной объемной долей компактной и губчатой составляющих, пористостью и минеральным содержанием. Исследование деформационного поведения мезообъемов тел позвонков при осевом сжатии показало, что наряду со сжатием мезообъемов в направлении оси позвонка реализуется их изгиб в радиальном направлении, величина которого повышается с увеличением объемной доли и плотности губчатой составляющей мезообъема. Полученные результаты послужат основой для разработки рекомендаций по подбору индивидуальных механически совместимых с костной тканью остеоимплантатов.

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства образования и науки в рамках проекта RFMEFI60714X0069.

Список литературы

1. Путляев В. И. *Современные биокерамические материалы*. Соросовский образовательный журнал. 2004. Т. 8. № 1. С. 44–50.
2. Keller T. S. *Predicting the compressive mechanical behavior of bone*. J. Biomech. 1994. № 27. С. 1159–1168.
3. Goldstein S. A. *The mechanical properties of trabecular bone: dependence on anatomic location and function*. J. Biomech. 1987. Vol. 20. № 11. С. 1055–1061.

РАСЧЕТ ЭФФЕКТИВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОФРИРОВАННОЙ ПЛАСТИНЫ ПУТЕМ ПЕРЕХОДА К КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ НА ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ

А. Г. Колпаков¹, С. И. Ракин²

¹СибГУТИ, Новосибирск

²СГУПС, Новосибирск

Вычисление эффективных жесткостей гофрированных пластин привлекало внимание многих исследователей. История вопроса освещена в [1], где начало его изучения отнесено к 1923 г., отмечено наличие обширной литературы и не прекращающиеся до сих пор исследования по данной теме. Даже для однослойной гофрированной пластины не удается получить решение трехмерной задачи теории упругости в явном виде. Использование многослойных пластин с гофрированной сердцевинкой сделало задачу еще более актуальной [3].

Задача рассматривалась в рамках модели теории оболочек [1, 2] и в рамках теории усреднения [3]. Первый подход применим если толщина пластины существенно меньше длины периода и радиуса кривизны гофра. Если это условие не выполнено, следует решать задачу теории усреднения. Последняя задача в исходной постановке предусматривает решение ячеечной задачи (ЯЗ) теории упругости на трехмерной ячейке периодичности (ЯП) [3, 5].

В данной работе ЯЗ для гофрированной пластины сводится к двумерным задачам на поперечном сечении ЯП (задачам плоской теории упругости и теплопроводности). Снижению размерности задачи происходит за счет ее инвариантности по одной из пространственных переменных.

Рассмотрены задачи вычисления эффективных теплопроводящих, упругих и термоупругих характеристик гофрированных пластин. Для задачи теории упругости и термоупругости наибольшее упрощение задачи имеет место при совпадении коэффициентов Пуассона компонентов пластины, в частности, для пластины, изготовленной из однородного материала. Проведены сравнения результатов с расчетами, основанными на других подходах. Наилучшее совпадение имеет место с результатами [1].

Список литературы

1. Ye Z., Berdichevsky V.L., Yu W. *An equivalent classical plate model of corrugated structures*. International Journal of Solids and Structures.
2. Xia Y., Friswell M. I., Saavedra Flores E. I. *Equivalent models of corrugated panels*. International Journal of Solids and Structures. 49(13). 2012. 1453–1462.
3. Buannic N., Cartraud P., Quesnel T. *Homogenization of corrugated core sandwich panels*. Composite Structures. 59. 2003. 299–312.
4. Аннин Б.Д., Каламкарров А.Л., Колпаков А.Г., Партон В.З. Расчет и проектирование композиционных материалов и элементов конструкций. Новосибирск: ВО "Наука" 1993.
5. Kalamkarov A.L., Kolpakov A.G. *Analysis, design and optimization of composite structures*. John Wiley&Sons, Chichester, 1997.

ДИАГРАММЫ РАЗРУШЕНИЯ КОРОТКИХ МАКРОТРЕЩИН. ОХРУПЧИВАНИЕ МАТЕРИАЛА ПРИ УСТАЛОСТНОМ РОСТЕ ЭТИХ ТРЕЩИН

В. М. Корнев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Рассматривается распространение трещины скачками в квазихрупких материалах при циклическом нагружении. Предлагается использовать для анализа указанного процесса модифицированные диаграммы квазихрупкого разрушения деформируемых тел, полученные при однократном нагружении. За модель деформируемого тела выбрана модель упруго идеально пластического материала, имеющего предельное относительное удлинение.

Диаграммы квазихрупкого разрушения при однократном нагружении состоят из двух критических кривых, построенных по необходимому и достаточному критериям разрушения. Эти кривые описывают как зарождение пластичности в зоне предразрушения, так и разделение образца на части. Критические кривые разделяют первый квадрант плоскости "длина трещины - амплитуда приложенной нагрузки" на три подобласти: в первой подобласти никакие изменения не происходят в материале образца, во второй подобласти зарождается пластическое течение в материале зоны предразрушения, в третьей подобласти образец разделяется на части. Данные, полученные в двух лабораторных экспериментах (классическая диаграмма напряжения - деформация и критический коэффициент интенсивности напряжений материала), позволяют построить эту диаграмму. Одна из кривых предлагаемой диаграммы напоминает диаграмму Китагавы - Такахашаи.

Модификация полученных диаграмм при циклическом приложении нагрузки связана с учетом накопления повреждений при неупругом деформировании материала зоны предразрушения. Материал зоны предразрушения охрупчивается из-за суммирования повреждений, которые имеют место при нелинейном деформировании материала зоны предразрушения. Вторая подобласть циклической диаграммы разрушения видоизменяется по сравнению с диаграммой для однократного нагружения. При учете охрупчивания материала зоны предразрушения используется уравнение типа уравнения Коффина. Изучаются стационарное и нестационарное нагружения при пульсирующем приложении нагрузки. Получены аналитические выражения, связывающие скачкообразное продвижение вершины усталостной трещины с числом циклов.

После осреднения в явном виде получены оценки безразмерной средней скорости продвижения вершины трещины за один цикл нагружения при скачкообразном подрастании трещины. Проведен подробный анализ процессов продвижения вершин короткой макротрещины и макротрещины средней длины: скорости роста указанных трещин отличаются на порядки, так как видоизменяется зависимость скорости от параметров задачи. Полученные соотношения для средней скорости можно рассматривать как структурные формулы для построения кривых типа кривых Пэриса как для коротких макротрещин, так и для макротрещин средней длины.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ НАКОПЛЕНИЯ МИКРОПОВРЕЖДЕНИЙ

М. Н. Кривошеина¹, С. В. Кобенко², М. А. Козлова¹, Е. В. Туч¹,

¹Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

²Нижевартовский государственный университет

При численном моделировании процессов разрушения в металлах, имеющих высокую степень анизотропии характеристик прочности, важным аспектом является выбор критерия разрушения.

В работе используется новый критерий разрушения анизотропных сред [1], в критерии учитываются различные значения предельных накопленных пластических деформаций в различных направлениях. Это позволяет учесть накопление микроповреждений при знакопеременных нагрузках в процессе прохождения волн сжатия и растяжения. Еще одной особенностью критерия является возможность проведения анализа вклада различных предельных деформаций растяжения в различных направлениях и предельных деформаций сдвига в плоскостях симметрии материала в итоговую картину разрушения.

Все расчеты проводились методом конечных элементов в трехмерной постановке с использованием оригинальной программы.

В представленной работе приведены результаты применения нового критерия разрушения анизотропных сред, в условиях динамического нагружения. С его помощью моделируется разрушение преград, выполненных из анизотропного алюминиевого сплава Д16Т с учетом анизотропии упругих, пластических и прочностных свойств.

Работа выполнена в рамках проекта III.23.1.2.

Список литературы

1. Krivosheina M. N., Tuch E. V., Kobenko S. V., Kozlova M. A. and Konysheva I. Yu. *Modelling of the deformation of highly porous metals and alloys under dynamic loading*. AIP Conference Proceedings, 1623, 315 – 318 (2014); doi: 10.1063/1.4901487.

МОНИТОРИНГ СОСТОЯНИЯ ПРИЧАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

А. А. Кулешов, А. Б. Бовсуновский, В. Г. Бутов, В. А. Солоненко, А. А. Ящук

НИИ Прикладной математики и механики НИ ТГУ, Томск

В работе рассмотрено применение метода конечных элементов, реализованного в программном комплексе ANSYS, для оценки НДС причальной конструкции [1] согласно СНиП 2.06.04-82 [2]. На основе информации, поступающей с установленных на конструкции причала измерительных датчиков, предлагается методика перехода от фиксирования параметров пространственного деформирования в строго определенных местах к внутренним усилиям, возникающим по всей конструкции причала.

Рассматривая в статической постановке систему уравнений относительно узловых смещений в классическом для метода конечных элементов виде и учитывая, что объект находится под действием набора независимых механических нагрузок и ведет себя линейным образом,

то его результирующее состояние может быть получено простой линейной комбинацией вклада каждой из нагрузок, то есть:

$$\{U\} = \sum_n \{U\}_n = \sum_n [K]^{-1} \{B_n\} \quad (1)$$

где $\{U\}$ - результирующая картина НДС, $\{U_n\}$ - картина НДС, вызванная элементарной нагрузкой. $[K]$ - матрица, называемая матрицей жесткости; $\{B\}$ - вектор искомых значений в узловых точках.

Исходя из предположения, что в режиме эксплуатации деформации конструкции вызваны только известными типовыми нагрузками, а также из предположения линейного характера поведения материалов, любое НДС конструкции может быть выражено как линейная комбинация НДС типовых нагрузок в матричном виде:

$$[A] \{x\} = \{b\}, \quad (2)$$

где $[A]$ - матрица показаний «модельных» датчиков, $\{x\}$ - вектор искомых коэффициентов комбинирования нагрузок, $\{b\}$ - вектор показаний модельных или реальных датчиков деформации в условиях комбинированной нагрузки на сооружение.

Исследованы два способа решения системы (2): прямой метод и итерационный. В рамках прямого метода решение находится путем обращения матрицы $[A]$. Другим способом получения решения системы является итерационный метод с минимизацией невязки.

Список литературы

1. Бовсуновский А. Б., Кулешов А. А., Бутов В. Г., Солоненко В. А., Ящук А. А. *Система мониторинга причальной конструкции*. Изв. вузов. Физика. Томск. 2013. №7/3 С.137–139.
2. СНиП 2.06.04-82. *Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов)*. М.: Стройиздат, 1995. 40 с.

ВАРИАЦИОННЫЕ ПОСТАНОВКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ УПРУГОЙ СРЕДЫ КОССЕРА И РЕДУЦИРОВАННОЙ СРЕДЫ КОССЕРА

В. В. Лалин, Е. В. Зданчук

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого, Санкт-Петербург

Для описания физических и механических свойств новых материалов требуется знать зависимости этих свойств от микроструктуры материала. Это приводит к развитию уже известных и появлению новых моделей сплошных сред с микроструктурой. Примерами таких моделей являются среда Коссера [1, 2] и редуцированная среда Коссера [3, 4]. В этих моделях вращение частиц учитывается независимо от их перемещения, тензор напряжений несимметричен. Отличием является то, что в редуцированной среде Коссера тензор моментных напряжений равен нулю.

В работах, посвященных нелинейным динамическим задачам континуумов Коссера, до сих пор отсутствует вариационная постановка в виде задачи поиска точки стационарности функционала типа Гамильтона, в котором неизвестными функциями являются векторы положения и поворота частиц. По нашему мнению это связано с техническими трудностями вычисления вариации тензора деформаций изгиба-кручения [5].

В настоящей работе вычислены вариации тензоров деформаций с использованием тензора Жилина [6], применение которого позволило выразить тензор деформаций изгиба-кручения через производные вектора поворота.

Далее строятся функционалы типа Гамильтона для нелинейных динамических задач упругой среды Коссера и редуцированной среды Коссера. Доказывается эквивалентность на гладких решениях вариационной и дифференциальной постановок задач. Обсуждаются понятия потенциальных силовых и моментных нагрузок.

Список литературы

1. Pietraszkiewicz W., Eremeyev V.A. *On natural measures of the non-linear micropolar continuum*. International Journal of Solids and Structures. 1966. 46. № 3-4. С. 774–787.
2. Шкутин Л.И. *Нелинейные модели деформируемых моментных сред*. ПМТФ. 1980. № 6. С. 111–117.
3. Grekova E.F. *Nonlinear isotropic elastic reduced Cosserat continuum as a possible model for geomedium and geomaterials. Spherical prestressed state in the semilinear material*. Journal of seismology. 2012. 16. № 4. С. 695–707.
4. Кулеш М. А., Грекова Е. Ф., Шардаков И. Н. *Задача о распространении поверхностной волны в редуцированной среде Коссера*. Акустический журнал. 2009. 55. № 2. С. 216–225.
5. Лалин В.В. *Уравнения нелинейной динамики моментной упругой среды*. Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2007. № 49. С. 97–105.
6. Zhilin P. A. *A new approach to the analysis of free rotations of rigid bodies*. ZAMM-Z. angew. Math.Mech. 1996. 76. № 4. С. 187–204.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ КРИВЫХ ПОЛЗУЧЕСТИ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Р. Ю. Макаров

Самарский государственный технический университет, Самара

Характеристики ползучести играют важную роль при оценке работоспособности и остаточного ресурса элементов конструкций. Однако точность известных методов параметрической идентификации, применяемых к данной задаче, невелика [3], вследствие чего возникает потребность в разработке новых, более точных методов для определения параметров кривой ползучести.

В соответствии с эмпирически предложенной моделью, уравнение кривой ползучести, описывающей три стадии ползучести, может быть представлено в виде [4]:

$$\hat{y}(t) = a_1[1 - \exp(-\alpha_1 t)] + a_2[\exp(-\alpha_2 t) - 1], \quad (1)$$

где $a_1, a_2, \alpha_1, \alpha_2$ — параметры материала.

Построена линейно-параметрическая дискретная модель, описывающая в форме разностного уравнения связь между результатами наблюдений вида

$$\begin{cases} y_0 = 0, \\ y_1 = \lambda_4 + \varepsilon_1, \\ y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 - \lambda_1 \varepsilon_{k-1} - \lambda_2 \varepsilon_{k-2} + \varepsilon_k, k = \overline{2, N-1}, \end{cases} \quad (2)$$

где $\lambda_1 = e^{\alpha_2 \tau} + e^{-\alpha_2 \tau}$, $\lambda_2 = -e^{\alpha_2 \tau - \alpha_1 \tau}$, $\lambda_3 = (a_1 + a_2)(e^{\alpha_2 \tau - \alpha_1 \tau} - e^{\alpha_2 \tau} - e^{-\alpha_1 \tau} + 1)$, $\lambda_4 = a_1(1 - e^{-\alpha_1 \tau}) + a_2(e^{\alpha_2 \tau} - 1)$ —коэффициенты, подлежащие определению, y_k —результаты наблюдений, ε_k —значения случайной помехи.

Разработан новый численный метод определения коэффициентов модели (2), в основе которого лежит итерационная процедура среднеквадратичного оценивания параметров модели [1, 2], позволяющая практически устранить смещение в оценках, и тем самым существенно повысить точность. Получены системы уравнений, описывающие связь между параметрами модели (1) и коэффициентами модели (2) вида

$$\begin{cases} e^{\alpha_2 \tau} + e^{-\alpha_1 \tau} = \lambda_1, \\ -e^{\alpha_2 \tau - \alpha_1 \tau} = \lambda_2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1(1 - e^{-\alpha_1 \tau}) + a_2(e^{\alpha_2 \tau} - 1) = \lambda_4, \\ a_1 - a_2 = \frac{\lambda_3}{e^{\alpha_2 \tau - \alpha_1 \tau} - e^{\alpha_2 \tau} - e^{-\alpha_1 \tau} + 1}. \end{cases}$$

Проведены численно-аналитические исследования, подтверждающие справедливость выведенных соотношений.

Список литературы

1. Зотеев В. Е. *Параметрическая идентификация диссипативных механических систем на основе разностных уравнений*. М.: Машиностроение, 2009.
2. Зотеев В. Е. *О сходимости итерационной процедуры среднеквадратичного оценивания коэффициентов линейно-параметрической дискретной модели*. Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2009. № 1(18). С. 133–141.
3. Самарин Ю. П. *Построение экспоненциальных аппроксимаций для кривых ползучести методом последовательного выделения экспоненциальных слагаемых*. Проблемы прочности. 1974. № 9. С. 24–27.
4. Brown S. G. *Exponential descriptions of normal creep curves*. Department of Metallurgy and Materials Technology .University College, Singleton Park, Swansea, SA2 8PP, UK.

РАСЧЕТ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАНЕЛЕЙ И ОБОЛОЧЕК С ПРИМЕНЕНИЕМ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ЛАГРАНЖЕВЫХ МНОГОСЕТОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

А. Д. Матвеев¹, А. Н. Гришанов²

¹Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

²Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск

При расчете композитных цилиндрических панелей и оболочек используют приближенные теории. Общий недостаток этих теорий заключается в том, что в их основе лежат гипотезы, которые порождают приближенные решения с неустранимой погрешностью. Кроме того, существующие теории не учитывают сложный характер закрепления панелей, оболочек (например, закрепление панели, оболочки частично по толщине), не всегда точно описывают деформирование панелей и оболочек, на которые действуют локальные нагрузки. В работах [1, 2] для трехмерного анализа композитных цилиндрических панелей и оболочек предложены криволинейные двухсеточные конечные элементы (ДвКЭ) и сложные многосеточные конечные элементы (МнКЭ) n -го порядка, $n = 1, 2, 3$. Функции перемещений ДвКЭ и сложных МнКЭ построены в локальных декартовых системах координат данных элементов с применением известных интерполяционных полиномов 1-го, 2-го и 3-го порядков.

В данной работе предложены криволинейные лагранжевые ДвКЭ и сложные МнКЭ n -го порядка [3], $n \geq 1$. При построении функций перемещений для предлагаемых элементов используем полиномы Лагранжа и уравнения трехмерной задачи теории упругости, записанные в локальных декартовых системах координат. Достоинства криволинейных лагранжевых ДвКЭ и сложных МнКЭ заключаются в том, что они в композитных цилиндрических панелях и оболочках описывают трехмерное напряженное состояние, учитывают неоднородные структуры, сложный характер закрепления и образуют многосеточные дискретные модели малой размерности. При этом напряжения определяются в любом компоненте неоднородной структуры оболочек и панелей. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 14-01-00130).

Список литературы

1. Матвеев А. Д., Гришанов А. Н. *Двухсеточное моделирование цилиндрических оболочек и панелей переменной толщины*. Вестник КрасГАУ. 2014. №4. С. 90–97.
2. Матвеев А. Д., Гришанов А. Н. *Одно- и двухсеточные криволинейные элементы трехмерных цилиндрических панелей и оболочек*. Известия АлтГУ 2014. 1/1. Серия: Математика и механика. С. 84–89.
3. Матвеев А. Д., Гришанов А. Н. *Многосеточные лагранжевые криволинейные элементы в трехмерном анализе композитных цилиндрических панелей и оболочек*. Вестник КрасГАУ. 2015. №2. С. 75–85.

МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

В. Е. Миренков¹, В. А. Шутов²

¹Институт горного дела СО РАН, Новосибирск

²Государственная архитектурно-художественная академия, Новосибирск

Многие задач механики сплошной среды относятся к обратным, входящим в класс некорректных. Такие проблемы возникают, когда необходимо определить механические характеристики среды, восстановить граничные (контактные) условия, идентифицировать координаты ослаблений, оценить корректность предположений, используя дополнительную информацию о процессе деформирования. Зачастую такие задачи являются многопараметрическими со сложной зависимостью решения от параметров. Обращение граничной задачи и исследование поведения решения в зависимости от значений параметров, как правило, достигается численными методами и при этом встает много вопросов: относительно точности решения, описание влияния параметров на решения для разных их значений при одновременном их изменении. Использование экспериментальных данных, определенных с погрешностью, дискретизация сплошной среды при численном счете, вносит погрешность в обратный оператор: априорные предположения на характер взаимодействий добавляет погрешность в граничные условия при формулировке задачи и расширяют пласт обратных задач. Как правило, такие обратные задачи некорректны, т.е. их решения могут не существовать, быть неединственными или неустойчивыми. Следовательно, требуется регуляризация или получение точных уравнений, связывающих граничные значения компонент напряжений и смещений и исключающих регуляризацию.

Предлагается метод решения обратных задач, основанный на системе сингулярных интегральных уравнений, полученных используя результаты ТФКП [1]. Достоинство метода состоит в том, что он охватывает все естественные и неестественные виды граничных условий, которые могут быть сформулированы. При этом полученная система уравнений позволяет в ряде случаев свести сформулированные условия к случаю вырожденных уравнений и требует либо изменить некорректные из предположений, либо полностью отказаться от них. Рассмотрен частный пример обратной некорректной проблемы об идентификации граничных условий. Известно точное решение этой задачи, а полученная точная система сингулярных интегральных уравнений, связывающая компоненты напряжений и смещений сводится к вырожденной системе, которая требует регуляризации, а без учета регуляризации известное решение хотя и единственно, но не корректно, так как отсутствует непрерывная зависимость от исходных данных.

Предлагаемая система позволяет выписать выражения для компонент напряжений и смещений в квадратурах, что дает возможность рассматривать любую из трех основных задач теории упругости. Решения строятся последовательными приближениями с наперед заданной точностью, варьируя параметры задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-05-00133).

Список литературы

1. Миренков В. Е., Шутов В. А. *Математическое моделирование деформирования горных пород около ослаблений*. Новосибирск: Наука, 2009.

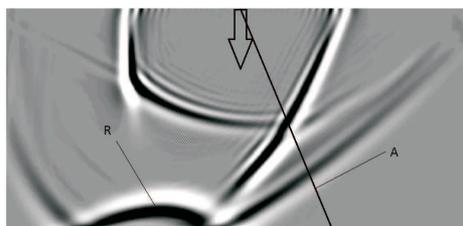
ОСОБЕННОСТИ РАЗРУШЕНИЯ ОТКОЛОМ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ (НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ)

М. М. Немирович-Данченко¹, Н. А. Мельникова²

¹Томский политехнический университет, Томск

²СТИ НИЯУ МИФИ, Северск

При решении задач для моделей анизотропных сред будем учитывать случаи различной ориентации упругих свойств по отношению к направлению действия нагрузки. Предполагаем, что среда находится в условиях плоской деформации, а напряженно-деформированное состояние целиком определяется граничными условиями и симметрией матрицы упругих модулей. Разрушение рассматривается как нарушение первоначальной сплошности среды.



Моделирование проводилось в рамках упруго-хрупкой модели механики сплошных сред с применением конечно-разностного метода Уилкинса, численное описание разрушения с образованием свободных поверхностей строится на основе авторской методики раздвоения точек сетки. Для описания собственно нарушения сплошности применяется временной критерий разрушения. Численный эксперимент был проведен для случаев ударного нагружения образца с образованием откольного разрушения и для квазистатического сжатия образца с разными углами наклона главной оси анизотропии. На рисунке стрелкой показано направление удара, буквой А - главная ось анизотропии, буквой R - область взаимодействия отраженной и падающей волн, где и будет происходить откол. Полученные качественные картины разрушения сравниваются с имеющимися теоретическими и экспериментальными данными других авторов.

МОДЕЛИ ПОВЕДЕНИЯ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С УНТ-МОДИФИЦИРОВАННЫМИ АДГЕЗИВАМИ

А. И. Олейников

ФГУП Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Результаты изучения и описания характерных особенностей поведения соединений при действии статических и динамических нагрузок в различной окружающей среде с учетом влияния температуры, влажности, излучений и старения могут представлять собой основу для расчета, анализа, проектирования и оптимизации разнообразных связанных стыков различных сборок. Актуальным направлением современного авиастроения является тотальное использование композиционных материалов, что в свою очередь стимулирует разработки в области конструкции и технологии соединений и адгезивов нового поколения, отвечающим

соответствующим требованиям к деформационно-прочностным свойствам. В качестве модификаторов конструкционных адгезивов для достижения указанных свойств находят применение наноразмерные формы углерода, такие как углеродные нанотрубки (УНТ), которые вследствие наличия у них уникальных свойств могут существенно улучшить характеристики адгезивов на основе эпоксидных смол. Представлены экспериментальные данные по упругому деформированию, статической прочности и усталостной долговечности клеевых и клееболтовых соединений элементов из многослойных непрерывно-волокнистых полимерных композиционных материалов с адгезивами, модифицированными дисперсионными добавками углеродных нанотрубок (УНТ-модифицированные адгезивы). Для описания обнаруженных особенностей этих соединений предлагаются новые модели упругости и вязкопластичности для клеевых швов и соединяемых элементов с квазиизотропной, трансверсально изотропной укладкой слоев и микронарушениями сплошности и связности. Рассмотрены два подхода к построению моделей, первый непосредственно исходит из экспериментальных данных, второй – основывается на симметричных свойствах отклика материала. При этом первый подход приводит к не потенциальным определяющим соотношениям. Второй – позволяет разделить энергию и диссипацию на две части, связанные с изменением объема и формоизменением. Разрабатываются определяющие кинетические уравнения. Представлены и проанализированы некоторые аналитические и численные решения задач механики данных соединений.

ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОСТОЯННЫХ УПРУГОСТИ И ГЛАВНЫЕ ОСИ АНИЗОТРОПИИ

Н. И. Остросаблин

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В декартовой прямоугольной системе координат x_i , $i = 1, 2, 3$, свойства упругости материалов определяются тензором четвертого ранга модулей упругости $A_{ijkl} = A_{jikl} = A_{klij}$ и обратным тензором коэффициентов податливости $a_{ijkl} = a_{jikl} = a_{klij}$. Этим тензорам соответствуют симметрические матрицы шестого порядка A_{ij} , a_{ij} , взаимно обратные и положительно определённые. При ортогональном преобразовании системы координат $x_i = \alpha_{ij}\hat{x}_j$, $\hat{x}_j = \alpha_{ij}x_i$, $\alpha_{ip}\alpha_{iq} = \delta_{pq}$ компоненты A_{ijkl} (и a_{ijkl}) преобразуются по формулам $A_{ijkl} = \alpha_{ip}\alpha_{jq}\alpha_{kr}\alpha_{ls}\hat{A}_{pqrs}$, $\hat{A}_{pqrs} = \alpha_{ip}\alpha_{jq}\alpha_{kr}\alpha_{ls}A_{ijkl}$. Повторяющиеся индексы означают суммирование по допустимым значениям индексов; δ_{pq} – единичная матрица. При дифференциальном бесконечно малом преобразовании дифференциалы постоянных a_{pqrs} (и A_{pqrs}) имеют вид [1]

$$da_{pqrs} = (\varepsilon_{npi}a_{iqrs} + \varepsilon_{nqj}a_{pjrs} + \varepsilon_{nrk}a_{pqks} + \varepsilon_{nsl}a_{pqrl})d\alpha_n,$$

где параметры α_n , $n = 1, 2, 3$, определяет поворот вокруг соответствующей оси; ε_{npi} – символы Леви-Чивиты. Из формулы для da_{pqrs} следует, что экстремальные значения каждой постоянной упругости будут для тех направлений $\alpha_{ip} = n_{ip}$, $p = 1, 2, 3$, для которых обращаются в ноль коэффициенты при независимых дифференциалах $d\alpha_n$, $n = 1, 2, 3$.

В работе выведены условия экстремальности каждой из постоянных упругости (модулей Юнга, сдвига и др.) для общего случая линейно упругих анизотропных материалов. Установлено, что в некоторых случаях анизотропии существует ортогональная система координат n_{ip} , $n_{ip}n_{iq} = \delta_{pq}$, в которой матрица \hat{a}_{pq} или a_{ij} (соответственно \hat{A}_{pq} или A_{ij} [2]) имеет вид (sum означает элементы матрицы, симметричные относительно диагонали матрицы)

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} a_{11} & & & & & \\ a_{21} & a_{22} & & & & \text{sym} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & & & \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} & & \\ 0 & a_{52} & 0 & a_{54} & a_{55} & \\ 0 & 0 & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{bmatrix}$$

и содержит 15 независимых компонент. Системы координат, в которых число независимых компонент матрицы a_{ij} уменьшается с 21 до 18, можно назвать главными осями анизотропии. В примере рассмотрен материал кубической симметрии.

Список литературы

1. Остросаблин Н. И. *Об инвариантах тензора четвёртого ранга модулей упругости*. Сиб. журн. индустр. математики. 1998. Т. 1, № 1. С. 155–163.
2. Остросаблин Н. И. *Канонические модули и общее решение уравнений двумерной статической задачи анизотропной упругости*. Прикл. механика и техн. физика. 2010. Т. 51, № 3. С. 94–106.

КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ ДВУМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ СО СТЕПЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Д. С. Петухов¹, И. Э. Келлер²

¹Пермский национальный исследовательский политехнический университет

²Институт механики сплошных сред УрО РАН

Уравнения медленных течений вязкой несжимаемой среды в условиях плоской деформации

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad \boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \frac{\tau(\xi)}{2\xi} \mathbf{D}, \\ \mathbf{D} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + \mathbf{v} \nabla), \quad \xi = \sqrt{\frac{1}{2} \mathbf{D} : \mathbf{D}}, \end{aligned} \quad (1)$$

при степенном виде материальной функции $\tau(\xi) = \alpha \xi^m$ представляет большой интерес в приложениях в связи с тем, что данные уравнения с точностью до третьего порядка аппроксимируют зависимость интенсивности напряжений от интенсивности скоростей деформаций, отвечающей реологии металлов в состоянии структурной сверхпластичности [1].

Система (1), записанная в терминах давления, интенсивности скорости деформации, вихря скорости и угла между линией максимальных касательных напряжений и произвольным направлением в плоскости независимых переменных, обнаруживает, что степенной закон вязкости обеспечивает расширение группы точечных симметрий ее уравнений. Для данного случая найдены оптимальные системы одномерных и двумерных подалгебр, для простейших представителей которых построены инвариантные решения. В докладе обсуждается смысл соответствующих найденным классам распределений полей зависимых переменных.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 13-01-00365а).

Список литературы

1. Келлер И. Э. *Особенности развития локализации деформации в металлах с существенной зависимостью от скорости деформации и их описание в рамках теории вязкопластичности*. Диссертация ... докт. физ.-мат. наук по специальности 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела. Пермь, 2014. 330 с.

НОВАЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЬ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА В ПРЕДДВЕРИИ ЕГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ СЖАТИИ

В. В. Пикуль

Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток

Безупречная с позиций существующих представлений теория деформирования твердых тел в целом ряде случаев оказывается совершенно непригодной: потерю устойчивости реальных оболочек описывает с недопустимо большой погрешностью [1], а процессы деформирования горных пород при сильном сжатии не может описать даже качественно [2]. Отсюда следует, что существует какая-то неизвестная науке закономерность деформирования твердых тел.

На основании существующего представления о строении твердого тела выявлены внутренние взаимодействия атомных частиц в преддверии разрушения твердого тела при его сжатии, и определены механические характеристики сплошной среды, через которые выявленные внутренние взаимодействия атомных частиц вводятся в механику деформируемого твердого тела. Результатом проведенного исследования явилось открытие новой закономерности:

В критическом состоянии твердого деформируемого тела, предшествующем его разрушению при сжатии, утрачиваются межатомные связи, которые удерживают упругие деформации растяжения и сдвига, приобретенные твердым телом вследствие эффектов Пуассона и взаимного влияния линейных и угловых деформаций друг на друга. Утрата межатомных связей сопровождается высвобождением их внутренней энергии, которая преобразуется в потенциальную энергию рассматриваемых упругих деформаций и расходуется на работу по их полному сокращению.

Доказательство достоверности открытия новой закономерности основано на необходимых и достаточных условиях научного открытия. Необходимые условия достоверности открытия (полное соответствие законам физики) выполнены в процессе проведенного исследования. Достаточные условия достоверности открытия (полное соответствие эксперименту) получены в результате сопоставления новой теории устойчивости оболочек, построенной на основе гипотезы, отражающей рассматриваемое открытие, с экспериментальными исследованиями реальных оболочек в самых неблагоприятных для теории случаях [3]. Общность открытия установлена обоснованием аномального деформирования горных пород при сильном сжатии [4].

Список литературы

1. Григолюк Э. И., Кабанов В. В. *Устойчивость оболочек*. М.: Наука, 1978. 360 с.
2. Гузев М. А., Макаров В. В. *Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг выработок*. Владивосток: Дальнаука, 2007. 232 с.
3. Пикуль В. В. *Механика оболочек*. Владивосток: Дальнаука, 2009. 536 с.
4. Пикуль В. В. *К аномальному деформированию твердых тел*. Физическая мезомеханика. 2013. Т. 16. № 2. С. 93–100.

ТРЕХМЕРНЫЙ АНАЛИЗ РАЗРУШЕНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ УДАРЕ

А. В. Радченко, П. А. Радченко, С. П. Батуев, В. С. Плевков

Томский государственный архитектурно-строительный университет

Оболочечные конструкции имеют широкое применение в самых различных областях: от нефте- и газопроводов, различного рода контейнеров, предназначенных для хранения и транспортировки материалов, различных типов летательных аппаратов: самолеты, баллистические ракеты, до специальных строительных конструкций, предназначенных для защиты объектов от природных и техногенных воздействий. При разработке новых конструкций, помимо анализа поведения отдельных элементов при различных видах воздействия, необходим так же анализ поведения конструкции в целом. Проведение с этой целью натурных экспериментов сопряжено, как правило, с большими материальными затратами, и не всегда эксперимент дает полную картину, особенно это касается динамических процессов, когда необходима информация об интересующих параметрах в различные моменты времени. Поэтому существует потребность в моделях и методах, позволяющих проводить анализ и предсказывать поведение конструкций при различных видах эксплуатационных нагрузок и возможных нештатных ситуациях. Для адекватного описания поведения конструкций необходимо учитывать пространственный характер реализующегося в них напряженно-деформированного состояния (НДС), обусловленный несколькими факторами: 1) наличие элементов, приводящих к геометрической несимметричности; 2) учет реальных условий нагружения – как правило, они не симметричны; 3) анизотропия физико-механических свойств материалов элементов конструкций. Наличие хотя бы одного из вышеперечисленных факторов делает необходимым проведение анализа в трехмерной постановке, что является весьма сложной и трудоемкой задачей, так как в этом случае помимо создания адекватной модели поведения материалов необходимо наиболее реально учитывать геометрию и пространственное расположение различных элементов конструкции. В работе представлены и результаты численного моделирования взаимодействия самолета Boeing 747-400 с защитной оболочкой атомной станции. Оболочка имела сложную многослойную сотовую структуру, состоящую из слоев бетона и фибробетона, скрепленных со стальными фермами. Численное моделирование проводилось в трехмерной динамической постановке, с использованием авторского алгоритма и программного комплекса, в котором реализован алгоритм построения сетки сложных геометрических объектов. За счет использования параллельных вычислений количество конечных элементов составляло до 100000000.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОНТАКТНЫХ ГРАНИЦ С УЧЕТОМ ЭРОЗИИ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

П. А. Радченко, С. П. Батуев, А. В. Радченко

Томский государственный архитектурно-строительный университет

Метод конечных элементов (МКЭ) получил широкое применение для решения контактных динамических задач механики твердого деформируемого тела. Метод конечных элементов основан на лагранжевом подходе к описанию деформирования сплошной среды и позволяет точно описывать контактные границы. Но в случае больших деформаций и разрушения неизбежно появление «неправильных» элементов, которые весьма затрудняют численные исследования.

В существующих программных продуктах реализован ряд алгоритмов расчета контактного взаимодействия тел при решении динамических задач методом конечных элементов. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки. Как правило, такие программные комплексы включают готовые сеточные генераторы. Процесс создание и особенно оптимизации сетки является нетривиальной задачей. Для качественного решения задачи методом конечных элементов важно, чтобы масса в узлах сетки была распределена равномерно, и чтобы размеры расчетных ячеек были близки.

В работе предлагается алгоритм описания разрушения контактных элементов, обеспечивающий выполнение всех законов сохранения и проведения расчетов для больших деформаций.

ПОСТРОЕНИЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ ПЛОСКОЙ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

С. И. Сенашов, Е. В. Филюшина, И. Л. Савостьянова

Сибирский государственный аэрокосмический университет им. М.Ф. Решетнева

В работе рассмотрена плоская упруго-пластическая задача. На границе области S заданы напряжения

$$\sigma_x l_1 + \tau l_2 = X, \sigma_y l_2 + \tau l_x = Y,$$

такие, что на границе выполнены и условия пластичности Треска-Сен-Венана

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2 = 4k^2, \quad (1)$$

где σ_x, σ_y, τ - компоненты тензора напряжений, X, Y - компоненты вектора внешней нагрузки, k - постоянная пластичности.

В области S образуются упругие и пластические зоны. В упругой зоне выполнены условия равновесия

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

и условие совместности деформаций

$$\Delta(\sigma_x + \sigma_y) = 0. \quad (3)$$

В пластической зоне напряжения удовлетворяют уравнениям (1) и (2).

Для решения этой задачи построены законы сохранения вида

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} = 0,$$

которые выполнены в силу системы (2), (3), функции A, B зависят от $\sigma_x, \sigma_y, \tau, x, y$.

С помощью этих законов сохранения построены аналитические выражения для упруго-пластической границы в случае произвольного гладкого выпуклого контура, который ограничивает область S . Другие упруго - пластические задачи рассмотрены в работах [1-4].

Список литературы

1. Сенашов С. И., Черепанова О. Н., Кондрин А. В. *Об упругопластическом кручении стержня*. Вестник СибГАУ, 2013. В. 3(49). С. 100-103.
2. Киряков П. П., Сенашов С. И., Яхно А. Н. *Приложение симметрий и законов сохранения к решению дифференциальных уравнений*. Новосибирск, Издательство СО РАН, 2001 – 190 с.
3. Сенашов С. И., Гомонова О. В., Яхно А. Н. *Математические вопросы двумерных уравнений идеальной пластичности*. Красноярск, СибГАУ, 2012. – 137 с.
4. Сенашов С. И., Черепанова О. Н., Кондрин А. В., Филюшина Е. В. *Расчет напряженного состояния во внутренних точках упругопластического стержня постоянного сечения*. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013618484

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ МЕЗОСКОПИЧЕСКОГО УРОВНЯ ГПУ СПЛАВОВ НА СОПРОТИВЛЕНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

В. А. Скрипняк^{1,3,4}, Н. В. Скрипняк^{1,2}, Е. Г. Скрипняк¹, И. К. Ваганова¹, В. В. Скрипняк¹

¹Национальный исследовательский Томский государственный университет, Томск

²Университет Линчёпинга, Линчёпинг, Швеция

³Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

⁴Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск

Создание элементов конструкций из гетерофазных материалов и ГПУ сплавов методами аддитивных технологий позволяет целенаправленно формировать объемные структуры, характеризующиеся наличием бимодального распределения зерен по размерам и каркасных структур на мезоскопическом уровне. Зеренные и поровые структуры мезоскопического уровня позволяют варьировать прочностные и деформационные свойства сплавов в широком диапазоне скоростей деформации и температуры.

Для исследования механизмов деформации и разрушения сплавов с гексагональной плотноупакованной решеткой (ГПУ) и бимодальными распределениями размеров зерен в широких условиях нагружения использован метод многоуровневого компьютерного моделирования. Вычислительные модели представительных объемов сплавов были разработаны с использованием данных исследования структуры сплавов на мезо-, микро-, и нано-масштабных уровнях.

Пределные деформации до разрушения сплавов на мезо-масштабном уровне зависят не только распределения частиц по размерам в представительном объеме, но и соотношения относительных объемов крупных и субмикронных зерен. Зарождение микротрещин связано с локализацией пластических деформаций в частичных объемах с ультрамелкозернистой структурой. Численные исследования деформирования ГПУ сплавов в сочетании с результатами исследования поверхностей разрушения сплавов позволяют прогнозировать закономерности локализации высокоскоростной деформации и динамику повреждений.

Микротрещины в ультрамелкозернистых сплавах, полученных методами интенсивной пластической деформации, зарождаются в области объемов субмикронных зерен и на границах крупных зерен.

Показано, что появление бимодального распределения размеров зерен сопровождается увеличением пластичности ультрамелкозернистых магниевых, титановых и циркониевых сплавов, но уменьшением прочности на растяжение в диапазоне скоростей деформации от 10^{-3} до 10^3 с $^{-1}$.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта со стороны стипендиального фонда Президента РФ, фонда Д. И. Менделеева ТГУ

ДЕФОРМАЦИЯ И РАЗРУШЕНИЕ НАНОСТРУКТУРНЫХ ТУГОПЛАВКИХ КЕРАМИЧЕСКИХ КОМПОЗИТОВ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. В. Скрипняк¹, В. А. Скрипняк^{1,2}, Е. Г. Скрипняк¹, И. К. Ваганова¹

¹*Национальный исследовательский Томский государственный университет,
Томск*

²*Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск*

Прогноз прочности и долговечности элементов конструкций из тугоплавких керамических композитов и нанокompозитов требует понимания механического поведения нанокompозитов при импульсных нагрузках.

Для изучения механизмов деформации и динамики разрушения на мезоскопическом и макроскопическом уровнях применен метод многоуровневого моделирования. Вычислительные модели структурированного RVE керамических нанокompозитов были разработаны с использованием данных исследования структуры на мезо-, микро-, и нано-масштабных уровнях. Рассмотрены композиционные керамические материалы с диборид-циркониевой матрицей.

Показано, что критический уровень напряжения, при превышении которого начинается зарождение и рост трещин на мезо-масштабном уровне зависит не только от относительных объемов пор и включений, но и параметров, характеризующих наличие кластеров включений и пор.

Величина динамической прочности увеличивается с ростом концентрации упрочняющих фаз до достижения предела перколяции, и уменьшается с ростом концентрации пор, но также и на размеры соответствующих элементов структуры. В тугоплавких керамических композитах на основе боридов и карбидов металлов, пределы сдвиговой и откольной прочности изменяются немонотонно с ростом объемной концентрации частиц упрочняющей фазы в диапазоне от 0 до 50 %.

При одинаковой пористости, концентрации нано-пустот вблизи границ зерен приводит к снижению сдвиговой прочности наноструктурных и ультрамелкозернистых керамики. Показано, что появление бимодального распределения массовой скорости на мезо-масштабном уровне предшествует зарождению микротрещин. На мезомасштабном уровне керамических нанокompозитов одиночные или повторяющиеся ударные импульсы с длительностью от сотен наносекунд до нескольких микросекунд не вызывают резонансных явлений, приводящих к росту скорости повреждения.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта со стороны стипендиального фонда Президента РФ, фонда Д.И. Менделеева ТГУ.

ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУРЫ И СВОЙСТВ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ СПЛАВОВ Cu-Cr-Zr, ПОЛУЧЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИМ ПРЕССОВАНИЕМ

*И. В. Хомская¹, Е. В. Шорохов², В. И. Зельдович¹, Н. Ю. Фролова¹, А. Э. Хейфец¹,
П. А. Насонов², К. В. Гаан², А. А. Гранский², Н. П. Оглезнева², Г. В. Майкова¹*

¹Институт физики металлов им. М.Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург

²Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академ. Е.И. Забабахина, Снежинск

Исследование структурных изменений в металлах и сплавах при ударно-волновых воздействиях представляет актуальную задачу в связи с развитием деформационных технологий получения конструкционных и функциональных материалов с высокими эксплуатационными свойствами, в том числе для работы в экстремальных условиях. Метод динамического канально-углового прессования (ДКУП), разработанный в РФЯЦ-ВНИИТФ в 2004-2006 гг., позволяет получать объемные наноматериалы в течение микросекундных интервалов времени за счет импульсных источников энергии, без использования прессового оборудования. Образцы сплавов Cu-Cr-Zr, диаметром 16 и длиной 65 мм, разгоняли в специальной пушке до $V=230$ м/с и направляли в матрицу, содержащую два пересекающихся канала. Установлено, что при ДКУП на образец действует высокоскоростная деформация ($\sim 10^5 \text{с}^{-1}$) простого сдвига, ударно-волновая деформация сжатия и температура. Показано, что наибольшее влияние на дисперсность и однородность формирующейся структуры при ДКУП оказывает изменение величины деформации, зависящей от количества проходов ($n=1-4$) и изменение геометрии каналов матрицы, а именно радиуса внутреннего угла закругления каналов (R) от ≈ 7 мм до 0. Определено, что при нулевом значении радиуса происходит наиболее частая релаксация накапливаемых напряжений при деформировании и величина сдвига вдоль поперечного сечения образца составляет 1,8 - 2,0, что способствует получению дисперсной структуры по всей длине образца. Микроструктура материалов, которая формируется как реакция на внешнее воздействие, различается, но картина течения одинакова для всех материалов. Отмечено, что динамика процесса полностью определяется геометрией нагружения и энергией воздействия. Показано, что формирование в сплавах Cu-(0,09-0,2)Cr-(0,08-0,2)Zr наноструктурированного состояния при ДКУП происходит за счет фрагментации, динамической полигонизации и деформационного старения с выделением наноразмерных (≤ 5 нм) частиц упрочняющих фаз Cr и Cu_5Zr . Установлена, что деформирование методом ДКУП в один-три прохода обеспечивает увеличение характеристик прочности сплава Cu-0,09Cr-0,08Zr в 2,1-2,8 раза при повышении контактного модуля упругости на 21-27%. Показана повышенная способность наноструктурированных Cu-Cr-Zr сплавов, выдерживать механические контактные нагрузки без пластического деформирования по сравнению с исходным крупнокристаллическим состоянием. Изучена термическая стабильность полученных неравновесных наноструктурированных состояний в сплавах различного состава. Показано, что легирование меди микродобавками циркония (0,04-0,08%) повышает температурный интервал рекристаллизации меди от 150-220 °C до 400-600 °C.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме "Структура" № 01201463331 и при частичной финансовой поддержке проекта УрО РАН (15-17-2-24).

ВЛИЯНИЕ ИМПУЛЬСНОГО НАГРЕВА НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТЕРМОДИФФУЗИОННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПЛАСТИНЕ С ПОКРЫТИЕМ

М. В. Чепак-Гизбрехт¹, О. Н. Крюкова^{1,2}

¹Томский политехнический университет

²Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

В настоящее время в промышленности активно развивается направление обработки материалов с покрытиями. Экспериментальные исследования в этой области показывают, что на стойкость покрытий к внешним воздействиям влияет целый комплекс факторов. Одним из важнейших факторов влияния является температура. Высокий градиент температуры может спровоцировать не только появление термонапряжений, но и ускорить изменение свойств поверхности за счет термодиффузии компонентов покрытия в подложку. Немаловажным фактором также является влияние качества детали (шероховатость подложки, наличие оксидных пленок, микронеоднородности в зоне контакта покрытия с подложкой) на поведение материала с покрытием в условиях высокотемпературных воздействий.

В данной работе рассматривается термодиффузионная задача, дополненная задачей о механическом равновесии для пластины. Термодиффузионная задача включает уравнения теплопроводности и диффузии, которые учитывают эффект Соре.

Постановка задачи следующая. На границе покрытия с окружающей средой задан тепловой поток, который действует импульсно. Предполагается, что поток распределен равномерно вдоль поверхности, а нагрев происходит без фазового перехода (плавление не достигается). На границе покрытия с подложкой заданы условия неидеального контакта: разность температур и концентраций обусловлена плохой проводимостью граничного слоя малой толщины в зоне контакта (связанного с наличием шероховатости, оксидной пленки и т.п.). Вдали от зон диффузии и прогрева источники и стоки тепла отсутствуют. В случае идеального теплового контакта задача решена аналитически точно с помощью преобразований Лапласа [1]. При неидеальном тепловом контакте приходится прибегать к асимптотическим методам или решать задачу численно.

Решение задачи о механическом равновесии для упругой среды известно, а для вязкоупругой среды найдено с помощью метода аналогий. Оно используется для нахождения термических и термодиффузионных напряжений с помощью функции температуры и состава, входящей в соотношение Дюамеля-Неймана по аналогии с термоупругостью.

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках реализации государственного задания Минобрнауки России на 2014–2016 годы, No НИР–11.815.2014/К.

Список литературы

1. Чепак-Гизбрехт М. В., Князева А. Г. *Влияние термодиффузии на перераспределение легирующего элемента между покрытием и подложкой в условиях поверхностного нагрева*. Известия ВУЗов. Физика. 2013. Т. 56. № 12/2. С. 39–46

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ МНОГОСЛОЙНОГО ТЕПЛОЗАЩИТНОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ТЕРМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Ю. А. Чумаков

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

В настоящее время основное внимание исследователей в области создания теплоизоляционных материалов для авиакосмического комплекса направлено на разработку теплоизоляционных конструкций на основе керамических композитов и керамических покрытий. Причиной возрастающего внимания к керамикам в качестве материалов теплозащиты аэрокосмических летательных аппаратов и их энергетических систем является необходимость освоения сверхвысоких температур и обеспечения больших ресурсов работы. При создании теплозащитных покрытий используются дорогостоящие материалы, например пористые керамически на основе боридов и карбидов тугоплавких материалов с градиентной структурой. Поэтому разработка и исследование математической модели прогнозирования эксплуатационных теплофизических и термомеханических свойств высокотемпературных композиционных материалов, учитывающей их структурную иерархию на микроуровнях в широком диапазоне изменения термодинамических параметров состояния является весьма актуальной задачей.

В данной работе предложена и исследована модель четырехслойного теплозащитного элемента при циклическом термическом воздействии в двухмерной постановке. Каждый слой элемента обладает своими отличными от других слоев физическими свойствами, пористостью и толщиной. Слои расположены по мере увеличения теплопроводности. Самая высокая теплопроводность у верхнего слоя, который подвержен циклическому тепловому воздействию. Также учитываем, что между слоями неидеальный тепловой контакт и теплопотери излучением с торцов облучаемой пластины. Задача решалась численно, дифференциальные уравнения, входящие в систему аппроксимировались неявной разностной схемой по четырехточечному шаблону, получившаяся система линейных уравнений решалась методом прогонки. В расчетах определяли поля температуры в гетерофазном теплозащитном элементе. На основе механики многослойных конструкции по найденному температурному полю, в результате решения тепловой задачи, были произведены оценки термоупругих напряжений и деформаций, возникающих при тепловом воздействии.

Исследования показали, что величина максимальной температуры, величины компонент тензоров напряжений и деформаций зависят от соотношения пористостей и толщины слоев теплозащитного элемента.

Работа выполнена при финансировании ФЦП "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технического комплекса России на 2014–2020 годы" соглашение № 14.607.21.0056

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВА ПОКРЫТИЯ ПРИ ОСАЖДЕНИИ ИЗ ПЛАЗМЫ

С. А. Шанин

*Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томск*

Осаждение материалов в вакууме из импульсных потоков ускоренной электроэрозионной плазмы, генерируемой импульсным вакуумно-дуговым плазменным ускорителем с интегрально "холодным" расходуемым катодом, является весьма плодотворным методом получения

тонких пленок и покрытий с уникальными свойствами [1, 2]. Таких материалов в природе не существуют и их невозможно получить традиционными методами непрерывного осаждения. Используя различные комбинации материалов, особенно композиции металл-углерод, можно получать композиционные покрытия с улучшенными характеристиками по сравнению с покрытиями, содержащими всего один компонент. Процесс осаждения покрытий из тугоплавких металлов и углерода сопровождается нагревом вследствие потерь энергии ионами, перераспределением температуры и концентраций элементов, а также химическими реакциями. В литературе выделяют различные физические явления, благодаря которым образуется покрытие того или иного состава и структуры. Среди них – явления термодиффузии и диффузионной теплопроводности, выделить которые экспериментально в неравновесных условиях осаждения весьма сложно. Для выяснения роли этих явлений и исследования кинетики роста фаз в работе сформулирована связанная модель роста покрытия на поверхности детали цилиндрической формы при осаждении из плазмы с учетом явлений термодиффузии, диффузионной теплопроводности, переноса массы под действием градиента напряжений и образования химических соединений [3].

Для численного исследования математической модели был предложен алгоритм, учитывающий термодинамические и кинетические ограничения, для численной реализации модели, в которой эффективные коэффициенты переноса могут менять знак.

Автор благодарит профессора, д.ф.-м.н. Князеву А.Г. за обсуждение.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №13_08_98058

Список литературы

1. Priyantha N., Jayaweera P., Sanjurjo A., Lau K. *Corrosion resistant metallic coatings for applications in highly aggressive environments*. Surface and Coatings Technology. 2003. V. 163. P. 31–36.
2. Антоненко С. В. *Технология тонких пленок*. М.: МИФИ, 2008.
3. Шанин С. А., Князева А. Г., Поболь И. Л., Дениженко А. Г. *Численное и экспериментальное исследование влияния технологических параметров на фазовый и химический состав карбидного покрытия, растущего в импульсной электродуговой плазме*. Химическая физика и мезоскопия. 2012. Т. 34. №2. С. 24–31.

МНОГОМАСШТАБНОЕ МОЛЕКУЛЯРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ

А. В. Шапеев

Сколковский институт науки и технологий

Современные вычислительные технологии позволяют моделировать материалы на молекулярном уровне. Однако, масштаб систем, доступный для прямого молекулярного моделирования, сильно ограничен. Так, молекулярное моделирование позволяет делать качественные предсказания для молекулярных систем размером в сотни нанометров или количественные предсказания для систем размером в несколько нанометров. Эта проблема решается применением многомасштабных методов, суть которых в сопряжении моделирования в микромасштабе (в нашем случае, на молекулярном уровне) с моделированием в макромасштабе (то есть, материала в целом).

В своем докладе я остановлюсь на классе таких многомасштабных методов, где молекулярная модель кристаллического твердого тела сопрягается с его континуальной моделью. При этом, сама континуальная модель также выводится из молекулярной модели. Приложением таких методов является расчет трещин или других дефектов в кристаллах. В таких расчетах молекулярная модель используется вблизи основания трещины, где необходимо корректное моделирование разрыва межатомных связей, а в остальном материале используется континуальная модель. Данные методы будут представлены в рамках разработанной теории, в которую входит анализ регулярности дефектов [1], численный анализ сходимости методов [2], и основанные на нем принципы построения точных методов [3].

Список литературы

1. V. Ehrlacher, C. Ortner, A.V. Shapeev. *Analysis of Boundary Conditions for Crystal Defect Atomistic Simulations* arXiv e-print, arXiv:1306.5334.
2. A.V. Shapeev, C. Ortner. *Analysis of an Energy-based Atomistic/Continuum Approximation of a Vacancy in the 2D Triangular Lattice* Mathematics of Computation. 2013. Vol. 92. P. 2191–2236.
3. A.V. Shapeev. *Consistent Energy-Based Atomistic/Continuum Coupling for Two-Body Potentials in One and Two Dimensions* Multiscale Modeling and Simulation. 2011. Vol. 9. P. 905–932.

ПРЕЗЕНТАЦИЯ МОНОГРАФИИ

Л. И. Шкутин

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

В конце 2014 года Издательство СО РАН при поддержке РФФИ (проект 14-01-07012) опубликовало монографию автора [1]. Содержание монографии составляют нижеследующие главы.

Глава 1. Выделение конечных локальных поворотов в деформируемом континууме Коши: формулировка кинематических, динамических и определяющих уравнений нелинейного упругого континуума.

Глава 2. Математическая модель деформации упругих стержней и панелей с независимыми полями конечных перемещений и поворотов: кинематические, динамические и определяющие уравнения.

Глава 3. Математическая модель деформации упругих оболочек с независимыми полями конечных перемещений и поворотов: кинематические, динамические и определяющие уравнения.

Глава 4. Численный анализ плоских форм нелинейного изгиба и катастроф упругих стержней и панелей.

Глава 5. Численный анализ осесимметричных форм нелинейного изгиба и катастроф упругих оболочек и пластин.

Глава 6. Нелинейные фазовые деформации и катастрофы тонких тел.

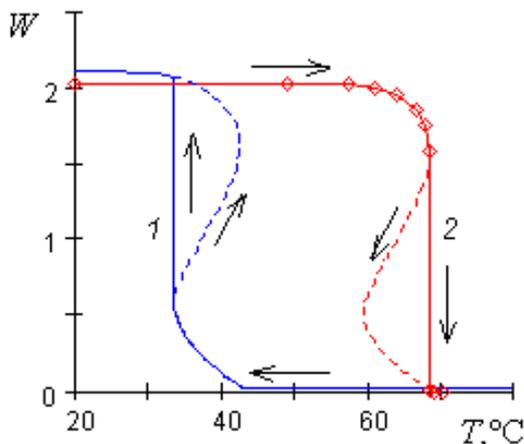


Рисунок к главе 6. Межфазный гистерезис сферического купола-хлопуна под равномерным давлением в термомеханическом цикле: сплошные линии – ветви динамического гистерезиса, пунктирные – статического, W – перемещение полюса купола в отношении к его высоте. Траектории 1 прямого превращения рассчитаны при давлении около 50% от критического в аустенитной фазе, траектории 2 обратного превращения – без нагрывки.

Список литературы

1. Шкутин Л. И. *Нелинейные деформации и катастрофы тонких тел*. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2014. - 129 с.

ПОЛУЧЕНИЕ СУБМИКРОКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО НИКЕЛЯ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИНТЕНСИВНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

*Е. В. Шорохов¹, В. В. Попов², Д. В. Кузнецов², А. В. Столбовский¹, Е. Н. Попова²,
И. В. Минаев¹, П. А. Насонов¹, Н. П. Оглезнева¹*

¹Российский федеральный ядерный центр - Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академ. Е. И. Забабахина, Снежинск

²Институт физики металлов им. М. Н. Михеева УрО РАН, Екатеринбург

Приводятся результаты исследований по трансформации крупнокристаллической структуры никеля с размером зерна 200-400 мкм в субмикрокристаллическую после динамического канально-углового прессования (ДКУП) [1]. Деформация материала в экспериментах осуществлялась при движении цилиндрического образца диаметром 16 мм и длиной 65 мм в пересекающихся под углом 90° каналах, выполненных в металлической матрице. С помощью пороховой пушки образец разгонялся до скорости в несколько сот метров в секунду. В области угла поворота каналов материал испытывал воздействие давлением, сдвигом и ударными волнами. Проведено моделирование процесса интенсивной пластической деформации никеля при скоростях деформации 10^3 - 10^5 с⁻¹. Отмечены условия возникновения сдвиговой неустойчивости течения в области угла поворота каналов. В работе [2] показана существенная роль ударных волн, которые генерируют в материале высокую плотность дислокаций. При многократном нагружении образцов, их эволюция определяет формирование зерен наноструктурной размерности. На основании данных о дифракции обратно рассеянных электронов

построены гистограммы распределения зерен по размерам в исследованных образцах. После трех проходов ДКУП кристаллиты находятся, в основном, в интервале 0,1 - 1 мкм, средний размер составляет 0,35 мкм. Установлено, что фрагментация структуры происходит через образование и измельчение дислокационной ячеистой структуры с последующим переходом к высокоугловым разориентировкам. Фрагментация структуры методом ДКУП сопровождается существенным упрочнением никеля, в частности, его микротвердость после трех проходов ДКУП увеличивается более чем в три раза по сравнению с исходным состоянием. Исследование термической стабильности структуры никеля показало, что при отжиге она стабильна до 400⁰С. Проведено сравнение с другими методами интенсивной пластической деформации формирования наноструктур в никеле и показана эффективность ДКУП [3].

Список литературы

1. Шорохов Е. В., Жгилев И. Н., Валиев Р. З. Патент № 2283717 РФ. Бюллетень изобретений № 26, 2006. С. 64.
2. Бородин И. Н., Майер А. Е. *Локализация пластической деформации в процессе динамического канального углового прессования*. ЖТФ. 2013. Т. 83. В. 8. С. 75–80.
3. Popov V.V., Popova E.N., Kuznetsov D.D., Stolbovskii A.V., Shorokhov E.V., Reglitz G., Divinski S.V., Wilde G. *Nanostructuring of Ni by Various Modes of Severe Plastic Deformation*. Defect and Diffusion Forum Vol. 354 (2014) Pp.109-119 © (2014) Trans Tech Publications, Switzerland.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ ПОДХОДОВ К УПРУГО-ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ

А. В. Шутов

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

В современной литературе представлено большое многообразие подходов, применяемых для обобщения соотношений инфинитезимальной упруго-пластичности на случай конечных деформаций. В докладе проводится качественное сравнение трёх основных подходов: аддитивной гипопруго-пластичности с коротационными производными по времени, аддитивной упруго-пластичности в пространстве логарифмических деформаций и мультипликативной гиперупруго-пластичности.

Сравнительный анализ основан на новом понятии о слабой инвариантности определяющих соотношений. Грубо говоря, модель материала является слабо инвариантной при смене отсчётной конфигурации, если смена конфигурации может быть нейтрализована подходящей трансформацией начальных условий, при этом все остальные определяющие соотношения остаются неизменными [1]. Основные подходы к упруго-пластичности проверяются на слабую инвариантность.

Показано, что слабая инвариантность соответствует некоторой обобщённой симметрии материала. Как и любая другая симметрия, слабая инвариантность модели материала позволяет лучше охарактеризовать структуру определяющих соотношений и лучше описать структуру общего решения. Свойство слабой инвариантности может быть применено для систематической классификации различных подходов к упруго-пластичности при конечных деформациях. С практической точки зрения, слабая инвариантность упрощает моделирование многоэтапной формовки [2]. В докладе также обсуждается применение свойства слабой инвариантности для построения эффективных и надёжных вычислительных алгоритмов [3].

Список литературы

1. Shutov A. V., Ihlemann J. *Analysis of some basic approaches to finite strain elasto-plasticity in view of reference change*. International Journal of Plasticity. 2014. Vol. 63. Pp. 183–197.
2. Shutov A. V., Pfeiffer S., Ihlemann J. *On the simulation of multi-stage forming processes: invariance under change of the reference configuration*. Mater. Sci. Eng. Technol. 2012. Vol. 43(7). Pp. 617–625.
3. Shutov A. V., Landgraf, R., Ihlemann J. *An explicit solution for implicit time stepping in multiplicative finite strain viscoelasticity*. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 2013. Vol. 256. Pp. 213–225.

Авторский указатель

Agafontsev D. S., 14
Antontsev S. N., 14
Baumert H. Z., 68
Chirkunov Yu. A., 15
Kauffman C. W., 170
Khabakhpasheva T. I., 69
Khompysh Kh., 14
Korobkin A. A., 69
Kuznetsov E. A., 14
Lavrenteva O. M., 70
Lavrentiev M. M., 69
Lysakov K. F., 69
Mailybaev A. A., 14
Martynenko A. V., 16
Nir A., 70
Romanenko A. A., 69
Shmarev S., 17
Tani A., 16
Todorov M. D., 17
Zabarankin M., 70
Zakharov V., 18

А

Аксенов А. В., 19
Актершев С. П., 71
Акулов А. Е., 72
Алабужев А. А., 73–75
Алексеев Г. В., 20, 21
Алексенцев А. П., 154
Алигожина К. А., 212
Аминов Ю. А., 203
Андреев В. К., 75
Анисимов А. Г., 157
Анисимова М. А., 76
Анисичкин В. Ф., 170
Антонюк Л. К., 208
Арбит О. А., 67
Аристов С. Н., 22, 23
Архипов Д. Г., 77
Атрошенко С. А., 181
Аульченко В. М., 203
Аульченко С. М., 112
Афанасьева С. А., 192
Афонин А. Г., 171

Б

Бабинцев П. В., 126
Багдерина Ю. Ю., 24

Байкин А. Н., 78
Балаганский И. А., 172
Барташевич М. В., 71
Батраев И. С., 173, 188, 206
Батуев С. П., 233
Баутин С. П., 25, 79
Бегун А. С., 213
Бекежанова В. Б., 80
Белов Н. Н., 192
Белолипецкий В. М., 81
Бельхеева Р. К., 81
Беляев А. К., 214
Беляев Н. Д., 82
Беляков М. О., 174
Бердников К. В., 215
Бибердорф Э. А., 83
Блохин А. М., 26, 27, 83
Бовсуновский А. Б., 223
Богданов А. Н., 84
Боголепов В. В., 86
Бойко М. М., 175
Бордзиловский Д. С., 176
Бордзиловский С. А., 176
Бородулин В. И., 87
Бохонов Б. Б., 188
Брагинский А. Л., 211
Бреев А. И., 28
Бризицкий Р. В., 21
Бродова И. Г., 177
Брузе К., 106
Бубенчиков А. М., 33
Булатов В. В., 88
Булина Н. В., 188
Буркин В. В., 192
Бутов В. Г., 171, 223
Бутусов Е. И., 208
Быковский Ф. А., 178, 179
Быстриков Д. В., 88

В

Ваганова И. К., 235, 236
Валиев Х. Ф., 89
Вановский В. В., 90
Васильев А. А., 179, 197, 205
Веденеев В. В., 91
Ведерников Е. Ф., 178, 179
Виноградов А. В., 172, 197
Владимиров Ю. В., 88

Воеводин А. Ф., 29, 92
 Волков Н. Б., 180
 Володченко С. И., 157
 Волчков Ю. М., 216

Г

Гаан К. В., 177, 237
 Габдулхаев В. Ф., 25, 93
 Гадьльшина К. А., 96
 Гайфуллин А. М., 94
 Гаркушин Г. В., 181
 Гейдаров Н. А., 82
 Генова С. Н., 81
 Георгиевский П. Ю., 95, 182
 Герасимов А. В., 183
 Гилев С. Д., 184
 Глазырин В. П., 185
 Гнутов И. С., 208
 Головин С. В., 78, 96, 115
 Головнев И. Ф., 197
 Головнева Е. И., 197
 Голубятников А. Н., 97
 Голушко С. К., 217, 218
 Гольх Р. Н., 98
 Гончарова О. Н., 80, 99
 Гордиевских Д. М., 63
 Гранский А. А., 177, 237
 Грешилов А. Г., 100
 Григорьев Ю. Н., 101
 Гришанов А. Н., 227
 Грязнов Е. Ф., 175
 Губайдуллин А. А., 102
 Губарев Ю. Г., 103
 Гулевич М. А., 186

Д

Дектерев А. А., 163
 Демиденко Г. В., 29, 30
 Денисенко Н. С., 104
 Деревцов Е. Ю., 72
 Дерябин С. Л., 31
 Диесперов В. Н., 84
 Доксуа Т., 106
 Долгов Д. А., 104
 Долголева Г. В., 187
 Доманский А. В., 105
 Доронников А. Н., 187, 193
 Дударев Е. Ф., 192
 Дудина Д. В., 188
 Дятлов С. В., 32

Е

Егитов А. В., 27
 Еремин А. А., 126
 Ерманюк Е. В., 106
 Ершов А. П., 189
 Ершов И. В., 101
 Ефимова М. В., 33
 Ефимченко А. В., 220

Ж

Жамбаа Сонинбаяр, 33
 Жапбасбаев У. К., 107
 Ждан С. А., 178, 179
 Жибаедов В. Д., 135
 Жолобов Ю. А., 178
 Жубо С., 106
 Жук А. В., 109
 Жук В. И., 84
 Жуланов В. В., 203
 Журавлева Е. Н., 37
 Журавская Т. А., 195
 Журов А. И., 53

З

Зайко Ю. С., 110
 Замураев В. П., 111, 112
 Замыслов В. Е., 25
 Занин Б. Ю., 113
 Захаров Ю. Н., 82, 104, 113
 Зданчук Е. В., 224
 Зелепугин С. А., 190
 Зельдович В. И., 237
 Зимин А. И., 113
 Зорина О. Д., 25, 34
 Зубарева А. Н., 191

И

Иванов А. В., 87
 Иванов И. О., 36
 Иванов К. С., 82
 Иванова О. В., 190
 Иванцов А. О., 147
 Идимешев С. В., 217
 Исаев С. А., 114
 Ищенко А. Н., 192

К

Казаков А. Л., 35
 Казакова М. Ю., 115
 Казачинский А. О., 116, 131
 Кайсина М. И., 73
 Калашников Д. А., 208

Калинина А. П., 111, 112
Калугин А. Г., 117
Канель Г. И., 192
Капранов Ю. И., 118
Капцов О. В., 37
Карабут Е. А., 37
Карабцев С. Н., 119
Караханов С. М., 176
Карпов Д. И., 120
Картавых Н. Н., 121
Качанов Ю. С., 87
Кашина М. А., 74
Кашкаров А. О., 189, 203
Кедринский В. Л., 121
Келлер И. Э., 231
Кириловский С. В., 122, 123, 143
Киселев С. П., 124
Клименко Л. С., 125
Князева А. Г., 219
Кобенко С. В., 223
Коваленко А. И., 188
Ковеня В. М., 126
Ковтанюк Л. В., 213
Кожевникова Л. М., 38
Козлов И. И., 150
Козлов П. А., 25, 39
Козлова М. А., 223
Козлова С. В., 128
Козырев А. А., 19
Колмакова Т. В., 220
Колпаков А. Г., 221
Конон П. Н., 109
Константинов А. П., 129
Коняев А. А., 204
Корнев В. М., 222
Коробкин А. А., 167
Крайко А. Н., 89
Красноперов Я. И., 130
Крат Ю. Г., 130
Кривошапкин А. Л., 164, 165
Кривошеина М. Н., 223
Крутова И. Ю., 79, 131
Крюкова О. Н., 238
Кузавов В. Т., 132
Кузнецов Д. В., 242
Кузьмин Е. В., 187, 193
Кузьмин С. В., 174, 187, 193
Кулешов А. А., 223
Кулипанов Г. Н., 203
Куперштох А. Л., 120
Курзин В. Б., 133

Куропатенко В. Ф., 134, 194

Л

Ладов С. В., 209
Лазарев Н. П., 40
Лалин В. В., 224
Лебедев В. В., 82
Лебедева Н. А., 135
Левин В. А., 95, 182, 195
Лемза А. О., 213
Лемперт А. А., 35
Леонтьев А. И., 114
Либин Э. Е., 67
Липатов И. И., 86
Липатов М. И., 86
Литвинов И. В., 136
Лиханова Ю. В., 43
Лобов Н. И., 155
Луценко Н. А., 137
Лысак В. И., 174, 187, 193
Любимов Д. В., 155
Любимова Т. П., 147, 153
Ляпидевский В. Ю., 138

М

Майкова Г. В., 237
Макаров Р. Ю., 225
Макридин З. В., 41
Мальцева С. В., 72
Мандрик Н. В., 42
Марков А. Б., 192
Мартемьянов С. М., 141
Мартюшов С. Н., 196
Марышев Б. С., 125, 139, 140
Маслов А. Л., 141
Матвеев А. Д., 227
Матвеева И. И., 30
Матросов А. Д., 157
Меграбов А. Г., 42
Медведев Д. А., 120
Медведев С. Б., 43
Мезенцев А. В., 31
Мейрманов. А. М., 142
Мельникова Н. А., 229
Мержиевский Л. А., 172, 197
Миккельсен Р. Ф., 136
Минаев И. В., 242
Минаков А. В., 163
Миренков В. Е., 228
Миронов С. Г., 143
Михайлов А. Л., 208
Михайлов С. О., 119

Михайлова А. В., 144
 Мищарина Е. Ю., 45
 Мищенко Д. А., 87
 Морозов Н. Ф., 214
 Мочалова В. М., 198, 207
 Мошкин М. П., 72
 Музыря А. К., 203

Н

Насонов П. А., 237, 242
 Наумов И. О., 136
 Наумова Н. С., 181
 Немирович-Данченко М. М., 229
 Нецадим М. В., 47
 Никифоровская В. С., 92
 Николаева Н. А., 46
 Никольская Я. М., 209
 Нуднер И. С., 82

О

Обухов А. Г., 79
 Оглезнева Н. П., 177, 237, 242
 Окулов В. Л., 136, 145
 Олейников А. И., 229
 Орлов К. Ю., 164, 165
 Орлов С. С., 35
 Орлов Ю. Н., 185
 Осипова Е. Б., 47
 Остапенко В. В., 146
 Остросаблин Н. И., 230
 Охитин В. Н., 175
 Очеретяный С. А., 150, 162

П

Павлов Д. О., 146
 Пай В. В., 186
 Панов А. В., 49
 Папин А. А., 50
 Парфенов А. И., 51
 Паршакова Я. Н., 147
 Паршин Д. В., 52
 Пашков С. В., 183
 Пеев А. П., 187, 193
 Перевалов И. А., 175
 Перепелица Б. В., 148
 Петров А. Г., 90, 149
 Петров И. О., 36
 Петрова А. Н., 177
 Петухов Д. С., 231
 Пикуль В. В., 232
 Пилипенко Ю. В., 165
 Пластинин А. В., 176, 201

Плевков В. С., 233
 Подладчиков Ю. Ю., 50
 Полтавская Е. Н., 216
 Полянин А. Д., 53
 Поцлавская Т. В., 122, 123, 143
 Попов В. В., 242
 Попова Е. Н., 242
 Потапов И. И., 150
 Прокофьев В. В., 150, 162
 Просвирнин К. М., 203
 Просвиряков Е. Ю., 22, 23
 Проскурин А. В., 54
 Протопопова Т. В., 29, 92
 Прууэл Э. Р., 170, 189, 203
 Пухначёв В. В., 55

Р

Рагулин В. В., 113
 Радченко А. В., 233
 Радченко П. А., 233
 Разоренов С. В., 177, 181
 Ракин С. И., 221
 Рамазанова Г. И., 107
 Рафейчик С. И., 201
 Резанова Е. В., 99, 151
 Рейн Т. С., 152
 Рогаев К. С., 192
 Романова Е. А., 55
 Рубцов И. А., 170, 200, 203
 Рудой Е. М., 56
 Рыбин Д. К., 173
 Рыжков И. И., 128, 153
 Рыкованов Г. Н., 203
 Рылов А. И., 57

С

Савостьянова И. Л., 234
 Сагалаков А. М., 54
 Садов А. П., 31
 Саженок А. Н., 154
 Самойлова А. Е., 155, 156
 Самойлова Х. В., 199
 Самсонов А. Н., 179, 199
 Сатонкина Н. П., 189, 200
 Саттинова З. К., 107
 Семенко Е. В., 57
 Семенко Т. И., 57
 Семёнов К. К., 82
 Семисалов Б. В., 83, 218
 Сенашов С. И., 234
 Сибгатуллин И. Н., 106
 Сильвестров В. В., 176, 189, 201

Синьков К. Ф., 135
Синяев С. В., 157, 171
Сираева Д. Т., 58
Скачков П. П., 25
Скляренко М. С., 130
Скрипняк В. А., 235, 236
Скрипняк В. В., 235, 236
Скрипняк Е. Г., 235, 236
Скрипняк Н. В., 235
Смирнов Е. Б., 203
Сморозин Б. Л., 121
Снигур К. С., 158
Соболева О. В., 59
Солоненко В. А., 223
Сорокин В. Г., 53
Сорокова С. Н., 202
Степанова Е. В., 159
Степанова И. В., 160
Столбовский А. В., 242
Стружанов В. В., 215
Стуколов С. В., 88, 146
Сутырин О. Г., 95, 182
Сухинин С. В., 100, 129, 154, 161

Т

Табаченко А. Н., 192
Такмазьян А. К., 162
Тальшев А. А., 60
Тен К. А., 203
Терешко Д. А., 61
Титов В. М., 203
Ткачев Д. Л., 26, 27
Товстик П. Е., 214
Товстик Т. П., 214
Токарева М. А., 50
Толкачев В. Ф., 204
Толочко Б. П., 203
Трахинин Ю. Л., 62
Троцюк А. В., 205
Тулупов А. А., 104
Туч Е. В., 223
Тырышкин И. М., 204

У

Ульяницкий В. Ю., 188, 206
Уткин А. В., 191, 198, 207
Ухина А. В., 188

Ф

Феденкова А. А., 87
Федоров А. В., 208
Федоров В. Е., 63

Федоров С. В., 209
Федорук М. П., 43
Филатов Е. В., 162
Филимонов С. А., 163
Филин Н. В., 64
Филюшина Е. В., 234
Финюшин С. А., 208
Фомин В. М., 197
Фомин П. А., 205
Фролова Н. Ю., 237

Х

Хабахпашев Г. А., 77
Хабахпашева Т. И., 167
Хабибуллин М. В., 192
Хабиров С. В., 65
Хаджи А. А., 38
Хе А. К., 72, 104, 164, 165
Хейфец А. Э., 237
Хеннер М., 75
Хищенко К. В., 210
Хлыбов О. А., 153
Хмельов В. Н., 98
Хмель Т. А., 211
Хомская И. В., 237
Христенко Ю. Ф., 183
Худобина Ю. П., 45

Ц

Цырюльников И. С., 122, 123

Ч

Чаповский П. Л., 43
Чеботников А. В., 164
Чепак-Гизбрехт М. В., 238
Черевко А. А., 52, 72, 104, 144, 164, 165
Черепанов А. Н., 166
Черепанова В. К., 166
Чесноков А. А., 138, 160
Чингина Е. А., 180
Чугунов Е. А., 174
Чудаков Е. А., 208
Чумаков Ю. А., 239
Чупахин А. П., 52, 72, 104, 144, 164, 165

Ш

Шалунов А. В., 98
Шанин С. А., 239
Шанько Ю. В., 66
Шапеев А. В., 240
Шаповалов А. В., 28
Шарафутдинов М. Р., 203

Шахов С. А., 107
Швецов Г. А., 171
Шелухин В. В., 167
Шемелина В. О., 161
Шестаковская Е. С., 134
Шефер И. А., 151
Шехтман Л. И., 203
Шишмарев К. А., 167
Шкадов В. Я., 109
Шкляев С. В., 75, 156
Шкутин Л. И., 241
Шмелев И. В., 208
Шорохов Е. В., 177, 237, 242
Штерцер А. А., 206
Шутов А. В., 243
Шутов В. А., 228

Щ

Щербаков В. В., 66

Э

Эглит М. Э., 110
Элиава Ш. Ш., 165

Ю

Юношев А. С., 189, 201

Я

Якимова М. Н., 194
Яковенко А. В., 102
Яковенко С. Н., 168
Яковлев И. В., 186
Якубенко А. Е., 110
Яловец А. П., 180
Янченко А. А., 104, 164, 165
Ящук А. А., 223

Подписано в печать 19.08.2015.

Формат 60×84 1/8.

Офсетная печать.

Усл. печ. л. 29.3

Уч.-изд. л. 26.1.

Тираж 260 экз.

Заказ № 180.

Лицензия ПД N 12-0143 от 22.10.2001
Отпечатано на полиграфическом участке
Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090, Новосибирск, проспект акад. Лаврентьева, 15.